

Неопределённости эксперимента BEST

В.В.Горбачёв
ГГНТ, БНО ИЯИ РАН

Ошибки эксперимента

- статистические
- систематические
- ошибки сечения

b – плотность фона

a – плотность распадов ^{71}Ge

λ – постоянная распада ^{71}Ge

t_i – время регистрации i -го импульса

Статистика:

- из ФМП (функция максимального правдоподобия)

для пуассоновского потока событий

$$m = b \cdot T + a \cdot \frac{\Delta}{\lambda}$$

для 1 счётчика: $l(b, a) = e^{-m} \cdot \prod_{i=1}^n (b + a \cdot e^{-\lambda t_i})$

$$a_j = a \cdot \varepsilon_j$$

для N счётчиков: $L(\vec{b}, a) = e^{-M} \cdot \prod_{j=1}^N \left(\prod_{i=1}^{n_j} (b_j + a_j \cdot e^{-\lambda t_{ji}}) \right)$

ε_j - эффективности процедур измерений

$$T = \sum_{k=1}^K (t_{ke} - t_{kb}) \quad \text{- живое время счёта}$$

$$\Delta = \sum_{k=1}^K (e^{-\lambda t_{kb}} - e^{-\lambda t_{ke}}) \quad \text{- вероятность распада в течение живого времени счёта}$$

BF: $L(\vec{b}_0, a_0) = L_0 = \max(L(\vec{b}, a))$

Границы допустимых областей параметра a :

$$\ln(L - L_0) = -p$$

$p=0.5$	для $CL=68.27\%$	или	1σ
2.0	95.45%		2σ
4.5	99.73%		3σ

Статистика:

Число событий определяется из

- активность источника
- $\langle L \rangle$ средние пробеги в зонах мишени
- расписание облучений и время счёта счётчиков

$$\sigma_{\text{стат}} = (1 + \alpha)\sqrt{N} \quad \text{-статистическая ошибка; } \alpha \sim 0.2 \text{ – влияние фонов счётчиков}$$

$N_{\text{Ge}} / N_{\text{фон}} = 3.0$ для K
1.2 L
1.9 K+L

$N \approx 700$ событий в каждой зоне мишени

Число событий от Солнца 0.8 и 4.6% для шаровой и цилиндрической зон

$\sigma_{\text{стат}} = 4.5$ и 4.9% для шаровой и цилиндрической зон

$\Delta = 0.73$ – вероятность распада ^{71}Ge в живое время счёта счётчика

Сравним с экспериментом с источником ^{37}Ar в 2005 году:

$N = 189$, в 3.7 раза меньше, чем в 1 зоне BEST

Число событий от Солнца 6.2%

$\sigma_{\text{стат}} = 9\%$

$\Delta = 0.84$, на 15% больше, чем в BEST

Систематика:

Тип неопределённости	Неопределённость, %
Эффективность химических извлечений	
Эффективность извлечения из металлического Ga, δ_{G1}	± 1.0
Эффективность синтеза GeH_4 , δ_{G2}	± 1.3
Суммарно по извлечениям	± 1.6
Эффективность счёта	
Эффективности счётчиков	
Объёмные эффективности, δ_{C1}	-1.5, +1.8
Пиковые эффективности, δ_{C2}	± 1.3
Интерполяция газового заполнения методом М-К, δ_{C3}	± 0.6
Статистика калибровок	
Вариации усиления, δ_{C5}	+0.4
Разрешение, δ_{C6}	± 0.3
Определение центра, δ_{C7}	± 0.1
Суммарно по эффективностям счёта	-2.1, +2.3
Удаление фона	
Остаточный Rn после временных обрезаний, δ_{N1}	-0.04
Фон солнечных нейтрино, δ_{N2}	± 0.20
Остаток ^{71}Ge после извлечений, δ_{N3}	± 0.05
Суммарно по удалению фонов	± 0.2
Энергетические весовые факторы в анализе	± 0.15
Суммарная систематическая неопределённость	-2.7, +2.9

Систематика:

1. Эффективности химических извлечений

Эффективности извлечений из металлического Ga:

Из чередования лигатур Л-72 и Л-76 с разным содержанием пяти стабильных изотопов Ge коэффициенты каждого извлечения определяются минимизацией χ^2 , включающей масс-спектрометрические измерения содержания изотопов после всех извлечений. При ошибке одиночного измерения 2.1% ошибка суммарных измерений равна $\pm 1.0\%$

лигатура	Ge-72		Ge-76		Ge-70		Природный Ge	
Изотопы Ge	Содержание изотопов, %							
70	2,3	2,7	0,92	1,3	97,62	97,7	20,52	20,5
72	91,3	88,6	1,66	1,6	2,30	2,1	27,43	27,4
73	1,3	1,5	0,51	0,6	0,02	0,02	7,76	7,8
74	4,1	5,6	2,31	2,4	0,03	0,03	36,40	36,5
76	1,0	1,5	94,6	94,1	0,03	0,15	7,76	7,8
Конц-ция Ge	10.29 нмоль/г Ga		15.60 нмоль/г Ga				Не используется	
Погрешность определения от 2% отн. для 90% до 15% для 0.5%								

Эффективности синтеза GeH_4 : измеренная ошибка по геометрии системы синтеза $\pm 1.3\%$

2. Эффективности счёта

Эффективности счётчиков

Объёмные эффективности

Прямые измерения каждого счётчика с газовыми смесями с ^{37}Ar и ^{71}Ge :
 -1.3% $+1.5\%$

Систематика:

Эффективности в пиках

Прямые измерения каждого счётчика с ^{71}Ge : $\pm 1.1\%$

Интерполяция газового заполнения методом Монте-Карло

Эффективности измерялись при определённом составе газа – давлении P и проценте моногермана G . Для счётчиков с произвольными параметрами газа эффективности получались из розыгрышей. При неопределённостях $\delta P = \delta G = 2\%$ неопределённость интерполяции равна $\pm 0.6\%$ для K пика и $\pm 0.4\%$ для L пика

Вариации усиления

Из вариаций центра пика 5.9 кэВ в калибровках $\pm 1.1\%$. Такая вариация даёт неопределённость в числе событий $+0.4\%$. Неопределённость односторонняя, т.к. события могут только теряться.

Разрешение счётчиков

В первый месяц счёта вариации разрешения пика 5.9 кэВ в калибровках $\pm 2\%$. Такая вариация даёт неопределённость в числе событий $\pm 0.3\%$.

Определение центров калибровок

В первый месяц счёта вариации определения центров калибровок пика 5.9 кэВ в калибровках дают неопределённость в числе событий $\pm 0.1\%$.

Систематика:

3. Удаление фона

Остаточный радон после временных обрезаний:

Распад ^{222}Rn в счётчике даёт зашкаливающий импульс. Интервал времени 3 часа после этого исключается из анализа: распады цепи радона могут имитировать импульсы от ^{71}Ge . Оставшиеся после исключения временного интервала события от радона имитируют ^{71}Ge с вероятностью $\alpha_{L+K} = (4.3 + 7.8) \cdot 10^{-4}$. Ошибка остаточного радона равна $(N_{\text{Rn}} \cdot \alpha_{L+K}) / N = (425.9 \cdot \alpha_{L+K}) / (738.8 + 724.0) = 0.035\%$. Радон может добавить события, поэтому это односторонняя отрицательная ошибка.

Фон солнечных нейтрино:

Это самый большой фон. Суммарно ожидаемое число событий от Солнца 6.1 в шаровой зоне и 32.2 в цилиндрической зоне соответствует скорости захвата на Ga 66.1 ± 3.1 SNU. Ошибка от солнечного фона $(6.1 / 724.0) \cdot (3.1 / 66.1) = 0.04\%$ и $(32.2 / 738.8) \cdot (3.1 / 66.1) = 0.2\%$

4. Остаток ^{71}Ge после извлечения

Ошибка остатка равна $\frac{N_{\text{co}}}{N} \cdot \frac{1}{\sqrt{N}} = 0.03\%$ и 0.05% для внутренней и внешней зон

Дополнительная систематика:

Коррелированные ошибки использования части счётчиков в двух измерениях

$$\sigma_{sum}^2 = \sigma_{s1}^2 + \sigma_{s2}^2$$

$$\sigma_{s1}^2 = \sum_{i=1}^{K_0} (\sigma_i + \sigma_{i+(M_0-K_0)})^2$$

K_0 – число счётчиков, использованных дважды в M_0 измерениях

$$\sigma_{s2}^2 = \sum_{i=K_0+1}^{M_0-K_0} \sigma_i^2$$

$$\delta_{sum} = \frac{\sigma_{sum}}{N} = \delta_1 \cdot \frac{\sqrt{A+B}}{C} \quad \text{– относительная ошибка суммарных измерений}$$

$$N = N_0 \cdot \sum_{i=1}^{M_0} e^{-\lambda c t_i} \cdot \Delta_i \quad \text{– суммарное число событий}$$

$$A = \sum_{i=1}^{K_0} (e^{-\lambda c t_i} \cdot \Delta_i + e^{-\lambda c t_{i+(M_0-K_0)}} \cdot \Delta_{i+(M_0-K_0)})^2$$

$$B = \sum_{i=K_0+1}^{M_0-K_0} (e^{-\lambda c t_i} \cdot \Delta_i)^2$$

Для $M_0 = 10$ и $K_0 = 4$ увеличение ошибки будет на 18% относительно независимых ошибок

$$C = \sum_{i=1}^{M_0} (e^{-\lambda c t_i} \cdot \Delta_i)$$

В BEST коррелированные ошибки – только для объёмных эффективностей счётчиков

Неопределённость ожидаемых скоростей захвата (ошибки сечения):

	Value	Uncertainty	
		Magnitude	%
Atomic density $D = \rho N_0 f_1 / M$			
Ga density ρ (g Ga/cm ³)	6.095	0.002	0.033
Avogadro's number N_0 (10 ²³ atoms Ga/mol)	6.0221	0.0	0.0
Ga molecular weight M (g Ga/mol)	69.72307	0.00013	0.0002
Atomic density D (10 ²² atoms ⁷¹ Ga/cm ³)	2.1001	0.0008	0.037
Source activity at reference time A , MCi	3.414	0.008	0.23
Cross section σ (10 ⁴⁵ cm ² / (⁷¹ Ga atom ⁵¹ Cr decay)], Bahcall	5.81	+0.21,-0.16	+3.6,-2.8
Path length in Ga $\langle L_{in} \rangle$ (cm)	52.03	0.18	0.3
Path length in Ga $\langle L_{out} \rangle$ (cm)	54.41	0.18	0.3
Predicted production rate (⁷¹ Ge atoms/d), R_{In}	69.41	+2.5,-2.0	+3.6,-2.8
Predicted production rate (⁷¹ Ge atoms/d), R_{Out}	72.59	+2.6,-2.1	+3.6,-2.8

Ошибка средних длин пробега 0.18 см получается из разницы измерений объёмов зон Ga мишени из размеров и измерений масс Ga. Max ошибку даёт предположение о неточном знании толщины сферы – вместо 0.50 см используем к 0.68 см

Ошибки суммарных измерений по экспериментам с источниками

		R	σ
1	SAGE – Cr	0.95	0.12
2	SAGE – Ar	0.79	0.095 (+0.09 -0.10)
3	GALLEX – Cr1	0.953	0.11
4	GALLEX – Cr2	0.812	0.11
5	BEST – in	0.766	0.041
6	BEST – out	0.791	0.041

Все ошибки независимы, кроме ошибок сечения в хромовых экспериментах (+3.6% -2.8%)

1) Для НЗ ошибок $\sigma_i \rightarrow \sqrt{\sigma_i^2 + (0.032 \cdot R_i)^2}$

$$R_0 = \sum_{i=1}^6 (w_i \cdot R_i), \text{ где } w_i = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_i}\right)^2 \text{ и } \sigma_0 = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^6 \frac{1}{\sigma_i^2}}}$$

Суммарный результат $R_0 \pm \sigma_0 = 0.80 \pm 0.03$ (3.6%)

2) Для коррелированных ошибок сечения $R_{Cr} = \sum_{i=1}^5 (w_i \cdot R_i)$ $w_i = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_i}\right)^2$ $\sigma_0 = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^5 \frac{1}{\sigma_i^2}}}$

$$\sigma_{Cr} = \sigma_0 + 0.032 \cdot R_{Cr}$$

Для всех шести экспериментов:

$$R_0 = \left(\frac{\sigma_R}{\sigma_{Cr}}\right)^2 \cdot R_{Cr} + \left(\frac{\sigma_R}{\sigma_{Ar}}\right)^2 \cdot R_{Ar} \quad \sigma_R = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sigma_{Cr}^2} + \frac{1}{\sigma_{Ar}^2}}}$$

Суммарный результат $R_0 \pm \sigma_0 = 0.80 \pm 0.05$ (5.7%)