

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт ядерных исследований  
Российской академии наук

---

На правах рукописи

**Чудайкин Антон Сергеевич**

**Модели многокомпонентной темной материи в  
космологии и астрофизике**

**Специальность 01.04.02 – Теоретическая физика**

*Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук*

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
член-корреспондент РАН  
Д.С. Горбунов

---

Москва 2019

# Оглавление

<b>Введение</b> . . . . .	3
<b>Глава 1. Распадающаяся темная материя</b> . . . . .	17
1.1. Введение к главе . . . . .	17
1.2. Космологическая модель с распадающейся темной материей . . . . .	20
1.3. Гравитационное линзирование . . . . .	23
1.4. Крупномасштабная структура Вселенной . . . . .	35
1.5. Заключение к главе . . . . .	52
<b>Глава 2. Влияние новой физики на осцилляции нейтрино в ранней Вселенной</b> . . . . .	55
2.1. Введение к главе . . . . .	55
2.2. Фазовый переход в скрытом секторе . . . . .	61
2.3. Когерентно осциллирующее скалярное поле . . . . .	73
2.4. Заключение к главе . . . . .	84
<b>Глава 3. Производство стерильных нейтрино в присутствии когерентно осциллирующего скалярного поля</b> . . . . .	86
3.1. Введение к главе . . . . .	86
3.2. Резонансное производство в осцилляциях . . . . .	88
3.3. Рождение внешним полем . . . . .	116
3.4. Заключение к главе . . . . .	126
<b>Заключение</b> . . . . .	127
<b>Список сокращений</b> . . . . .	129
<b>Список литературы</b> . . . . .	130

# Введение

## Актуальность работы

Космология, зародившаяся как самостоятельная научная дисциплина в начале XX века, практически с самого момента своего формирования испытывала трудности в интерпретации отдельных наблюдательных данных. Первые несоответствия подобного рода были связаны с наличием во Вселенной невидимой или *темной материи* (ТМ). Первое указание на существования скрытой массы в нашей Галактике датируется 1932 годом [1], а уже в 1933 году было обнаружено несоответствие видимой и динамической массы скопления Волосы Вероники более чем в 100 раз <sup>1</sup> [2]. В 50-ые годы, в связи с развитием радиоастрономии, стало возможным изучение кривых вращения галактик по доплеровскому уширению эмиссионной линии нейтрального водорода. В 1957 году новый метод наблюдения был впервые применен к галактике Андромеда [3], скорость вращения облаков холодного водорода которой за пределами оптического диска оказалась практически постоянной. Такое поведение кривой вращения можно объяснить, если предположить, что видимое вещество галактики погружено в облако значительно большего размера — гало, состоящего из вещества, не взаимодействующего с фотонами. Бурное развитие космической техники в 70-ые годы позволило сделать такой же вывод применительно к значительно более массивным объектам во Вселенной, к скоплениям галактик, по наблюдению их в рентгеновском диапазоне. Последний класс астрофизических наблюдений, имеющий отношение к проблеме ТМ, основан на эффекте гравитационного линзирования, отклонении света от своего первоначального распространения в гравитационном поле. Преимущество этого метода заключается в том, что он опирается на Общую

---

<sup>1</sup> И хотя данное расхождение было обусловлено, в основном, неучтенным вкладом горячего газа в межгалактической среде, масса которого составляет в среднем 90% всей видимой материи, термин ТМ получил свое широкое распространение именно после этого наблюдения.

Теорию Относительности Эйнштейна и позволяет определить результирующий гравитационный потенциал барионного вещества и ТМ. Пожалуй самым убедительным аргументом в пользу существования ТМ послужил результат наблюдения в 2006 году картины столкновения двух скоплений галактик сразу в видимом и рентгеновском диапазонах [4]. Результаты этих наблюдений показали, что источником измеренного с помощью линзирования гравитационного потенциала скоплений галактик является отнюдь не горячий газ, заключенных в их межгалактической среде, а невидимая ТМ. Совокупность всех независимых свидетельств, полученных разными способами, позволил сделать вывод о существовании кластеризующейся, т.е. образующей сгустки, практически не взаимодействующей с обычным веществом, ТМ.

В 90-ые годы космология из абстрактной и сугубо теоретической дисциплины превратилась в точную науку. Бурное развитие экспериментальной космологии было обусловлено большим объемом высокоточных наблюдательных данных о состоянии Вселенной, основным источником которых явилось реликтовое излучение (РИ). Это излучение, возникшее в результате рекомбинации первичного водорода, несет информацию о состоянии Вселенной в момент последнего рассеяния фотонов на свободных электронах. Несмотря на то, что само РИ было открыто в 1965 году [5], значительный прогресс в исследовании его свойств был достигнут только в 1989 году после запуска спутника COBE (COsmic Background Explorer satellite), который подтвердил с высокой точностью чернотельный характер РИ с температурой около 2.7 К [6]. Несколько позже, в 1992 году с помощью другого инструмента спутника COBE была обнаружена анизотропия РИ на уровне  $10^{-4}$  [7]. Этот момент можно по праву считать зарождением прецизионной (высокоточной) космологии. Открытие ускоренного расширения Вселенной в 1998 году по наблюдениям за сверхновыми Ia [8, 9] позволило установить существование во Вселенной новой субстанции с весьма экзотичными свойствами, темной энергии. Данное открытие способствовало окончательному формированию стандарт-

ной космологической модели  $\Lambda$ CDM ( $\Lambda$ -Cold-Dark-Matter).

Дальнейшее более точное определение космологических параметров стало возможным благодаря измерениям спектра угловой анизотропии РИ. Самые точные результаты в этом направлении были получены космическим спутником «Планк», функционировавшим в период с 2009 по 2013 гг.. Основные ограничения на параметры моделей по мере обработки экспериментальных данных были представлены в серии работ [10–12]. По этим данным согласно  $\Lambda$ CDM парадигме доля темной энергии в современной плотности Вселенной составляет  $\Omega_\Lambda \approx 68\%$ , а остальная часть поделена между ТМ  $\Omega_{\text{dm}} \approx 27\%$  и барионами  $\Omega_{\text{b}} \approx 5\%$  с незначительным вкладом реликтовых фотонов и нейтрино. С одной стороны, данные «Планк» позволили определить параметры  $\Lambda$ CDM модели с беспрецедентной точностью. Иллюстрацией этого служит измерение такой важной характеристики спектра РИ, как угол, под которым сегодня виден звуковой горизонт сферы последнего рассеяния  $\theta_*$ , с точностью  $0.05\%$  ( $1\sigma$ ) [12]<sup>2</sup>. С другой стороны, анализ полученных высокоточных ограничений выявил нестыковки в самих данных «Планк» на уровне  $2.5\sigma$  [13, 14]. Обнаруженное несоответствие может объясняться наличием в данных «Планк» неучтенной систематической ошибки, а также быть проявлением несостоятельности самой стандартной космологической модели. В пользу второго вывода говорят также астрофизические измерения, результаты которых не согласуются с предсказанием  $\Lambda$ CDM модели на уровне  $2 - 3\sigma$ .

Совершенствование методики наблюдения за сверхновыми типа Ia с помощью космического телескопа «Хаббл», см. первые результаты [15, 16], позволило определить темп расширения Вселенной в современную эпоху с точностью  $2.2\%$  [17]. Измеренное таким образом значение постоянной Хаббла  $H_0$  находится в противоречии с результатом спутника «Планк» на уровне  $3.6\sigma$ <sup>3</sup>.

---

<sup>2</sup> В нашей работе мы используем данные спутника «Планк» 2015 года выпуска [11] по причине отсутствия в свободном доступе нового правдоподобия 2018 года. Замена одних данных на другие в данном случае не является критичной. О совместности данных «Планк» 2015 и 2018 годов выпуска см. в [12].

<sup>3</sup> В нашей работе мы используем данные наблюдений за сверхновыми типа Ia 2016 года выпуска [18],

Другой важной характеристикой современной Вселенной является амплитуда линейных возмущений плотности материи  $\sigma_8$  на масштабе  $8h^{-1}$  Мпк, где  $H_0 = 100 \times h$  км/с/Мпк. Данную величину можно определить с помощью эффекта Сюняева-Зельдовича [19] по данным спутника «Планк» [20], по изучению скоплений галактик в рентгеновском диапазоне [21–23], а также по гравитационному линзированию света далеких источников [24–27]. Результаты приведенных исследований обнаруживают несоответствие с предсказаниями стандартной космологической модели по данным спутника «Планк» на уровне  $2 - 2.5\sigma$ <sup>4</sup>.

Все перечисленные выше ограничения основаны на астрофизических наблюдениях и были получены напрямую без привлечения априорной информации об эволюции Вселенной в прошлом. Ограничения  $H_0$  и  $\sigma_8$  по данным спутника «Планк», напротив, являются модельно зависимыми. В этом случае настоящее расхождение астрофизических наблюдений с предсказанием стандартной космологической модели может быть свидетельством в пользу существования новой физики, проявляющейся после рекомбинации. Однако наиболее распространенные расширения  $\Lambda$ CDM не сыскали успеха в объяснении данного рода аномалий, см. подробнее в [11, 12]. По этой причине формулирование новой модели, в рамках которой удалось бы привести в соответствие астрофизические и космологические измерения на разных красных смещениях, является одной из актуальных задач современной космологии. Одним из многообещающих подходов в данном направлении является многокомпонентная ТМ.

---

которые определяют  $H_0$  с точностью 2.4%. Замена одних данных на другие незначительно сказывается на оценках, приведенных в тексте.

<sup>4</sup> Здесь стоит отметить, что методы определения массы скоплений галактик по рентгеновскому излучению горячего газа и с помощью эффекта Сюняева-Зельдовича зависят от неизвестных параметров смещения, условно описывающих соотношение «сигнал-масса скопления». Если значения этих параметров, определенные при калибровке метода, являются ненадежными, то соответствующие измерения обладают неучтенной систематической ошибкой, которая может быть источником настоящих расхождений [12].

Природа ТМ остается неизвестной до сих пор. Современные космологические данные способны разрешить по крайней мере три составляющие нерелятивистского вещества: обычное вещество (барионы), ТМ и нейтрино. Как правило, рассматриваемые механизмы генерации ТМ и барионной асимметрии никак не связаны между собой, а значит происхождение и состав данных форм материи может считаться произвольным. Ввиду крайнего разнообразия, который мы наблюдаем в видимом секторе (фотоны, нейтрино, водород, гелий, . . .), ТМ также может состоять из разного сорта частиц. Одним из примеров такого построения являются модели с нестабильной ТМ.

Концепция распадающейся ТМ берет свое начало в 80-ых годов прошлого столетия, см. например [28–30]. Есть несколько разновидностей подобного рода материи: нестабильная ТМ, часть которой распадается на релятивистские частицы скрытого сектора с временем жизни много меньше возраста современной Вселенной (короткоживущая ТМ) [31, 32], однокомпонентная ТМ с временем жизни сильной превышающим возраст современной Вселенной (долгоживущая ТМ) [32–34] и, наконец, двухкомпонентная ТМ, которая распадается на легкие и безмассовые частицы скрытого сектора [35–37].

За последние 5 лет интерес к подобного рода моделям вырос по причине обострившихся противоречий в экспериментальной космологии. Согласно последним исследованиям на эту тему [31, 33, 36, 38], модели с распадающейся ТМ обладают необходимым потенциалом для согласования результатов измерений на разных красных смещениях. Однако количественного анализа с учетом правдоподобия всех значимых космологических данных проведено до сих пор не было.

Заметим, что модели с распадающейся ТМ способны не только объяснить расхождение в параметрах  $H_0$  и  $\sigma_8$ , определяемых по анизотропии РИ и в астрофизических измерениях, но также позволяют избежать проблем холодной ТМ при моделировании мелкомасштабной структуры Вселенной [35, 36, 38] и продвинуться в понимании источников нейтрино высоких энер-

гий IceCube [39]. Таким образом, модели с распадающейся ТМ выступают в качестве хорошо мотивированной альтернативы стандартной космологической модели. Изучение их проявлений в космологии может приблизить нас к разгадке ТМ.

Другой важной космологической наблюдаемой, позволяющей проверить справедливость стандартной космологической модели, является крупномасштабная структура Вселенной (КСВ). Одной из важнейших особенностей распределения вещества на космологических масштабах являются сахаровские или барионные акустические осцилляции (БАО). Данная особенность в распределении барионов вызвана осцилляционной зависимостью возмущений барион-фотонной среды в момент рекомбинации. Впервые сигнал БАО был зафиксирован в корреляционной функции распределения галактик на больших расстояниях с помощью данных Слоановского обзора неба (Sloan Digital Sky Survey) [40]. Данное измерение еще раз подтвердило справедливость  $\Lambda$ CDM модели, не опираясь при этом на картину анизотропии РИ. С тех пор объем обрабатываемой информации возрос многократно, что позволяет говорить об измерениях БАО как о новом мощном инструменте проверки стандартной космологической модели.

Помимо БАО, которые являются измерениями геометрических свойств Вселенной, интерес представляет также полная форма спектра распределения материи во Вселенной. Так как радиальное расстояние до объекта в подобного рода экспериментах определяется его красным смещением, то получаемое трехмерное изображение КСВ оказывается искаженным. Во-первых, барионное вещество увлекается невириализованными крупномасштабными сгустками ТМ, в результате галактики с разных сторон одного сгустка кажутся ближе, чем они есть на самом деле [41]. Во-вторых, собственные скорости, с которыми галактики двигаются внутри своих скоплений, искажают информацию об истинном положении объектов во Вселенной [42]. Подобного рода искажения КСВ получили название искажений пространства красных



смещений (ИПКС). Измерение амплитуды ИПКС само по себе служит дополнительным источником информации о динамике КСВ. По этой причине, результаты подобного рода измерений могут использоваться в качестве независимой проверки стандартной космологической модели.

Помимо изучения феноменологических следствий разнообразных моделей в космологии, интерес представляет природа частиц ТМ. Стандартная модель (СМ), современное теоретическое построение в области физики элементарных частиц, описывающее электрослабое [43–45] и сильное [46, 47] взаимодействия, не содержит подходящих кандидатов на эту роль. Известно, что СМ не является полной теорией взаимодействия элементарных частиц, так как не описывает осцилляций нейтрино, переходов с изменением аромата, см. обзор [48]. Осцилляции возможны, если нейтрино обладают массой, а также при наличии смешивания между разными поколениями лептонов, аналогичного смешиванию между кварками в матрице Кабибо-Кобаяши-Маскава. Однако в СМ нейтрино представлены, в отличие от остальных фермионов, только левыми компонентами, и для них невозможно написать перенормируемое калибровочно-инвариантное массовое слагаемое. Одна из возможностей, приводящая к массам нейтрино, заключается в пополнении СМ правыми партнерами активных нейтрино.

Стерильными нейтрино называют гипотетические правые частицы, которые нейтральны по отношению к калибровочным взаимодействиям СМ, и участвуют во взаимодействии юкавского типа с дублетом левых лептонов и полем Энглера—Браута—Хиггса. В результате приобретения последним ненулевого вакуумного среднего появляется масса нейтрино дираковского типа, смешивающая активное и стерильное состояния. Если при этом стерильное нейтрино обладает собственной майорановской массой (что не запрещено калибровочными симметриями СМ), то при диагонализации массовой матрицы общего вида возникают два разных масштаба масс. Такой механизм получения майорановской массы нейтрино называют механизмом качелей (see-saw)

[49, 50]. Если при этом майорановская масса стерильного состояния много больше дираковской массы, одно из собственных состояний массовой матрицы будет очень легким, что, в свою очередь, может объяснить малость масс активных нейтрино.

Другой интересной возможностью является использование стерильных нейтрино в качестве ТМ. Стерильные нейтрино не участвуют в калибровочных взаимодействиях СМ, что делает их достаточно ненаблюдаемыми и долгоживущими. По этой причине они являются хорошим кандидатом на роль частиц ТМ. Так как наличие правых нейтрино сильно мотивировано наблюдениями нейтринных осцилляций, возможность использовать эти же частицы для объяснения ТМ кажется весьма привлекательной.

Стерильные нейтрино могут эффективно рождаться в ранней Вселенной за счет смешивания с активными нейтрино. Нерезонансный механизм производства тяжелых нейтрино в осцилляциях был впервые предложен в [51]. Однако данный сценарий не может быть ответственен за формирование ТМ по причине сильных космологических и астрофизических ограничений [52]. Тем не менее, существование небольшого количества стерильных нейтрино мотивировано проблемами холодной ТМ на малых масштабах [53–58]. В этом случае, самое сильное ограничение на угол смешивания следует из поисков распада стерильного нейтрино ТМ на фотон и активное нейтрино,  $\theta^2 \ll 10^{-7}$ . Тогда как чувствительность современных лабораторных экспериментов по поиску этих частиц в  $\beta$ -распаде различных элементов, как минимум, на 4 порядка слабее  $\theta^2 \gtrsim 10^{-3}$  [59–61]. Поэтому, с практической точки зрения, интересной является разработка таких расширений СМ, в которых рождение стерильных нейтрино в ранней Вселенной подавлено. В этом случае открывается область относительно больших углов смешивания, совместная с текущими космологическими и астрофизическими ограничениями, в которой стерильное нейтрино может быть ответственно за формирование малой массы активных нейтрино в рамках механизма качели.

В общем случае, производство стерильных нейтрино в осцилляциях оказывается неэффективным, когда стерильное состояние в ранней Вселенной является безмассовыми или очень тяжелыми. Такого поведения можно добиться с помощью скрытого сектора, взаимодействующего исключительно со стерильным нейтрино. Нетривиально эволюционирующее скалярное поле способно модифицировать массу стерильного состояния. Первая возможность связана с существованием фазового перехода в скрытом секторе, в результате которого скалярное поле приобретает ненулевое вакуумное среднее, а стерильное нейтрино, с ним взаимодействующее, — ненулевую майорановскую массу. В противоположном сценарии, масса стерильного состояния определяется осциллирующим скалярным полем большой амплитуды. В этом случае большую часть времени осцилляции нейтрино кинематически подавлены.

Главной особенностью нерезонансного механизма [51] является тепловое распределение стерильных нейтрино по импульсам. Наличие ненулевых скоростей у частиц ТМ приводит к эффективному обрезанию спектра неоднородностей плотности материи на длинах, меньших определенного критического масштаба. Критический масштаб соответствует расстоянию, на которое успевает распространиться частица ТМ за хаббловское время, оцененное в момент перехода на пылевидную стадию эволюции Вселенной. Данный эффект аналогичен эффекту затухания Ландау в физике плазмы. Картину неоднородностей возмущений можно исследовать по пространственному распределению мелкомасштабной структуры Вселенной. Самое сильное ограничение на массу следует из анализа распределения облаков нейтрального водорода, восстанавливаемого по картинке линий поглощения Лайман- $\alpha$  в спектрах далеких квазаров. По этой причине, мелкомасштабная структура Вселенной выступает в качестве главного источника ограничений на массу частиц теплой ТМ.

Нерезонансный механизм производства ТМ исключен по исследованию мелкомасштабной структуры, а также ввиду сильных ограничений на темп радиационных распадов [52]. Альтернативным механизмом рождения стериль-

ных нейтрино в ранней Вселенной является их производство за счет наличия лептонной асимметрии в первичной плазме [62]. Распределение образовавшихся при этом частиц оказывается несколько холоднее [63]. Тем не менее, даже в самом оптимистичном сценарии, масса стерильных нейтрино в этом случае сильно ограничена [64]. В этой связи актуальной задачей является разработка альтернативных механизмов рождения стерильных нейтрино, которые свободны от подобного рода ограничений. Достичь этого предлагается с помощью когерентно осциллирующего скалярного поля, взаимодействующего со стерильным нейтрино.

Во-первых, внешнее осциллирующее скалярное поле, взаимодействующее со стерильным нейтрино, существенно модифицирует картину осцилляции. Действительно, если амплитуда поля достаточно велика, эффективная масса стерильного состояния каждый полупериод осцилляций скалярного поля обращается в ноль. Такое поведение неизбежно сказывается на эволюции системы. Более того, когерентное сложение осцилляций на каждом таком участке может приводить к усилению осцилляций. Во-вторых, стерильные нейтрино могут рождаться напрямую внешним нестационарным полем. Исследование этих двух возможностей на предмет ослабления ограничений из структур является весьма актуальной задачей в моделях со стерильным нейтрино, выступающим в качестве ТМ.

### **Цель работы**

Целью работы является исследование проявлений распадающейся ТМ в космологии, модификация модели со стерильным нейтрино, а также разработка новых механизмов производства ТМ в ранней Вселенной. Для достижения поставленной цели были выделены следующие задачи:

1. Исследовать модель с распадающейся ТМ на предмет согласования астрофизических измерений с результатами спутника «Планк».
2. Произвести анализ всех имеющихся результатов измерений БАО и ИП-

КС на предмет наличия в них следов распадающейся ТМ.

3. Изучить производство стерильных нейтрино в модели с фазовым переходом в скрытом секторе.
4. Исследовать осцилляции нейтрино при наличии когерентно осциллирующего скалярного поля, взаимодействующего со стерильным нейтрино.
5. Разработать новые механизмы производства ТМ из стерильных нейтрино, отвечающие всем требованиям космологических и астрофизических ограничений.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Выяснено, что модель с относительной концентрацией распадающейся ТМ от 2 до 7% несколько лучше (на уровне  $1.2 - 2\sigma$ ) описывает совокупный набор космологических данных.
2. Показана совместность результатов последних измерений барионных акустических осцилляций и искажений пространства красных смещений в распределении галактик с предсказаниями стандартной космологической модели. Модель с относительной концентрацией распадающейся ТМ от 2 до 5% несколько лучше (на уровне  $1.5\sigma$ ) описывает распределение облаков нейтрального водорода во Вселенной по данным Слоановского цифрового обзора неба. При отсутствии информации об амплитуде спектра мощности линзирующего потенциала доля нестабильной ТМ достигает 3 – 9%, что соответствует лучшему (на уровне  $1.7 - 3.3\sigma$ ) описанию наблюдательных данных по сравнению со стандартной космологической моделью.
3. Построена модификация модели со стерильным нейтрино с фазовым переходом в скрытом секторе, в которой удается сделать область относительно больших углов смешивания  $\theta^2 \lesssim 10^{-3}$  совместной с текущи-

ми космологическими и астрофизическими ограничениями. Открытая область пространства параметров «масса-угол смешивания», в которой стерильное состояние ответственно за формирование малой массы активных нейтрино, доступна для прямого исследования на перспективных экспериментальных установках «Троицк ню-масс» и KATRIN.

4. Предсказана возможность резонансного усиления осцилляций в присутствии когерентно осциллирующего скалярного поля, взаимодействующего со стерильным нейтрино. Показано, что данный механизм может быть ответственен за производство ТМ из стерильных нейтрино с очень малым углом смешивания  $\theta^2 \gtrsim 10^{-14}$ . Спектр образовавшихся в резонансе частиц позволяет ослабить традиционные для теплой ТМ ограничения из структур.
5. Предложен механизм рождения холодной ТМ из стерильных нейтрино внешним нестационарным полем. Показано, что стерильные нейтрино с массой 1 кэВ и выше могут составлять ТМ.

### **Научная новизна**

1. В работе впервые указано на слабое линзирование реликтовых фотонов в качестве основного источника ограничений на модели с распадающейся ТМ.
2. Предложен новый механизм производства стерильных нейтрино в осцилляциях, предсказывающий одно из самых холодных распределений частиц по импульсам. Имеющаяся особенность в спектре позволяет ослабить ограничения из структур и составить ТМ из стерильных нейтрино.
3. Предложен новый механизм рождения холодных стерильных нейтрино внешним нестационарным полем, позволяющий полностью избежать ограничений из структур, характерных для теплой ТМ.

## **Практическая значимость**

Предсказания разработанных моделей стимулируют совершенствование эксперимента по целому ряду направлений.

1. В результате усовершенствования перспективной экспериментальной установки «Троицк-ню-масс» (ИЯИ РАН, Москва), а также после завершения первой стадии работы KATRIN (Технологический институт Карлсруэ, Германия), станет возможным прямое исследование пространства параметров «масса-угол смешивания», в котором стерильное состояние ответственно за формирование малой массы активных нейтрино. Положительный сигнал на этих установках может быть проинтерпретирован в пользу модели с фазовым переходом в скрытом секторе.
2. Результаты в области рождения стерильных нейтрино в присутствии внешнего осциллирующего поля стимулируют дальнейшее совершенствование численных симуляций нелинейного развития неоднородностей плотности материи для более точного восстановления особенностей распределения структур на малых масштабах.
3. Данные с космических обсерваторий следующего поколения ATHENA (Европейское космическое агентство) и Lynx (НАСА) помогут уточнить ограничения на темп радиационных распадов стерильных нейтрино с очень малым углом смешивания.

## **Основные публикации по теме диссертации**

По материалам диссертации опубликовано 4 работы [65–68], из них 3 в рецензируемых международных изданиях, рекомендованных ВАК.

## **Апробация работы**

Результаты диссертации были доложены на следующих российских и международных семинарах и конференциях:

1. Международная конференция «39th International Conference on High Energy Physics» (ICHEP2018), Сеул, Корея, 4-11 июля 2018.
2. Международная конференция «20th International Seminar on High Energy Physics» (QUARKS-2018), Валдай, Россия, 27 мая - 2 июня 2018.
3. Международная конференция «6th International Conference on New Frontiers in Physics» (ICNFP2017), Колимбари, Крит, Греция, 17-29 августа 2017.
4. Всероссийская конференция «Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра» (HEA-2017), Москва, Россия, 24-30 августа 2017.
5. Зацепинские чтения, Москва, Россия, 24 и 26 мая 2017.
6. 60-ая Всероссийская научная конференция МФТИ, Долгопрудный, Россия, 20-25 ноября 2017.
7. Международная конференция «19th International Seminar on High Energy Physics» (QUARKS-2016), Пушкин, Россия, 29 мая - 4 июня 2016.
8. Межинститутская молодежная конференция «Физика элементарных частиц и космология», Москва, Россия, 28-30 октября, 2015.

### **Личный вклад**

Все результаты, выносимые на защиту, получены лично автором или при его непосредственном участии.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения. Объем работы составляет 142 страницы, включая 25 рисунков и 4 таблицы. Список литературы насчитывает 139 наименования.



## Глава 1

## Распадающаяся темная материя

## 1.1. Введение к главе

В последнее время появились многочисленные свидетельства несовместимости измерений на разных красных смещениях. В первую очередь, это прямые измерения постоянной Хаббла по наблюдениям за сверхновыми типа Ia, которые диктуют более высокие значения постоянной Хаббла  $h = 0.738 \pm 0.024$  [18],  $h = 0.743 \pm 0.021$  [69] по сравнению с аналогичным ограничением по данным 2015 года спутника «Планк»,  $h = 0.6727 \pm 0.0066$  [11]. Одновременно с этим в рамках общепринятой  $\Lambda$ CDM модели не удастся согласовать значение амплитуды линейных возмущений плотности материи  $\sigma_8$ , измеренной напрямую на малых  $z$  с помощью разнообразных методов [20–27] и полученной в результате анализа картины анизотропии РИ «Планк» 2015 года выпуска [11].

Прямые измерения  $H_0$  и  $\sigma_8$  с помощью астрофизических методов в современную или близкую к ней эпоху могут страдать от неизвестной систематической ошибки. Однако эксперименты, оперирующие с разного рода наблюдательной информацией, обладают несвязанными ошибками. Растущее год от года число экспериментов, результаты которых противоречат данным спутника «Планк», может являться указанием на отличную от  $\Lambda$ CDM эволюцию Вселенной в промежутке от рекомбинации до наших дней. Модель с распадающейся ТМ способна обеспечить нестандартную эволюцию космологических параметров в интересном интервале времен, которая может быть ответственна за объяснение кажущегося противоречия между измерениями космологических параметров на разных  $z$  [31, 33, 36, 38].

Наибольший прогресс в данном направлении был достигнут в [31]. В

данной работе была предложена модель двухкомпонентной ТМ для описания целого ряда противоречащих друг другу экспериментальных данных. Было впервые показано, что в моделях с нестабильной ТМ удастся согласовать измерения  $H_0$  и  $\sigma_8$  на разных  $z$ . Однако авторами работы не было учтено правдоподобие «Планк». Предполагалось, точность последнего эксперимента по исследованию анизотропии РИ достаточна для фиксации всех параметров, определяющих спектр РИ. Однако эффект слабого линзирования РИ на развивающихся неоднородностях гравитационного потенциала, приводящий к заметному искажению спектра РИ на малых угловых масштабах, учтен в [31] не был. В свою очередь данные спутника «Планк» могут оказаться чувствительными к дефициту линзирования, наблюдаемому в моделях с распадающейся ТМ.

Помимо рассмотренных экспериментов [20–27], определяющих амплитуду  $\sigma_8$  по распространенности скоплений галактик, а также по эффекту гравитационного линзирования, информацию о свойствах КСВ можно почерпнуть из наблюдений БАО и ИПКС. Результаты этих измерений могут также содержать следы многокомпонентной ТМ.

В работе [31] были найдены свидетельства распадающейся ТМ в отдельных измерениях БАО на промежуточных  $z$ . Однако авторы проявили избирательность в выборе данных [70–72] и весь остальной пласт БАО/ИПКС измерений исследован не был. Ввиду крайнего разнообразия экспериментов рассмотрение полной выборки данных может оказаться определяющим при ограничении пространства параметров  $\Lambda$ CDM модели.

Отдельного внимания заслуживает сигнал БАО, недавно обнаруженный в распределении облаков нейтрального водорода во Вселенной. Из данных структур, которые на момент  $z \sim 2 - 4$  только выходили на нелинейную стадию эволюции, в последствии образовались современные галактики. Водород, содержащийся в этих облаках, частично поглощает излучение квазаров, оставляя в их спектре линии поглощения. Наиболее эффективное поглощение

происходит на частоте, соответствующей линии Лайман- $\alpha$  в спектре атома водорода. По красному смещению этой линии можно восстановить расстояние, на котором находилось облако водорода, а по ее интенсивности – массу облака. Изучая пространственное распределение облаков нейтрального водорода во Вселенной, можно извлечь информацию о БАО на больших красных смещениях  $z \sim 2 - 4$ . Измеренный таким образом масштаб БАО не находит своего объяснения в рамках стандартной космологической модели и требует рассмотрения альтернативных сценариев эволюции Вселенной.

Модель с распадающейся ТМ может оказаться пригодной для объяснения данной аномалии БАО как утверждается в [31]. Однако авторами этой работы не было учтено правдоподобие экспериментов. Неучтенный эффект слабого линзирования РИ на развивающихся неоднородностях гравитационного потенциала может также оказать существенное влияние на ограничение пространства параметров модели.

В разделе 1.2 мы формулируем модель двухкомпонентной ТМ и изучаем ее основные свойства, позволяющие согласовать прямые астрофизические измерения с картиной анизотропии РИ по данным спутника «Планк». В разделе 1.3 мы исследуем влияние слабого линзирования РИ на пространство параметров модели с распадающейся ТМ. Для этого мы используем полное правдоподобие «Планк», что принципиальным образом отличается от подхода, продемонстрированного в [31]. В разделе 1.4 мы изучаем репрезентативную выборку измерений БАО/ИПКС по данным 12 выпуска Слоановского цифрового обзора неба на разных красных смещениях в промежутке  $0.15 < z < 0.75$  на предмет наличия в них следов многокомпонентной ТМ. Мы отдельно анализируем аномальный сигнал БАО в распределении облаков нейтрального водорода с помощью модели распадающейся ТМ. Наконец, в разделе 1.5 мы обсуждаем результаты и касаемся проблемы избытка линзирующего сигнала, имеющей место в данных спутника «Планк».

## 1.2. Космологическая модель с распадающейся темной материей

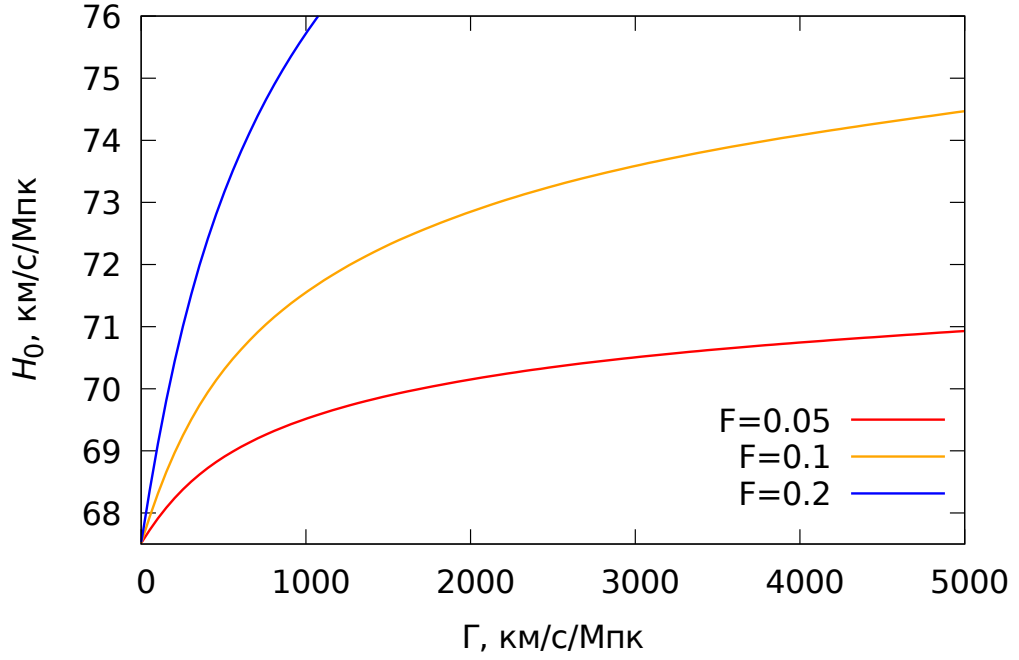
Рассмотрим  $\Lambda$ CDM модель (Decaying-Cold-Dark-Matter), в которой ТМ представлена двумя частям: первая является обыкновенной холодной ТМ  $\rho_{\text{sdm}}$ , вторая составлена из нерелятивистских и нестабильных частиц  $\rho_{\text{ddm}}$ , распадающихся с темпом  $\Gamma$  на невидимые ультрарелятивистские частицы  $\rho_{\text{dr}}$ . Эволюция пространственно-однородных величин  $\rho_{\text{ddm}}$  и  $\rho_{\text{dr}}$  описывается следующими уравнениями Больцмана

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{\text{ddm}} + 3H\rho_{\text{ddm}} &= -\Gamma\rho_{\text{ddm}} \\ \dot{\rho}_{\text{dr}} + 4H\rho_{\text{dr}} &= \Gamma\rho_{\text{ddm}}\end{aligned}\tag{1.1}$$

Будем интересоваться эволюцией параметров в данном сценарии начиная с некоторого момента когда  $\Gamma \ll H$ , определяемого с помощью масштабного фактора  $a_i$ . Для определения количества распадающейся ТМ удобно использовать параметры  $\Omega_{\text{sdm}} = \rho_{\text{sdm},0}/\rho_{\text{crit}}$  и  $\Omega_{\text{ddm},i} = \rho_{\text{ddm},i}/\rho_{\text{crit}} \cdot (a_i/a_0)^3$ , где  $\rho_{\text{sdm},0}$  — современная плотность стабильной ТМ,  $\rho_{\text{ddm},i}$  — количество нестабильной ТМ в начальный момент предшествующий распаду,  $\rho_{\text{crit}}$  — критическая плотность Вселенной, а  $a_0$  — масштабный фактор в современной Вселенной, обычно принимаемый за единицу. Согласно определениям параметр  $\Omega_{\text{sdm}}$  отвечает доле стабильной ТМ в современной плотности Вселенной, тогда как величина  $\Omega_{\text{ddm},i}$  равна вкладу который бы давала распадающаяся ТМ сегодня в случае  $\Gamma = 0$ . Можно определить имевшуюся изначально долю нестабильной ТМ  $F$  в терминах этих параметров следующим образом

$$F = \frac{\Omega_{\text{ddm},i}}{\Omega_{\text{sdm}} + \Omega_{\text{ddm},i}}\tag{1.2}$$

В дальнейшем мы будем описывать эволюцию двухкомпонентной ТМ с помощью  $F$  и  $\Gamma$ , измеряя  $\Gamma$  в единицах  $H_0$ , км/с/Мпк. Мы также предполагаем, что распад нестабильной ТМ происходит эффективно после рекомбинации в соответствии с [31]. Ввиду отсутствия достоверных экспериментальных

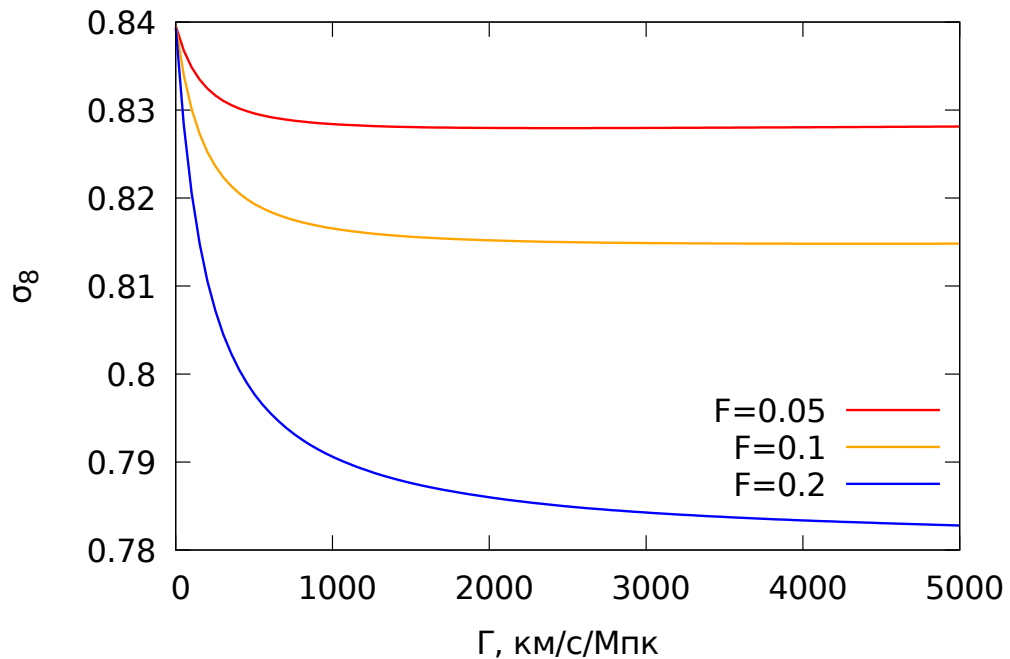


**Рис. 1.1.** Зависимость  $H_0$  от  $\Gamma$  для разных  $F$ . Стандартные космологические параметры фиксированы с помощью правдоподобия Planck + lowP в обозначениях [11].

свидетельств о «темных веках» Вселенной (период с возникновения РИ до образования первых звезд) для наших целей достаточно будет рассмотреть следующий интервал значений ширины распада  $\Gamma < 5000$  км/с/Мпк.

Данные «Планк» помимо параметров  $\Omega_{\text{dm}}h^2$ ,  $\Omega_{\text{b}}$ ,  $\ln(10^{10}A_s)$ ,  $n_s$ , непосредственно формирующих картину анизотропии температуры и поляризации РИ, фиксирует оптическую толщину реионизации  $\tau$ , которая ответственна за процессы звездообразования, и угол под которым сегодня виден звуковой горизонт эпохи последнего рассеяния  $\theta_*$ . Последняя величина чувствительна к поздней эволюции Вселенной, а значит ее точное значение при постоянстве остальных параметров определяет эволюцию на плоскости  $F - \Gamma$ . Данная зависимость при фиксированных  $\Lambda$ CDM параметрах продемонстрирована на Рис. 1.1.

Постоянство параметра  $\theta_*$  отвечает приближенному равенству  $\Omega_m h^3 \approx \text{const}$  [10]. Так как в  $\Lambda$ CDM модели часть ТМ успевает распасться к современной эпохе, то  $\Omega_m$  становится меньше, а значит  $H_0$  больше. Данное поведение позволяет согласовать прямые измерения постоянной Хаббла по наблюдени-



**Рис. 1.2.** Зависимость  $\sigma_8$  от  $\Gamma$  для разных  $F$ . Стандартные космологические параметры фиксированы с помощью правдоподобия Planck + lowP.

ям за сверхновыми  $H_0 \simeq 72 - 76$  км/с/Мпк [18, 69] с результатами спутника «Планк» [11].

Распад части ТМ в DCDM модели приводит также к отличной от  $\Lambda$ CDM картине линейных возмущений плотности материи. Согласно [32] спектр мощности на малых масштабах оказывается подавленными, что диктует меньшее значение амплитуды  $\sigma_8$ . Соответствующая зависимость приведена на Рис. 1.2.

Эволюция, продемонстрированная на Рис. 1.2, позволяет объяснить меньшее значение амплитуды линейных возмущений плотности материи сегодня, наблюдаемое в ряде экспериментов [20–27].

Таким образом, DCDM обладает необходимым потенциалом для разрешения, или, по крайней мере, ослабления противоречий, существующих между результатами прямых измерений  $H_0$  и  $\sigma_8$  с одной стороны и предсказаниями спутника «Планк» с другой. В дальнейшем, мы аккуратно исследуем данную возможность и проверим на совместимость необходимую для этого область значений  $F \simeq 10\%$  согласно [31].

### 1.3. Гравитационное линзирование

В работе [31] была предложена модель двухкомпонентной ТМ, рассмотренная нами в разделе 1.2, для согласования астрофизических измерений на малых  $z$  с результатами спутника «Планк» [10]. В работе были использованы результаты прямых измерений постоянной Хаббла [73] и амплитуды линейных возмущений плотности материи по эффекту Сюняева-Зельдовича в спектре РИ [74]. На примере этих данных была продемонстрирована высокая эффективность  $\Lambda$ CDM модели в разрешении имеющихся противоречий в экспериментальной космологии.

Однако в работе [31] ограничения на параметры  $\Lambda$ CDM модели были получены без учета правдоподобия *Planck*. Все параметры, определяющие анизотропию температуры и поляризации в момент образования РИ были зафиксированы на уровне модели, обеспечивающей максимальное правдоподобие *Planck* [10]. Это гарантировало идентичность картины анизотропии на момент последнего рассеяния фотонов в  $\Lambda$ CDM и  $\Lambda$ CDM моделях. Кроме этого в работе [31] был зафиксирован угол под которым сегодня виден звуковой горизонт эпохи последнего рассеяния  $\theta_*$  в соответствии с [10]. Это обеспечивало *почти* полное совпадение спектров РИ, измеряемых сегодня в разных моделях, ценой увеличения  $H_0$  и уменьшения  $\Omega_m$ , см. раздел 1.2. Тем не менее картины анизотропии РИ в двух рассматриваемых моделях не тождественны друг другу по причине различной эволюции неоднородностей гравитационного потенциала в них. Даже если соответствующие искажения РИ малы, они могут оказаться существенными ввиду прецизионных измерений спутника «Планк».

Отдельного замечания заслуживает тот факт, что сама  $\Lambda$ CDM модель не идеально описывает данные спутника «Планк». Провал в температурном спектре  $C_l$  в области  $l \sim 20$ , а также усиление амплитуды линзирования, извлекаемой из области больших  $l$  двухточечных корреляционных функций,

не находят своего объяснения в рамках стандартной космологической модели. Второй эффект имеет ключевое значение <sup>1</sup>, так как эволюция неоднородностей гравитационного потенциала происходит по-разному в рассматриваемых двух моделях, см. раздел 1.2. Согласно этой проблеме правдоподобие *Planck* предпочитает больший спектр мощности линзирующего потенциала  $C_l^{\phi\phi}$ , что приводит к аномально большому значению вспомогательного параметра  $A_L = 1.22 \pm 0.1 (1\sigma)$  (TT + lowP) [11], определяемого через  $C_l^{\phi\phi} \rightarrow A_L C_l^{\phi\phi}$ . Этот эффект, содержащийся в правдоподобии *Planck*, оказался неучтенным в [31].

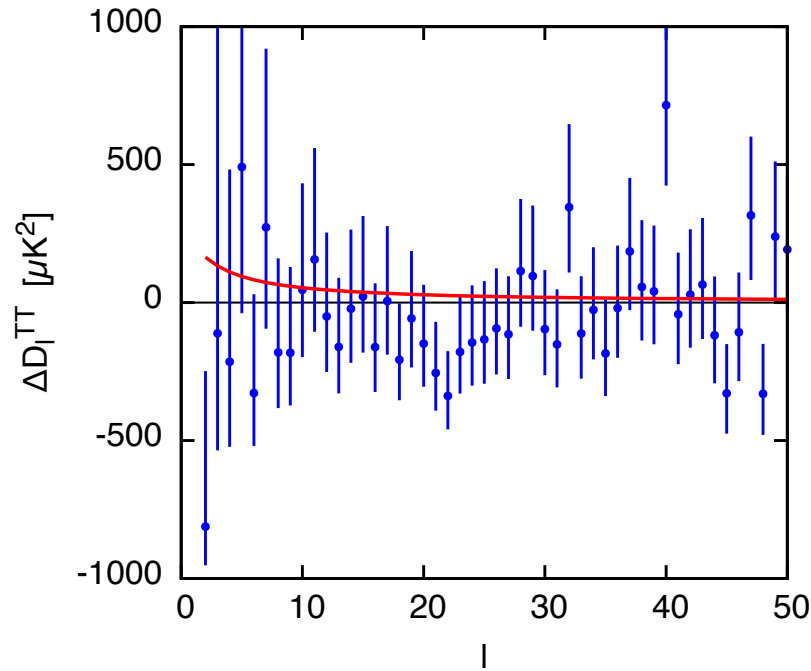
В общем случае существует два источника искажений спектра РИ, которые несут отпечаток более поздней эволюции Вселенной. Первый из них связан с интегральным эффектом Сакса-Вольфа и заключается в увеличении амплитуды спектра  $C_l$  на больших угловых масштабах, сравнимых с современным размером горизонта. Данный эффект связан с существованием темной энергии во Вселенной и заключается в подавлении гравитационных потенциалов на  $\Lambda$ -доминированной стадии. В  $\Lambda$ CDM модели вследствие распада части ТМ параметр  $\Omega_m$  становится меньше, а значит вклад темной энергии в современную плотность Вселенной, описываемый  $\Omega_\Lambda$ , больше по сравнению с аналогичной величиной в  $\Lambda$ CDM модели. Данное поведение ведет к более выраженному эффекту Сакса-Вольфа, а значит и к большей амплитуде спектра  $C_l$  в области малых  $l$ . Однако величина этого искажения оказывается незначительной. Разница спектра ТТ в двух рассматриваемых моделях не превышает уровня космической неопределенности, что следует из Рис. 1.3.

Вторым источником искажений спектра РИ служит гравитационное линзирование фотонов на неоднородностях гравитационного потенциала в поздней Вселенной. В  $\Lambda$ CDM модели часть ТМ в промежутке от рекомбинации до современной эпохи распадается, что приводит к меньшей амплитуде линейных возмущений плотности материи согласно разделу 1.2 и, как следствие, к

---

<sup>1</sup> На самом деле, упомянутые два эффекта скоррелированы, о их связи см. [11].

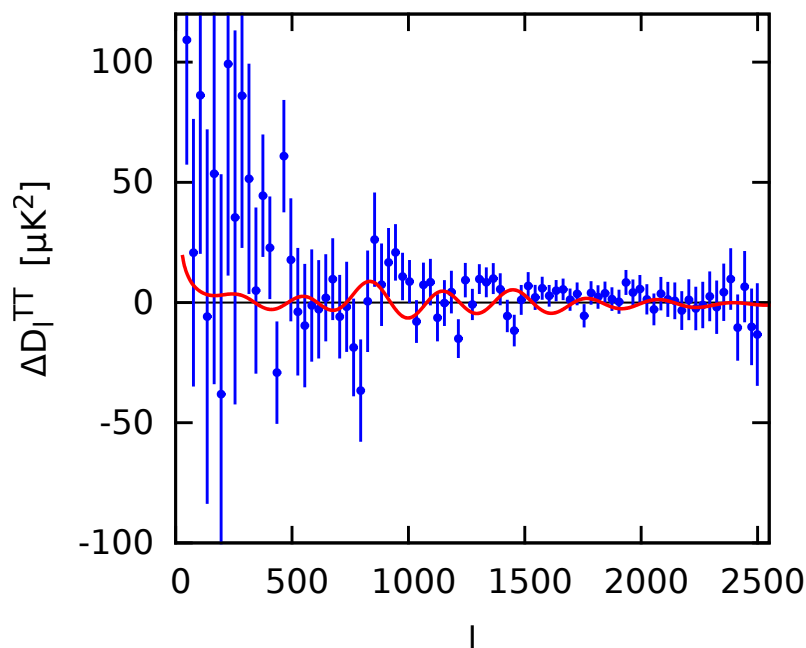




**Рис. 1.3.** Эффект Сакса-Вольфа для  $D_l = l(l+1)C_l/2\pi$ . Синими точками с погрешностями изображена разница ТТ спектра, измеренного спутником «Планк», и предсказанием  $\Lambda$ CDM модели, соответствующим максимальному правдоподобию ТТ, ТЕ, ЕЕ + lowP [11]. Красной линией изображена разница ТТ спектра в DCDM и  $\Lambda$ CDM моделях ( $F = 0.1$ ,  $\Gamma = 2000$  км/с/Мпк, остальные параметры фиксированы с помощью правдоподобия ТТ, ТЕ, ЕЕ + lowP в  $\Lambda$ CDM модели).

меньшей амплитуде линзирующего потенциала. Последнее положение находится в прямом противоречии с данными «Планк» в области малых угловых масштабов, обсуждавшимся выше.

Чтобы продемонстрировать значимость гравитационного линзирования реликтовых фотонов мы изобраили разницу температурного спектра мощности в DCDM ( $F = 0.1$ ,  $\Gamma = 2000$  км/с/Мпк) и  $\Lambda$ CDM моделях, фиксируя остальные параметры с помощью правдоподобия ТТ, ТЕ, ЕЕ + lowP в  $\Lambda$ CDM модели, на Рис. 1.4. Разница в предсказаниях двух моделей изображена красной линией на Рис. 1.4. Синими точками на рисунке отмечены измерения температурного спектра спутником «Планк» после усреднения на соответствующих участках шириной  $\Delta l = 30$  и вычитания предсказания  $\Lambda$ CDM модели, соответствующего максимальному правдоподобию ТТ, ТЕ, ЕЕ + lowP, а синими вертикальными линиями изображены  $1\sigma$  неопределенности в данных. Согласно Рис. 1.4 разница между предсказаниями спектра в  $\Lambda$ CDM и



**Рис. 1.4.** Эффект гравитационного линзирования для  $\mathcal{D}_l = l(l+1)C_l/2\pi$ . Синими точками с погрешностями изображена разница ТТ спектра, измеренного спутником «Планк», и предсказанием  $\Lambda$ CDM модели, соответствующим максимальному правдоподобию ТТ, ТЕ, ЕЕ + lowP [11]. Красной линией изображена разница ТТ спектра в DCDM и  $\Lambda$ CDM моделях ( $F = 0.1$ ,  $\Gamma = 2000$  км/с/Мпк, остальные параметры фиксированы с помощью правдоподобия ТТ, ТЕ, ЕЕ + lowP в  $\Lambda$ CDM модели).

DCDM моделях уже различима с помощью высокоточных данных спутника «Планк». Это значит, что слабое линзирование фотонов на неоднородностях гравитационного потенциала, приводящее к сглаживанию анизотропии РИ на малых угловых масштабах, является существенным. Несмотря на то, что данный эффект надлежащим образом учтен при вычислении ТТ спектра, предсказание  $\Lambda$ CDM модели не идеально описывает данные спутника «Планк». Это происходит по причине усиленного линзирующего сигнала, извлекаемого из двухточечных корреляционных функции на малых угловых масштабах. Проявлением этого является осцилляционная зависимость в данных ТТ спектра, наблюдаемая на Рис. 1.4. DCDM рассмотрение, наоборот, приводит к меньшей амплитуде линзирующего потенциала и меньшему сглаживанию картины анизотропии. По этой причине разница в предсказаниях DCDM и  $\Lambda$ CDM моделей, отмеченная красной линией на Рис. 1.4, находится в противофазе с колебаниями температурного спектра, измеренного спутни-

ком «Планк». Таким образом,  $\Lambda$ CDM модель хуже описывает правдоподобие спутника «Планк».

Учет слабого линзирования необходим при исследовании проявлений распадающейся ТМ на картину анизотропии РИ. Получение актуальных ограничений на пространство параметров  $\Lambda$ CDM модели возможно лишь при использовании полного правдоподобия спутника «Планк».

### 1.3.1. Космологические данные

Для нахождения апостериорных распределений параметров мы используем правдоподобие  $TT, TE, EE$ , которое включает в себя измерение двухточечных корреляционных функций  $TT, TE, EE$  в области  $l \geq 30$  [11]. На больших  $l$  в этих данных учтен важный для нас эффект слабого линзирования фотонов на развивающихся неоднородностях гравитационного потенциала, проявляющийся в сглаживании картины акустических колебаний (пики становятся ниже, впадины приподнимаются).

Следующим правдоподобием, оказывающим существенное влияние на пространство параметров модели, является поляризация  $TE, EE$  в области малых мультиполей  $2 \leq l \leq 29$  [11], обозначаемая нами как lowP. Ключевым в этих данных является пик в корреляционной функции  $TE$ , амплитуда которого фиксирует оптическую толщину реионизации  $\tau$ .

Еще одним источником информации о слабом линзировании на галактиках и их скоплениях является прямое измерение спутником «Планк» спектра мощности линзирующего потенциала [75], обозначаемое далее как lens. Амплитуда линзирования в данном случае определяется непосредственно по негаусовой части 4-х точечных корреляционных функций ( $TTTT, TTTE$ , и т.д.), появляющейся в результате слабого линзирования реликтовых фотонов на неоднородностях гравитационного потенциала в позднюю эпоху. Данный способ извлечения  $C_l^{\phi\phi}$  обладает существенным преимуществом перед определением линзирующего сигнала по двухточечным корреляционным функциям

Обозначение	Данные
Pol	(TT, TE, EE + $H_0$ + CL) + lowP
Lens	(TT, TE, EE + $H_0$ + CL) + lens
Pol + Lens	(TT, TE, EE + $H_0$ + CL) + lowP + lens

**Таблица 1.1.** Обозначения наборов, используемых при построении апостериорных распределений.

TT, TE, EE. Правдоподобие lens не опирается на эволюцию Вселенной после формирования РИ и определяется напрямую по искажениям, вносимым непосредственно гравитационным рассеянием в карты спутника «Планк» на малых  $z$ .

В качестве измерений на малых  $z$ , конфликтующих с результатами спутника «Планк» в рамках  $\Lambda$ CDM модели, нами были задействованы более свежие данные по сравнению с употребленными в [31]. А именно, мы используем прямое астрофизическое измерение постоянной Хаббла 2016 года выпуска [18], обозначаемое как  $H_0$ . Мы также воспользовались измерением амплитуды линейных возмущений плотности материи в современную эпоху с помощью каталога скоплений галактик спутника «Планк», составленного по эффекту Сюняева-Зельдовича [20]. На это измерение мы ссылаемся в дальнейшем как CL.

Нашей задачей является исследование  $\Lambda$ CDM модели на предмет согласования данных спутника «Планк» с прямыми измерениями  $H_0$  и  $\sigma_8$  на малых  $z$ . Поэтому в дальнейшем мы используем набор (TT, TE, EE +  $H_0$  + CL). Однако амплитуда линзирования, информация о которой содержится в правдоподобии TT, TE, EE, противоречит прямым измерениям lens [11]. Поэтому нами будут рассмотрены три возможные комбинации данных (TT, TE, EE +  $H_0$  + CL) с lowP, lens и lowP+lens, см. Таб. 1.1. Обозначения, указанные в Таб. 1.1, подчеркивают различие между используемыми наборами.

### 1.3.2. Расчет функции правдоподобия

Для нахождения апостериорного распределения был использован метод моделирования Монте-Карло марковских цепочек в многомерном пространстве космологических параметров. Для конкретной реализации метода нами было задействовано математическое обеспечение MontePython [76, 77]. При этом теоретические спектры мощности и анизотропии РИ были вычислены с помощью имеющегося в свободном доступе пакета CLASS [78].

$\Lambda$ CDM модель описывается 6 стандартными параметрами: углом под которым виден сегодня звуковой горизонт сферы последнего рассеяния  $\theta_*$ , плотностью барионного вещества  $\Omega_b h^2$  и холодной темной материи  $\Omega_{\text{dm}} h^2$  в современную эпоху, оптической толщиной реионизации  $\tau$ , амплитудой  $\ln(10^{10} A_s)$  и наклоном  $n_s$  спектра начальных скалярных возмущений. Для описания эволюции в DCDM модели было использовано 2 дополнительных параметра: доля распадающейся ТМ F и ширина соответствующего распада  $\Gamma$ . Мы считаем всюду, что Вселенная пространственно-плоская  $\Omega_K = 0$ , а сумма масс нейтрино фиксирована на уровне своей нижней границы в соответствии с осцилляционными экспериментами  $\sum m_\nu = 0.06$  эВ (случай прямой иерархии массовых состояний).

### 1.3.3. Ограничения на параметры модели

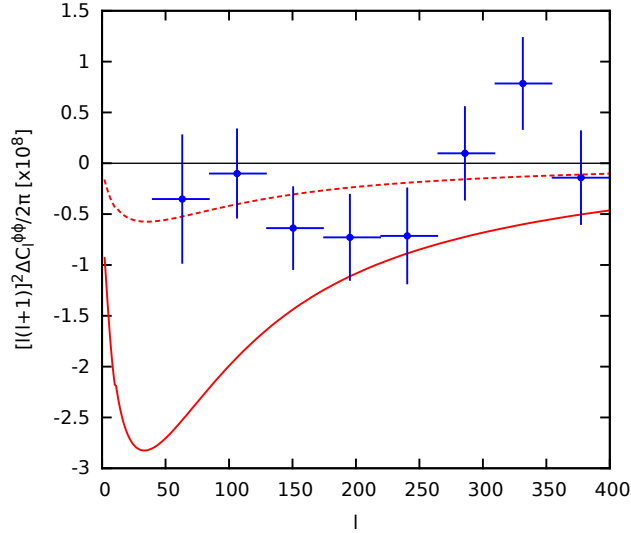
Как было показано в начале раздела 1.3, слабое линзирование фотонов на неоднородностях гравитационного потенциала в позднюю эпоху играет ключевую роль при исследовании проявлений DCDM модели в спектре РИ. Учет полного правдоподобия TT, TE, EE приводит к результату  $F < 5.6\%$  ( $2\sigma$ ). Данное ограничение доли нестабильной ТМ намного сильнее приведенного в [31]. Это происходит по причине не учтенного правдоподобия спутника «Планк» в работе [31] и, как следствие, потери информации о гравитационном линзировании реликтовых фотонов в поздней Вселенной.

В частности, предпочтение в данных спутника «Планк» большей амплитуды линзирующего потенциала, которое обсуждалось в разделе 1.3, не позволяет полностью согласовать прямые измерения постоянной Хаббла и амплитуды линейных возмущений плотности материи с результатами спутника «Планк» в рамках  $\Lambda$ CDM модели. Необходимая для этого доля  $F \simeq 10\%$  согласно [31] запрещена на уровне  $2\sigma$ . В дальнейшем нами будет исследован вопрос влияния других космологических данных, ограничивающих амплитуду линзирования, на пространство параметров  $\Lambda$ CDM модели.

Данные lowP сами по себе еще не ограничивают амплитуду линзирования. Влияние данных по поляризации проясняется при учете правдоподобия TT, TE, EE. Недостаток линзирования, продемонстрированный на Рис. 1.4, влечет рост амплитуды начального спектра скалярных возмущений  $A_s$ . Это приводит к увеличению амплитуды спектра  $C_l^{TT}$ , что в свою очередь требует большего  $\tau$  для согласия с экспериментальными данными спутника «Планк». Но последний параметр фиксирован по данным набора lowP. В результате, доля распадающейся ТМ при учете правдоподобия TT, TE, EE + lowP оказывается ограниченной еще сильнее,  $F < 3.7\%$  ( $2\sigma$ ).

Ситуация меняется на противоположную, если мы учитываем прямое измерение спектра мощности линзирующего потенциала  $C_l^{\phi\phi}$  по данным спутника «Планк». Здесь также имеется несоответствие между предсказанием  $\Lambda$ CDM модели и измерением lens. Однако теперь согласно правдоподобию lens предпочтение отдается меньшей амплитуде линзирования, см. Рис. 1.5. Таким образом, ограничение на долю распадающейся ТМ при учете правдоподобия TT, TE, EE + lens ослабляется,  $F < 7.1\%$  ( $2\sigma$ ).

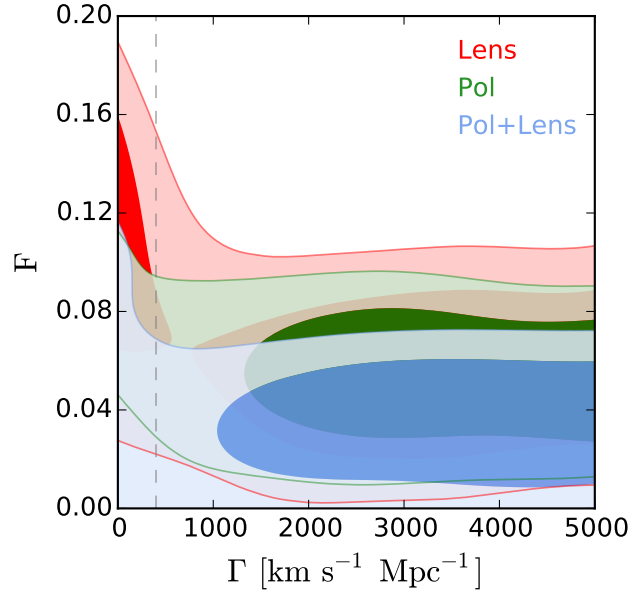
Следующим шагом является комбинирование данных спутника «Планк» с прямыми астрофизическими измерениями  $H_0$  и CL и построение апостериорных распределений параметров  $F$ ,  $\Gamma$ ,  $H_0$ ,  $\Omega_m$  и  $\sigma_8$ . Так как определяющим фактором в ограничении пространства параметров  $\Lambda$ CDM модели является эффект слабого линзирования фотонов на неоднородностях потенциала,



**Рис. 1.5.** Синими точками с погрешностями изображена разница спектра мощности линзирующего потенциала  $C_l^{\phi\phi}$  по данным правдоподобия lens и предсказанием  $\Lambda$ CDM модели, соответствующим максимальному правдоподобию TT, TE, EE + lowP. Красными кривыми изображена разница  $C_l^{\phi\phi}$  в DCDM и  $\Lambda$ CDM моделях: сплошная линия соответствует выбору  $F = 0.1, \Gamma = 2000$  км/с/Мпк (остальные параметры фиксированы с помощью правдоподобия TT, TE, EE + lowP в  $\Lambda$ CDM модели), тогда как пунктирная линия получена для параметров, обеспечивающих максимальное правдоподобие TT, TE, EE + lowP + lens в DCDM модели.

а также ввиду различного предпочтения амплитуды линзирования, содержащейся в данных TT, TE, EE и lens, мы исследуем каждый вариант по отдельности в соответствии с Таб. 1.1.

Соответствующие ограничения на параметры DCDM модели представлены на Рис. 1.6. Согласно Рис. 1.6 допустимая доля распадающейся темной материи  $F \simeq 2 - 7\%$  практически не зависит от  $\Gamma$  в интервале  $1000$  км/с/Мпк  $\lesssim \Gamma \lesssim 5000$  км/с/Мпк. В рассматриваемом диапазоне ширины ТМ успевает полностью распасться к настоящему времени,  $\Gamma \gg H_0$ . Область  $\Lambda$ CDM модели, соответствующая линии  $F = 0$ , находится в согласии с данными на уровне достоверности  $2\sigma$  только для комбинированного набора Pol + Lens. Рост  $F$  при малых  $\Gamma$  отвечает долгоживущей ТМ, которая не успевает распасться к настоящему моменту. В случае  $\Gamma \ll H_0$  такая распадающаяся ТМ не отличима от стабильной и любое  $F \leq 1$  допустимо. Однако область малых  $\Gamma \lesssim 400$  км/с/Мпк не разрешается на Рис. 1.6 и тре-

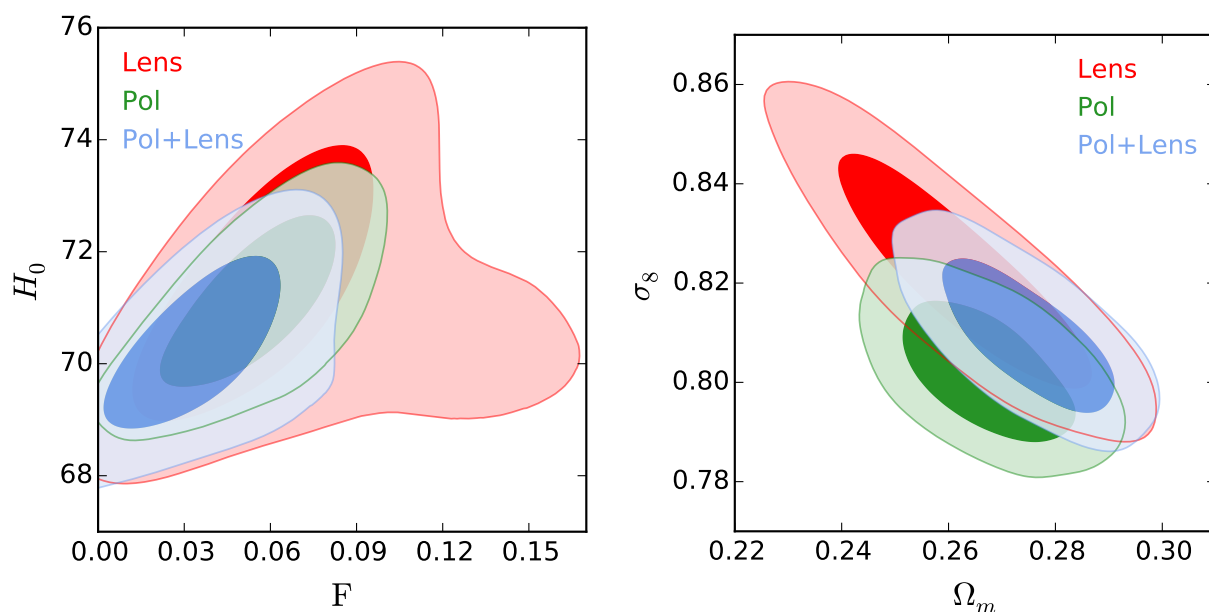


**Рис. 1.6.** Апостериорное распределение параметров  $F$ ,  $\Gamma$  ( $1\sigma$  и  $2\sigma$  контуры) в DCDM модели. Используемые наборы данных приведены в Таб. 1.1. Область слева от пунктира, соответствующая  $\Gamma \lesssim 400$  км/с/Мпк, не разрешается, а потому неадекватно описывает распределение параметров.

бует отдельного рассмотрения за рамками данной работы, см. например [32]

Апостериорные распределения параметров  $H_0$ ,  $\Omega_m$ ,  $\sigma_8$  представлены на Рис. 1.7. Область наибольших  $F$  и небольших  $H_0$  внутри  $2\sigma$  контура на плоскости  $F - H_0$  отвечает ТМ с большим временем жизни и соответствует на Рис. 1.6 интервалу  $\Gamma \ll 1000$  км/с/Мпк. Область наибольших  $\sigma_8$  и наименьших  $\Omega_m$  на плоскости  $\Omega_m - \sigma_8$  отвечает короткоживущей темной материи и соответствует на Рис. 1.6 наибольшему  $F$  в интервале  $1000$  км/с/Мпк  $\lesssim \Gamma \lesssim 5000$  км/с/Мпк. Амплитуда линейных возмущений плотности в DCDM модели с ростом  $F$  растет вопреки ожиданиям, см. раздел 1.3. Это происходит по причине характера измерений CL, которые ограничивают комбинацию  $\sigma_8(\Omega_m/0.27)^{0.3}$  [20], а также специфики правдоподобия lens, эффективно определяющей  $\sigma_8\Omega_m^{1/4}$  [75].





**Рис. 1.7.** Апостериорное распределение параметров  $H_0$ ,  $F$ , а также  $\sigma_8$ ,  $\Omega_m$  в DCDM модели ( $1\sigma$  и  $2\sigma$  контуры). Используемые наборы данных приведены в Таб. 1.1.

### 1.3.4. Оценка адекватности DCDM модели

Для оценки адекватности модели при описании фиксированного набора экспериментальных данных мы сравниваем разницу логарифмов функций правдоподобия  $\Delta \ln L$ , взятую в точках максимального правдоподобия каждой из моделей. Величина  $2 \cdot \Delta \ln L$  имеет распределение  $\chi_n^2$ , где  $n$  — число степеней свободы, равное разнице свободных параметров в двух рассматриваемых моделях. DCDM модель по сравнению с  $\Lambda$ CDM имеет два дополнительных параметра,  $F$  и  $\Gamma$ , поэтому в нашем случае  $n = 2$ . Улучшение описания наблюдательных данных в DCDM модели по сравнению с  $\Lambda$ CDM приведено в Таб. 1.2.

Улучшение описания наблюдательных данных в DCDM модели по сравнению с  $\Lambda$ CDM действительно имеет место в соответствии с Таб. 1.2. Однако соответствующее улучшение не столь значительно, как предполагалось ранее, см. [31]. Как уже упоминалось, причина этого заключается в неучтенном ранее эффекте слабого линзирования РИ, содержащимся в правдоподобии ТТ, ТЕ, ЕЕ. Амплитуда линзирования, извлекаемая спутником «Планк» из

Набор	$\Delta\chi^2$	p-value	Улучшение
Pol	5.58	0.0029	$1.86\sigma$
Lens	6.16	0.1466	$2\sigma$
Pol + Lens	2.84	0.0126	$1.17\sigma$

**Таблица 1.2.** Улучшение описания наблюдательных данных в  $\Lambda$ CDM модели над  $\Lambda$ CDM для трех наборов, представленных в Таб. 1.1. Превышение числа свободных параметров в  $\Lambda$ CDM модели по сравнению с  $\Lambda$ CDM составляет 2.

двухточечных корреляционных функций в области больших  $l$ , оказывается завышенной по сравнению с ожиданием  $\Lambda$ CDM модели. Продемонстрированное на Рис. 1.4 несоответствие теории с экспериментом входит во все космологические наборы и является общим для двух рассматриваемых моделей. Причем для  $\Lambda$ CDM модели упомянутое несоответствие оказывается сильнее, вследствие распада части ТМ и ослабления гравитационного потенциала в поздней Вселенной. Что и служит причиной настоящих сильных ограничений, полученных в разделе 1.3.3.

Упомянутые ограничения способны в будущем как вовсе исключить  $\Lambda$ CDM модель, так и оказаться несущественными. Действительно, вначале должна быть решена проблема избыточного линзирующего сигнала, содержащегося в данных спутника «Планк» ТТ, ТЕ, ЕЕ. При наличии в данных «Планк» неучтенной системой ошибки), сильные ограничения на пространство параметров  $\Lambda$ CDM модели, обсуждавшиеся в разделе 1.3.3, могут быть сняты. В этом случае, больше ТМ сможет распасться и при достижения  $F \simeq 10\%$  результаты астрофизических измерений на малых  $z$  и данные анизотропии РИ окажутся согласованы [31].

## 1.4. Крупномасштабная структура Вселенной

Извлечение осцилляторной зависимости распределения структур, обусловленной возмущениями барион-фотонной среды до рекомбинации, является одним из самых точных методов определения эволюции Вселенной на разных космологических временах. При этом измерения БАО имеют свою специфику и могут существенно отличаться друг от друга.

Для описания БАО на малых  $z$  используется усредненная по трем направлениям в импульсном пространстве величина

$$\frac{D_V(z)}{r_d} = \frac{[z(1+z)^2 D_A^2(z) D_H(z)]^{1/3}}{r_d} \quad (1.3)$$

где  $D_A(z) = (1+z)^{-1} \int_0^z dz'/H(z')$  — расстояние углового размера,  $D_H(z) = 1/H(z)$ , а  $r_d$  — сопутствующий размер звукового горизонта в эпоху взаимодействия барионного и фотонного газов. Данный тип ограничений называется изотропным, так как соответствующее измерение определяют одну величину  $D_V(z)/r_d$ . Это происходит по причине небольшого объема данных, недостаточного для извлечения  $D_A$  и  $D_H$  по отдельности, что обычно имеет место при анализе КСВ на малых  $z$ .

Самыми точными измерениями БАО обладают обзоры неба, которые исследуют распределение галактик на промежуточных  $z$ . В данной области красных смещений наблюдаемого количества галактик достаточно для извлечения ограничений на пространство параметров  $D_A/r_d - D_H/r_d$ . Данный тип измерений называется анизотропным, потому что позволяет определить одновременно расстояние углового размера  $D_A(z)$  и темп расширения Вселенной  $H(z)$  в единицах сопутствующего размера звукового горизонта эпохи рекомбинации  $r_d$ .

В последнее время стало возможным извлечение непрерывной во времени эволюции сигнала БАО. Для этого интервал красных смещений разбивается на большое число пересекающихся друг с другом частей, в каждой из кото-

рых ставится свое ограничение на пространство параметров  $D_A/r_d - D_H/r_d$ . Существенная ширина  $\Delta z$  этих интервалов с одной стороны позволяет произвести точные измерения  $D_A/r_d$  и  $D_H/r_d$ . С другой, является причиной скоррелируемости измерений на разных  $z$  ввиду использования пересекающихся наборов галактик на разных участках шириной  $\Delta z$ . Последнее должно быть учтено при помощи недиагональных элементов ковариационной матрицы измерений. Данный тип ограничений позволяет извлечь информацию об эволюции физических величин во времени, таких как уравнение состояния динамической темной энергии  $\omega(z)$ . Однако измерения подобного рода могут представлять интерес и в свете ограничений параметров  $\Lambda$ CDM модели по причине большого числа достаточно точных измерений, обладающих малой статистической неопределенностью, а значит и наибольшим вкладом в функцию  $\chi^2$ .

В общем случае, главным преимуществом измерений БАО является их геометрический характер. Масштаб БАО практически не подвержен влиянию нелинейной динамики структур, извлекается напрямую и не зависит от неизвестных параметров смещения. По этим причинам, рассмотренные выше измерения являются самыми точными при анализе КСВ и обладают наибольшей предсказательной силой.

Несмотря на то, что БАО являются наиболее точными измерениями, полная форма спектра неоднородностей плотности материи на космологических масштабах несет в себе заведомо большее количество информации о свойствах КСВ. При построении полного трехмерного распределения галактик, чтобы определить радиальное расстояние до источника, используют его красное смещение. Определяемую по спектроскопии скорость удаления объекта принято отождествлять с положением источника в пространстве красных смещений  $z$ . Однако измеренная таким образом скорость, помимо данных о расширении Вселенной, несет информацию о падении объекта на центр невидимого крупномасштабного сгустка ТМ, а также о собственном дви-

жении галактик внутри скоплений. В этом случае измеренное расстояние до объекта, а значит и поле плотности материи  $\delta_m = \delta\rho_m/\rho_m$ , оказываются искаженными. Однако, по величине вносимых искажений можно определить дополнительную информацию. Определенные таким образом дисперсия скоростей, индуцированная потенциалом невириализованных крупномасштабных сгустков ТМ, а также плотность материи и представляют собой измерения ИПКС.

ИПКС, посредством измерения дисперсии собственных (пекулярных) скоростей галактик, индуцированных полем невириализованных крупномасштабных сгустков ТМ, позволяет определить логарифмический темп роста линейных возмущений плотности материи  $f = d \ln \delta_m / d \ln a$ . В линейном приближении  $f = -\theta/\delta_m$ , где  $\theta = \nabla \mathbf{u}/aH$  и  $\mathbf{u}$  — собственная скорость барионов и ТМ в поле невириализованных крупномасштабных сгустков ТМ. Таким образом, по амплитуде ИПКС удастся извлечь еще одну наблюдаемую —  $f$ . Это может оказаться существенным при сравнении  $\Lambda$ CDM и DCDM моделей, в которых рост структур происходит по-разному.

Измерения ИПКС подвержены влиянию нелинейных эффектов и зависят от неизвестных параметров смещения, так как амплитуда плотности нерелятивистской материи напрямую не измеряется, а восстанавливается по трехмерному распределению галактик. Помимо этого, данные ИПКС вырождены с параметрами, определяющими эволюцию Вселенной. В результате чего, данный тип измерений обладает большими неопределенностями по сравнению с БАО, а полученные в их результате ограничения обладают небольшой статистической значимостью.

Нашей задачей является анализ всех современных, имеющихся на данный момент, измерений БАО/ИПКС на предмет наличия в ней следов многокомпонентной ТМ <sup>2</sup>. Даже если результаты основаны на одной выборке

---

<sup>2</sup> Отметим, что хотя в оригинальной работе «Планк» [12] было показано, что результаты одного измерения [79] совместны с предсказанием  $\Lambda$ CDM модели, анализа всех имеющихся на текущий момент

галактик, ограничения, получаемые в каждом отдельном анализе, могут существенно отличаться. Разные обработки отличаются друг от друга типом налагаемых ограничений, разбиением интервала красных смещений, а также процедурой анализа данных. Помимо этого, сигналы БАО/ИПКС могут быть определены как из анализа корреляционной функции в конфигурационном представлении, так и из спектра мощности в сопряженном Фурье пространстве. Все это говорит о большом разнообразии ограничений, часть из которых может содержать следы новой физикой, не совместной с предсказаниями  $\Lambda$ CDM модели, что было, например, продемонстрировано в [31].

Наиболее интригующим указанием на новую физику за пределами стандартной космологической модели является не так давно измеренный сигнал БАО в распределении облаков нейтрального водорода. По многократному повторению линий поглощений Лайман- $\alpha$  в оптическом спектре далеких квазаров вычислялось распределение облаков нейтрального водорода во Вселенной на  $2 < z < 3.4$ . Уникальность этих измерений заключается в том, что с их помощью можно определить масштаб БАО на самых ранних временах, соответствующих  $z_{\text{eff}} \approx 2.4$ . Полученные таким образом ограничения являются независимым источником информации об эволюции Вселенной в ту эпоху.

Впервые БАО сигнал на больших  $z$  был зафиксирован во взаимнокорреляционной функции между распределением облаков нейтрального водорода и квазаров по данным 11 выпуска Слоановского цифрового обзора неба [80]. Затем, аналогичный сигнал был обнаружен в автокорреляционной функции  $\text{Ly-}\alpha$ – $\text{Ly-}\alpha$  [81]. Оба результата не сходились с предсказанием  $\Lambda$ CDM модели. Если ошибки в определении корреляционных функций  $\text{Ly-}\alpha$ – $\text{Q}$  и  $\text{Ly-}\alpha$ – $\text{Ly-}\alpha$  независимы (что многократно подтверждалось в анализе карт, см. [81, 82]), то данные два типа ограничений могут считаться независимыми. В этом случае, расхождение со стандартной моделью достигает  $\approx 2.5\sigma$  [81]. Таким образом, если в данных отсутствуют неучтенные систематические ошибки,

---

данных БАО/ИПКС проведено не было

то измеренный масштаб БАО указывает на отличную от  $\Lambda$ CDM эволюцию Вселенной на  $z_{\text{eff}} \approx 2.4$ .

Стоит отдельно отметить, что такие популярные расширения  $\Lambda$ CDM модели как ненулевая пространственная кривизна Вселенной или темная энергия с динамическим уравнением состояния только ослабляют соответствующее расхождение и не ведут к полному исчезновению  $L\gamma$ - $\alpha$  аномалии, см. например [83, 84].

Согласно представленному анализу в [31] небольшая доля ТМ, распадающейся после рекомбинации, способна согласовать аномальный результат БАО на  $z_{\text{eff}} \approx 2.4$  с остальными измерениями. Однако, авторами этой работы не учитывалось правдоподобие данных. Ими также не был учтен эффект слабого линзирования фотонов на неоднородностях гравитационного потенциала, важность которого была продемонстрирована в разделе 1.3.

Ключевым в данном случае является тот факт, что измерения БАО/ИПКС соответствуют относительно небольшим красным смещениям. А значит, наблюдаемое с их помощью отклонения от предсказаний  $\Lambda$ CDM модели можно будет трактовать в качестве еще одного несоответствия, существующего между измерениями на малых  $z$  и данными спутника «Планк» (подробнее об этом см. в разделах 1.1 и 1.2).

#### 1.4.1. Космологические данные

Для описания БАО на малых  $z$  мы используем каталог Main Galaxy Sample Слоановского цифрового обзора неба, соответствующий  $z_{\text{eff}} = 0.15$ , [85] и результат 6dF Galaxy Survey на  $z_{\text{eff}} = 0.106$  [86], полученный австралийской астрономической обсерваторией, обозначаемые далее как MGS и 6dFGS, соответственно. Наборы галактик, которые использовались в этих исследованиях, практически не пересекаются. По этой причине MGS и 6dFGS представляют независимые измерения, которые могут быть объединены в один набор для получения более точных ограничений.

В качестве анализа БАО на промежуточных  $z$  нами были задействованы результаты 12 выпуска данных Слоановского цифрового обзора неба на  $0.15 < z < 0.75$ . Во-первых, мы используем результаты с разбиением интервала красных смещений на два участка  $0.15 < z < 0.43$  и  $0.43 < z < 0.7$ , в которых сигнал БАО извлекается из спектра мощности материи [87] и корреляционной функции [88]. Мы также используем ограничения [79], являющиеся результатом объединения большого числа совместных между собой измерений БАО в трех интервалах красного смещения. Во-вторых, мы используем результаты нового метода извлечения непрерывной эволюции сигнала БАО, выполненного в Фурье [89] и конфигурационном [90] пространствах. Ограничения на параметры  $D_A/r_d$ ,  $D_H/r_d$  в данном случае были получены путем разбиения интервала  $0.2 < z < 0.75$  на 9 частей.

Для описания измерений ИПКС мы используем тот же 12 выпуск данных Слоановского цифрового обзора неба. В частности нами задействованы два набора ограничений из [91], в которых сигнал ИПКС извлекается из монопольного и квадрупольного момента корреляционной функции с разделением интервала красных смещений  $0.15 < z < 0.75$  на две и четыре части. Мы также воспользовались двумя результатами из [92], в которых амплитуда ИПКС определяется по монопольной и квадрупольной части спектра мощности в Фурье пространстве. Наконец, мы используем ограничения из [79], являющиеся результатом объединения большого числа совместных между собой измерений ИПКС в трех интервалах красного смещения.

Для описания аномальных результатов БАО в распределении первичных облаков нейтрального водорода нами используется последние измерения взаимокорреляционной [82] и автокорреляционной [93] функций, основанные на данных 12 выпуска Слоановского цифрового обзора неба. Совместное использование этих ограничений приводит к большему несоответствию с предсказанием  $\Lambda$ CDM модели. Мы обращаемся к этим измерениям в тексте как Bourboux и Bautista, соответственно.



Увеличение объема выборки в новых данных [82, 93] на 15% по сравнению с прошлым обзором [80, 81] является главной причиной понижения величины  $D_H(2.34)/r_s$  на  $0.5\sigma$  [81]. Это приводит к незначительному ослаблению Ly- $\alpha$  аномалии в данных 12 выпуска Слоановского цифрового обзора неба. Тем не менее, расхождение между измерениями БАО на  $z_{\text{eff}} \approx 2.4$  и предсказанием  $\Lambda$ CDM модели составляет  $2.3\sigma$  [82].

#### 1.4.2. $\chi^2$ -анализ БАО/ИПКС на $0.15 < z < 0.75$

Исследование наборов на предмет наличия в них следов многокомпонентной ГМ производится в рамках анализа  $\chi^2$ . С его помощью определяется адекватность той или иной модели в описании результатов измерений БАО/ИПКС на промежуточных  $z$ . Для этого мы используем ковариационные матрицы соответствующих измерений с сайта <http://www.sdss3.org/>.

Для каждого интересующего нас набора экспериментальных данных мы вычисляем

$$\chi^2 = (x_{\text{data}} - x_{\text{best-fit}})^T C_{\text{cov}}^{-1} (x_{\text{data}} - x_{\text{best-fit}}) \quad (1.4)$$

где  $x_{\text{data}}$  обозначает набор ограничений, получаемый в конкретном измерении БАО/ИПКС, тогда как  $x_{\text{best-fit}}$  — набор параметров, соответствующий максимальному правдоподобию TT, TE, EE + lowP + lens в  $\Lambda$ CDM или DCDM модели, а  $C_{\text{cov}}$  — ковариационная матрица измерений. В данном анализе мы предположили, что параметры  $x_{\text{best-fit}}$  полностью определяются правдоподобием TT, TE, EE + lowP + lens и не сильно зависят от конкретного выбора измерений БАО/ИПКС. Данное допущение основывается на том, что статистический вес измерений БАО/ИПКС в полной функции правдоподобия много меньше соответствующего вклада TT, TE, EE + lowP + lens <sup>3</sup>.

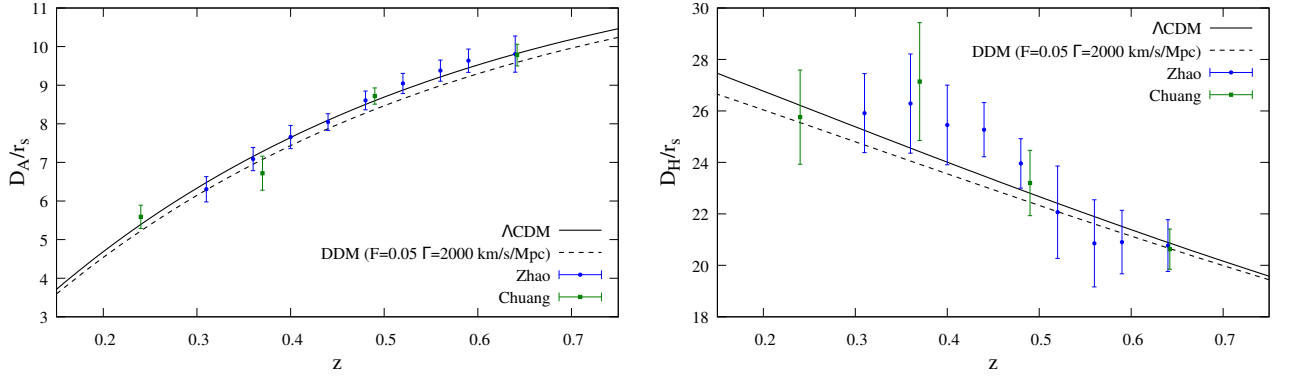
С помощью функции (1.4) мы вычисляем разницу  $\Delta\chi^2 = \chi_{\Lambda\text{CDM}}^2 - \chi_{\text{DCDM}}^2$ , которая описывает улучшение, демонстрируемое DCDM моделью по сравне-

---

<sup>3</sup> Это действительно является неплохим приближением ввиду большого количества измеренных мультиполей спектра РИ с помощью спутника «Планк», см. [20].

нию с  $\Lambda$ CDM, при описании наблюдательных данных. Рассматриваемый набор ограничений включает в себя 5 БАО и 5 ИПКС измерений на промежуточных  $z$ , которые были получены в результате обработки данных 12 выпуска Слоановского цифрового обзора неба, см. раздел 1.4.1. В результате описываемой процедуры был выделен набор, основанный на извлечении непрерывной эволюции БАО сигнала в Фурье пространстве [89], который демонстрирует наилучшее соответствие с предсказанием  $\Lambda$ CDM модели с  $\Delta\chi^2 = -8.14$  на 18 степеней свободы. Мы не обнаружили ни одного набора, который бы предпочитал эволюцию параметров в DCDM модели. Тем не менее нами было выделено одно измерение ИПКС [91] с разбиением интервала красных смещений на 4 части, которое обеспечивает наименьшее расхождение с предсказанием DCDM модели с  $\Delta\chi^2 = -2$  на 16 степеней свободы. Таким образом, мы определили два набора измерений БАО/ИПКС, следующих из одного и того же обзора галактик, но обладающих разной предсказательной силой по отношению к DCDM модели. Мы будем обозначать отобранные этим образом наборы как Zhao и Chuang, соответственно, и считать, что они описывают максимальный разброс, связанный с ограничениям параметров по данным 12 выпуска Слоановского цифрового обзора неба. В дальнейшем мы используем Zhao и Chuang в анализе полной функций правдоподобия для получения пессимистичных и наиболее консервативных ограничений на пространство параметров DCDM модели в разделе 1.4.3.

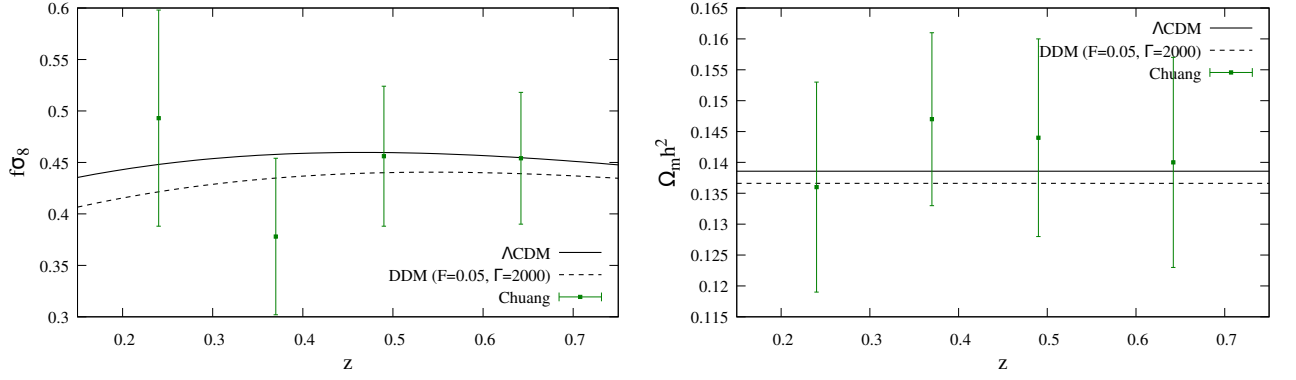
На Рис. 1.8 и 1.9 представлена эволюция параметров от  $z$  в  $\Lambda$ CDM и DCDM моделях вместе с соответствующими измерениями Zhao и Chuang. Рис. 1.8 иллюстрирует тот факт, что Zhao и Chuang обладают сравнимыми ошибками при определении  $D_A/r_s$  и  $D_H/r_s$ . Но так как Zhao ставит ограничение на 18 параметров, а Chuang только на 4 в данном случае, то Zhao правдоподобие обладает большим статистическим весом по сравнению с Chuang (остальные ограничения Chuang облают небольшой статистической значимо-



**Рис. 1.8.** Эволюция параметров  $D_A/r_s$  и  $D_H/r_s$  в  $\Lambda$ CDM модели, параметры которой отвечают максимальному правдоподобию TT, TE, EE + lowP + lens (сплошная линия), и в DCDM модели с фиксированными  $F = 0.05$  и  $\Gamma = 2000$  км/с/Мпк и теми же 6 стандартными параметрами что в случае  $\Lambda$ CDM (пунктирная линия). Ограничения, соответствующие набору Zhao, отмечены синими квадратами с  $\pm 1\sigma$  неопределенностями, тогда как измерения Chuang представлены в виде зеленых точек с соответствующими ошибками.

стью согласно Рис. 1.9)<sup>4</sup>. На Рис. 1.9 представлена аналогичная картина для параметров  $f\sigma_8$  и  $\Omega_m h^2$ . Согласно Рис. 1.9 правдоподобие Chuang обладает недостаточной статистической значимостью при ограничении  $f\sigma_8$ ,  $\Omega_m h^2$  и поэтому не чувствительно к той разнице значений параметров, которая имеет место в двух моделях. Таким образом, измерения Zhao действительно обладают потенциалом к более сильным ограничениям  $D_A/r_s$ ,  $D_H/r_s$ , чем Chuang, обеспечивая тем самым наибольший вклад в  $\chi^2$ . Данное наблюдение проясняет результат, полученный выше в анализе  $\chi^2$ . Стоит упомянуть, что ограничения, продемонстрированные на Рис. 1.8 и 1.9 служат только иллюстрацией соответствующих измерений и не отображают всей полноты картины, так как все наблюдаемые величины на одном  $z_{\text{eff}}$  коррелируют между собой. Более того, измерения Zhao на разных  $z_{\text{eff}}$  также коррелируют друг с другом. Эти и другие корреляционные зависимости между параметрами надлежащим образом учтены в анализе  $\chi^2$  с помощью ковариационной матрицы, см. (1.4).

<sup>4</sup> На самом деле, данное наблюдение не является убедительным ввиду скоррелированности измерений Zhao на разных красных смещениях. Только результат  $\chi^2$  анализа может дать достоверный ответ на вопрос, какой из наборов сильнее ограничивает пространство параметров DCDM модели.



**Рис. 1.9.** Эволюция параметров  $f\sigma_8$  и  $\Omega_m h^2$ . См. подпись к Рис. 1.8. Результат Zhao на этих картинках отсутствуют, так как данное измерения БАО не ограничивает полную форму спектра распределения материи, по которому определяются  $f\sigma_8$  и  $\Omega_m h^2$ .

### 1.4.3. Ограничения на параметры модели

Сперва мы сгруппируем измерения БАО на малых  $z$ , MGS и 6dFGS, в один набор lowz, предпочитающий  $\Lambda$ CDM космологию [11]<sup>5</sup>. Затем мы объединяем отобранные в разделе 1.4.2 наборы, Zhao и Chuang, с lowz.

Далее мы объединяем Bourboux [82] с Bautista [93] в предположении независимости ошибок данных двух измерений. Такое построение отвечает наиболее выраженному несоответствию масштаба БАО на  $z_{\text{eff}} \approx 2.4$  с предсказанием  $\Lambda$ CDM модели. Это позволяет изучить максимальный эффект от сокращения Ly- $\alpha$  аномалии в DCDM модели. Для этого мы используем двухмерное распределение  $\chi^2$  с сайта <https://github.com/igmhub/picca/tree/master/data>, в котором ограничения Bautista пересчитаны на эффективное красное смещение измерения Bourboux  $z_{\text{eff}} = 2.4$ .

Введение распадающейся ТМ не способно полностью объяснить аномальный результат БАО в распределении облаков нейтрального водорода. Действительно, необходимые для этого значения  $F \simeq 10 - 20\%$  [31] исключены из анализа слабого линзирования РИ в данных спутника «Планк», см.

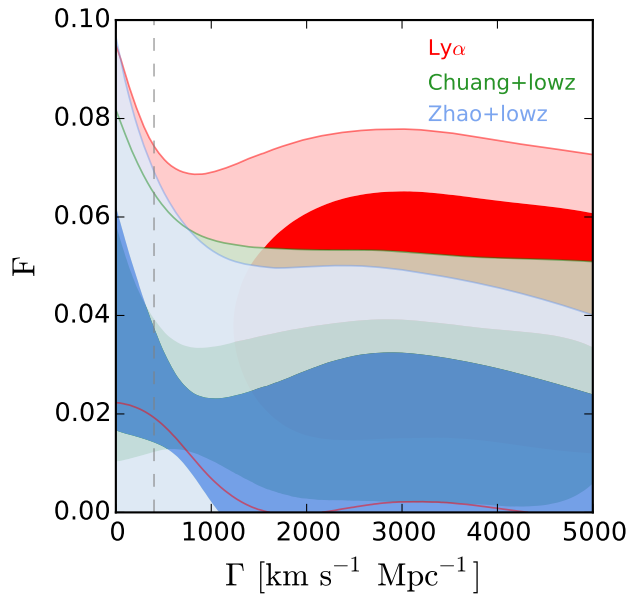
<sup>5</sup> На самом деле, измерение MGS предпочитает более высокие значения  $D_V/r_s$ , чем того требует  $\Lambda$ CDM космология, тогда как DCDM модель, наоборот, диктует меньшие значения этого параметра. Таким образом, правдоподобие MGS находится в сильном противоречии с предсказанием DCDM модели и в небольшом, но заметном, несоответствии с  $\Lambda$ CDM.

Обозначение	Данные
Zhao + lowz	Base+Zhao[89]+6dFGS[86]+MGS[94]
Chuang + lowz	Base+Chuang[91]+6dFGS[86]+MGS[94]
Ly $\alpha$	Base+Bourboux[82]+Bautista[93]

**Таблица 1.3.** Обозначения наборов, используемых при построении апостериорных распределений. Base = (TT, TE, EE +  $H_0$  + CL) + lowP + lens в обозначениях раздела 1.3.1.

раздел 1.3. Чтобы не ухудшать сходимость параметров при вычислении апостериорного распределения, мы не объединяем данные Bourboux и Bautista с другими измерениями БАО/ИПКС, которые предпочитают стандартную космологию, как было показано в разделе 1.4.2. Обозначения для наборов, используемых нами далее при построении апостериорных распределений, представлены в Таб. 1.3.

Соответствующие ограничения на параметры  $\Lambda$ CDM модели представлены на Рис. 1.10. Почти горизонтальные контуры в плоскости  $F - \Gamma$  отражают тот факт, что используемые данные служат источником информации о значениях космологических параметрах только на больших (РИ) и малых (измерения БАО/ИПКС,  $H_0$  и CL) красных смещениях и поэтому не чувствительны к эволюции Вселенной на промежуточных масштабах времен. Тем не менее,  $1\sigma$  контур правдоподобия Ly $\alpha$  на Рис. 1.10 совместен с  $\Gamma \gg H_0$ . Это происходит по причине того, что нестабильная ТМ должна успеть полностью распасться к эпохе  $z_{\text{eff}} = 2.4$ , информация о которой содержится в данных Bourboux и Bautista, чтобы предсказания  $\Lambda$ CDM модели лучше описывали аномальный результат БАО в распределении облаков нейтрального водорода. На Рис. 1.10 можно также заметить ярко выраженный вертикальный хвост у распределения Zhao+lowz на  $\Gamma \gtrsim H_0$ . Объяснение этого явления заключается в том, что набор Zhao+lowz содержит измерения БАО на  $z = 0.1 - 0.75$ , которые сильнее всех ограничивают пространство параметров  $\Lambda$ CDM модели,

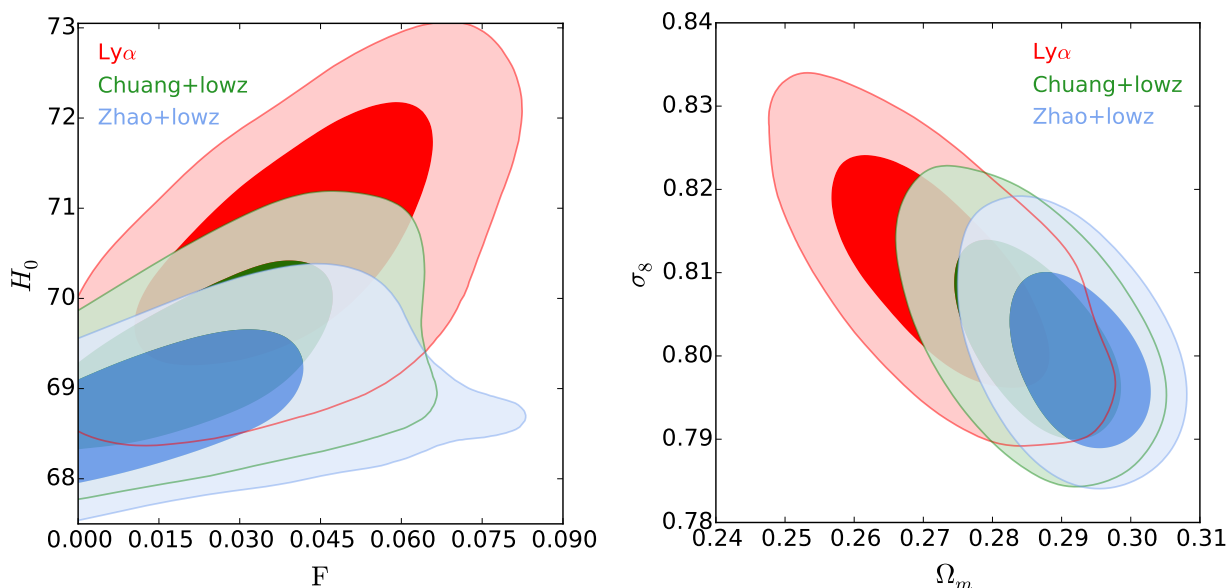


**Рис. 1.10.** Апостериорное распределение параметров  $F$ ,  $\Gamma$  ( $1\sigma$  и  $2\sigma$  контуры) в DCDM модели. Используемые наборы приведены в Таб. 1.3. Область слева от пунктира, соответствующая  $\Gamma \lesssim 400$  км/с/Мпк, не разрешается, а потому неадекватно описывает распределение параметров.

в результате набор Zhao+lowz предпочитает ТМ с большим временем жизни. Используемый нами подход, как и раньше, служит для описания короткоживущей ТМ и не позволяет разрешить область  $\Gamma \lesssim 400$  км/с/Мпк <sup>6</sup>.

Результаты, представленные на Рис. 1.10 и 1.11, показывают, что иерархия между наборами Zhao+lowz и Chuang+lowz сохраняется при учете правдоподобия «Планк». Ограничения по Zhao+lowz и Chuang+lowz составляют  $F < 4.4\%$  ( $2\sigma$ ) и  $F < 5\%$  ( $2\sigma$ ), соответственно, тогда как набор Ly $\alpha$  приводит к  $F = 3.7\% \pm 1.6\%$  ( $1\sigma$ ). Найденные ограничения на долю распадающейся ТМ с использованием правдоподобия Zhao+lowz и Chuang+lowz находятся

<sup>6</sup> Есть и другая причина, по которой в области небольших  $\Gamma$  невозможно адекватно описать распределение параметров в рамках данного подхода. Ограничения на амплитуду линейных возмущений плотности материи по CL и измерения БАО/ИПКС получены в предположении стандартной  $\Lambda$ CDM эволюции параметров в эпоху  $z \lesssim 1$ . В случае  $\Gamma \gtrsim H_0$  часть ТМ, заключенная внутри компактных структур, распадется, что приведет к потере массы и уменьшению неоднородностей гравитационного потенциала. Данный эффект сразу отразится на ограничениях, получаемых по распространенности структур на больших масштабах. По этой причине ограничения на Рис. 1.10 в области  $\Gamma \gtrsim H_0$  также являются ненадежными. Данное замечание, тем не менее, не сказывается на полученных результатах, так как область максимального правдоподобия в DCDM соответствуют  $\Gamma \gg H_0$ , где эффектом распада структур на  $z \approx$  можно пренебречь.

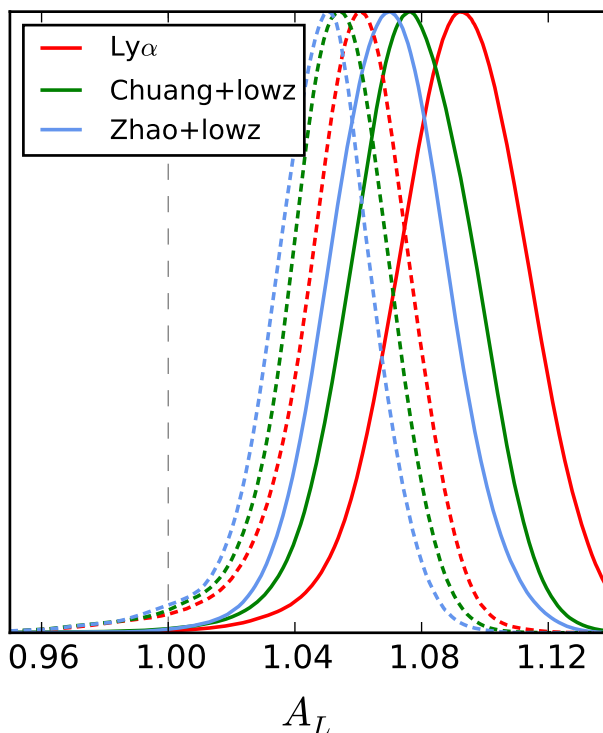


**Рис. 1.11.** Апостериорное распределение параметров  $H_0$ ,  $F$ , а также  $\sigma_8$ ,  $\Omega_m$  ( $1\sigma$  и  $2\sigma$  контуры) в  $\Lambda$ CDM модели. Используемые наборы приведены в Таб. 1.3.

в хорошем согласии с результатами [32], полученными для короткоживущей ТМ. Учет аномальных измерений БАО с помощью набора  $\text{Ly} - \alpha$  приводит к указанию на небольшую долю ТМ, распадающейся до  $z_{\text{eff}} = 2.4$ .

Ввиду противоречивой информации об амплитуде слабого линзирования РИ, извлекаемой различными путями из данных спутника «Планк» и являющейся основным источником сильных ограничений  $\Lambda$ CDM параметров (подробнее см. раздел 1.3), целесообразно рассмотреть свободный параметр  $A_L$ , масштабирующий спектр мощности линзирующего потенциала  $C_l^{\phi\phi}$ . Одномерные апостериорные распределения на  $A_L$  для различных наборов данных, представленных в Таб. 1.3, изображены на Рис. 1.12. Доля нестабильной ТМ в этом случае принимает большие значения  $F = 5\% \pm 1.9\% (1\sigma)$ ,  $F = 5.6\% \pm 1.8\% (1\sigma)$ ,  $F = 7.1\% \pm 1.8\% (1\sigma)$  для Zhao+lowz, Chuang+lowz и  $\text{Ly}\alpha$  наборов, соответственно. Следует подчеркнуть, что область  $F = 0$  теперь не согласуется с данными на уровне достоверности  $2 - 3\sigma$ .

Большее  $A_L$  соответствует более эффективному слабому линзированию реликтовых фотонов на неоднородностях гравитационного потенциала в поздней Вселенной. В результате большее количество ТМ может распасться без



**Рис. 1.12.** Усредненное по всем остальным параметрам одномерное апостериорное распределение  $A_L$ . Используемые наборы данных приведены в Таб. 1.3. Пунктирной (сплошной) линиями изображены соответствующие распределения в  $\Lambda$ CDM (DCDM) модели.

какого-либо ущерба спектру анизотропии РИ. Во-первых, такое рассмотрение позволяет восполнить дефицит линзирования, который наблюдается в DCDM модели, см. раздел 1.3. Это возможно, например, при наличии новой физики, на которую указывает правдоподобие TT, TE, EE на малых угловых масштабах. Во-вторых,  $A_L > 1$  согласовывает амплитуду линзирования, извлекаемую из двухточечных корреляционных карт TT, TE, EE в области малых угловых масштабов, с предсказанием  $\Lambda$ CDM модели. Это отвечает разрешению проблемы линзирования в данных спутника «Планк», которое может быть реализовано, например, за счет неучтенной систематической ошибки. В любом из этих случаев, удастся снять сильные ограничения на DCDM модель, полученные в разделе 1.3.3. Таким образом, более эффективное линзирование с  $A_L > 1$  позволяет уйти в область больших  $F$  и успешно согласовать космологические и астрофизические измерения на разных  $z$  [11].



Набор	$\Delta\chi^2$	p-value	Улучшение
Zhao+lowz	0.24	0.89	$0.14\sigma$
Chuang+lowz	1.88	0.39	$0.86\sigma$
Ly $\alpha$	3.94	0.14	$1.48\sigma$
Zhao+lowz+A <sub>L</sub>	4.62	0.10	$1.65\sigma$
Chuang+lowz+A <sub>L</sub>	5.18	0.08	$1.78\sigma$
Ly $\alpha$ +A <sub>L</sub>	13.78	0.001	$3.26\sigma$

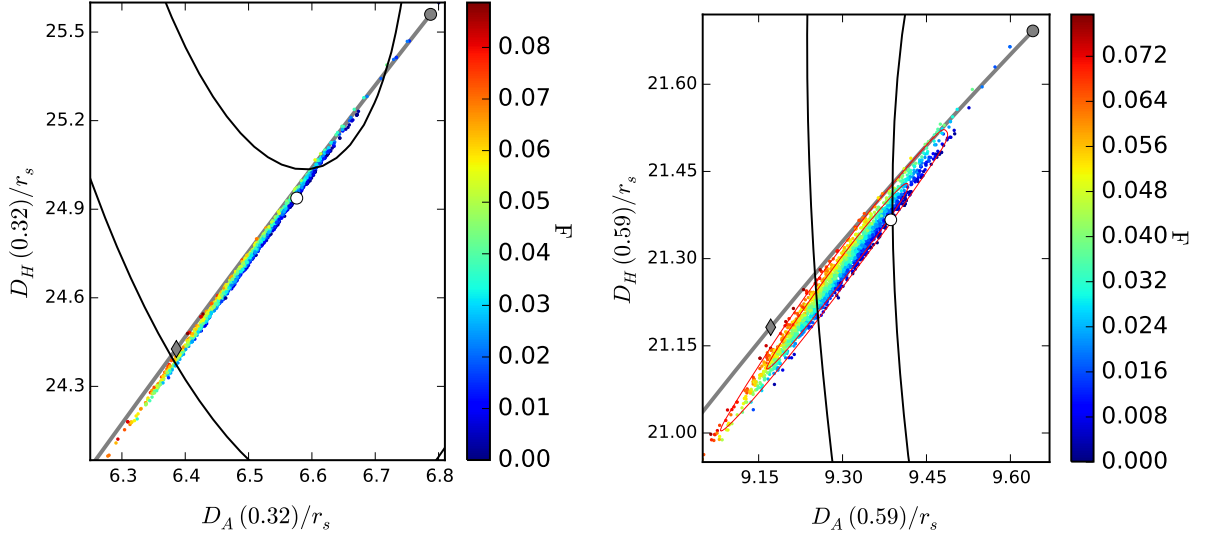
**Таблица 1.4.** Улучшение описания наблюдательных данных в  $\Lambda$ CDM модели над  $\Lambda$ CDM для трех наборов, представленных в Таб. 1.3. Превышение числа свободных параметров в  $\Lambda$ CDM модели по сравнению с  $\Lambda$ CDM составляет 2.

#### 1.4.4. Оценка адекватности $\Lambda$ CDM модели

Для оценки адекватности модели при описании фиксированного набора экспериментальных данных мы используем тот же метод что и в разделе 1.3.4. Соответствующее улучшение описания наблюдательных данных в  $\Lambda$ CDM модели над  $\Lambda$ CDM приведено в Таб. 1.4

Чтобы подчеркнуть результаты, которые были получены при анализе БАО/ИПКС на разных  $z$ , мы приводим ограничения в пространстве наблюдаемых величин  $D_A$ ,  $D_H$ . Распределение на плоскости  $D_A - D_H$  проиллюстрирует полученные нами ограничения в разделе 1.4.3. Чтобы сократить количество рисунков, мы приводим ограничения только для Chuang и комбинированных измерений Ly- $\alpha$  аномалии Bourboux+Bautista. Причем для Chuang мы приводим ограничения в двух интервалах красного смещения,  $0.15 < z < 0.43$  и  $0.43 < z < 0.75$ , которые соответствуют  $z_{\text{eff}} = 0.32, 0.59$ <sup>7</sup>.  $1\sigma$  и  $2\sigma$  области правдоподобия, отвечающие результатам измерений Chuang

<sup>7</sup> На самом деле, набор Chuang, используемый в разделах 1.4.2 и 1.4.3, соответствует разбиению  $0.15 < z < 0.75$  на 4 части. Однако для иллюстрации эффекта нами использованы результаты другой обработки этих же данных с разбиением интервала красных смещений на 2 части, которые представлены в [91].



**Рис. 1.13.** Апостериорное распределение параметров  $D_A/r_s$  и  $D_H/r_s$  в DCDM модели с использованием правдоподобия Base изображено точками, цвет которых соответствует значению  $F$ . Черные контуры иллюстрируют  $1\sigma$  и  $2\sigma$  области правдоподобия Chuang в интервале красных смещений  $0.15 < z < 0.43$  (слева) и  $0.43 < z < 0.75$  (справа). Белый круг соответствует параметрам  $\Lambda$ CDM модели с максимальным правдоподобием Base. Серая линия иллюстрирует эволюцию параметров  $D_A$ ,  $D_H$  в DCDM модели с ростом  $F$  ( $\Gamma = 2000$  км/с/Мпк, остальные параметры фиксированы в  $\Lambda$ CDM модели с помощью правдоподобия TT, TE, EE + lowP + lens, см. [31]). Серые круг и ромб соответствуют значениям  $F = 0$  and  $F = 0.1$  на этой линии. Красные контуры в случае  $0.43 < z < 0.75$  отвечают  $1\sigma$  и  $2\sigma$  областям распределения параметров в DCDM модели при учете правдоподобия Base.

и Bourboux+Bautista, изображены черными контурами на Рис. 1.13 и 1.14, соответственно. Ограничения полученные в DCDM модели с использованием правдоподобия Base изображены цветными точками, область распределения которых примерно совпадает с соответствующим  $2\sigma$  контуром. Можно сказать, что цветная область на Рис. 1.13 и 1.14 есть результат проекции ограничений, полученных в разделе 1.4.3, на соответствующую плоскость  $D_A - D_H$ . Белый круг соответствует параметрам  $\Lambda$ CDM модели с максимальным правдоподобием Base.

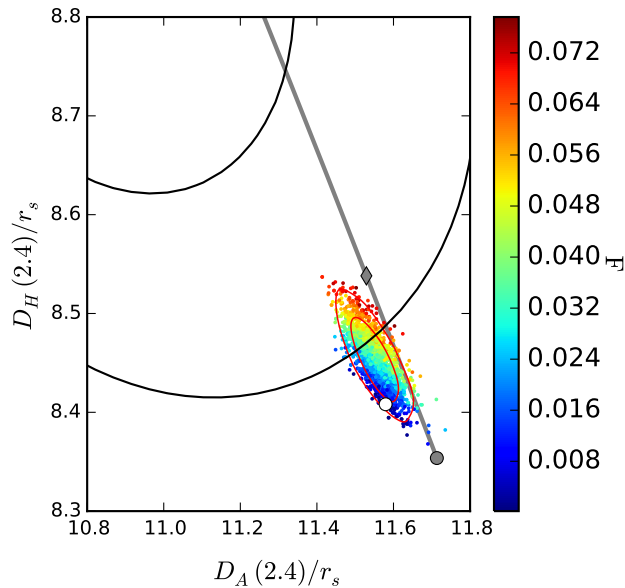
Серая линия на Рис. 1.13 и 1.14 иллюстрирует результат [31]. Серый круг на конце этой линии соответствует параметрам  $\Lambda$ CDM модели с максимальным правдоподобием TT, TE, EE + lowP + lens (правдоподобие  $H_0$  и CL отсутствует!). При введении распадающейся ТМ параметр  $F$  начинает расти от этой точки вдоль серой линии и достигает  $F = 0.1$  в месте расположения

серого ромба. В соответствии с ожиданием [31] при увеличении  $F$  (остальные параметры фиксированы) расхождение между измерениями на разных  $z$  становится слабее, однако эффект слабого линзирования РИ ограничивает дальнейшее продвижение по серой линии. С другой стороны, белый круг (максимальное правдоподобие Base в  $\Lambda$ CDM модели) отстоит от серого круга (максимальное правдоподобие TT, TE, EE + lowP + lens в  $\Lambda$ CDM модели) как раз в направлении серой линии (рост  $F$ ). Это означает, что в  $\Lambda$ CDM модели расхождение между экспериментами на разных  $z$  уже частично ослаблено ценой ухудшения сходимости к данным спутника «Планк». По этой причине введение распадающейся ТМ не позволяет сильно улучшить ситуацию, так как дальнейшее продвижение по серой линии ограничено эффектом слабого линзирования в TT, TE, EE на малых угловых масштабах.

Теперь обратимся к правдоподобию Chuang и комбинированным измерениям Bourboux+Bautista. Согласно Рис. 1.13 большие значения  $F$  противостоят ожиданиям Chuang. Данное наблюдение позволяет сделать вывод, что не только слабое линзирование, содержащиеся в данных TT, TE, EE спутника «Планк», ограничивает пространство параметров DCDM модели (см. раздел 1.3), но и сами измерения БАО/ИПКС на промежуточных  $z$  предпочитают обычную  $\Lambda$ CDM эволюцию параметров <sup>8</sup>. Согласно Рис. 1.14 правдоподобие  $L\alpha$ , наоборот, совместно с большими значениями  $F$ . Тем не менее, эффект от введения распадающейся ТМ не столь существенный по причине сильных ограничений на амплитуду слабого линзирования по данным спутника «Планк» (см. раздел 1.4.3). Тем не менее, DCDM модель демонстрирует лучшее, по сравнению с  $\Lambda$ CDM, описание наблюдательных данных при учете комбинированного правдоподобия Bourboux+Bautista на уровне достоверности  $\approx 1.5\sigma$ , см. Таб. 1.3.

---

<sup>8</sup> Тут стоит отметить, что правдоподобие Chuang слабее прочих ограничивает пространство параметров DCDM модели согласно результатам раздела 1.4.2. Поэтому любые другие измерения БАО/ИПКС, основанные на 12 выпуске данных Слоановского цифрового обзора неба, приведут к еще большему несоответствию с предсказанием DCDM модели в плоскости  $D_A - D_H$ .



**Рис. 1.14.** Черные контуры иллюстрируют  $1\sigma$  и  $2\sigma$  области правдоподобия  $\text{Ly-}\alpha$ . См. подпись к Рис. 1.13.

## 1.5. Заключение к главе

В данной главе была изучена  $\Lambda\text{CDM}$  модель с распадающейся ТМ на предмет согласования измерений на разных  $z$ .

Было выяснено что современные данные спутника «Планк» чувствительны к эффекту слабого линзирования фотонов на неоднородностях гравитационного потенциала в поздней Вселенной, который приводит к сильному ограничению пространства параметров  $\Lambda\text{CDM}$  модели. Амплитуда линзирующего сигнала при этом может быть измерена двумя независимыми способами. Во-первых, информация о слабом линзировании содержится в двухточечных корреляционных функциях и заключается в сглаживании акустические колебаний на малых угловых масштабах. Во-вторых, спектр мощности линзирующего потенциала  $C_l^{\phi\phi}$  может быть измерен напрямую по четырехточечным картам спутника «Планк». Оба измерения не идеально соотносятся с предсказанием  $\Lambda\text{CDM}$  модели. В  $\Lambda\text{CDM}$  модели амплитуда линзирования принимает меньшее значение по сравнению с сигналом из ТТ, ТЕ, ЕЕ и большее при сопоставлении с прямым измерением  $C_l^{\phi\phi}$ . Данное несогласие являет-

ся еще одним проявлением более общего несоответствия между измерениями свойств Вселенной на разных  $z$ . Таким образом, слабое линзирование, определяемое по двухточечным корреляционным функциям спутника «Планк», является основным источником ограничений  $\Lambda$ CDM модели, тогда как прямое измерение  $C_l^{\phi\phi}$  по картам «Планк», наоборот, предпочитает  $\Lambda$ CDM. Данное заключение носит общий характер и не зависит от конкретной реализации распадающейся ТМ. В целом, введение небольшой доли нестабильной ТМ  $F \approx 2 - 7\%$  способствует лучшему описанию совокупного набора экспериментальных данных, однако соответствующее улучшение не превосходит  $2\sigma$ .

Во второй части главы мы изучили особенности распределения КСВ, такие как БАО и ИПКС, на предмет наличия в них следов распадающейся ТМ. Для этого были проанализированы всевозможные ограничения по данным 12 выпуска Слоановского цифрового обзора неба. Было выяснено, что все измерения БАО/ИПКС на  $z \lesssim 1$  предпочитают стандартную космологию. Тем не менее,  $\Lambda$ CDM модель остается более предпочтительной при учете всех значимых космологических данных на уровне  $0.1 - 0.9\sigma$ . Учет БАО в распределении первичных облаков нейтрального водорода на  $z_{\text{eff}} = 2.4$  приводит к улучшению над  $\Lambda$ CDM моделью на уровне  $1.5\sigma$ .

Так как источник избыточного линзирующего сигнала, содержащегося в данных спутника «Планк» на малых угловых масштабах TT, TE, EE, не выяснен до сих пор, а также по причине того, что данные других экспериментов по исследованию анизотропии РИ не совместны с результатами спутника «Планк» на малых угловых масштабах, см. например [95], нельзя отдать предпочтение какому-то одному набору данных, ограничивающих слабое линзирование фотонов во Вселенной. Ввиду отсутствия достоверной информации о спектре мощности линзирующего потенциала, имеет смысл рассматривать его амплитуду в качестве свободного параметра теории. В этом случае доля нестабильной ТМ может принимать значительно большие значения  $F \approx 3 - 9\%$ , что соответствует лучшему описанию совокупного набора

экспериментальных данных по сравнению с  $\Lambda$ CDM моделью на уровне достоверности  $1.7 - 3.3 \sigma$ . Результаты варьируются в зависимости от конкретного выбора измерений БАО/ИПКС, рассмотренных в работе. Тем самым удается значительно ослабить противоречия между экспериментами на малых  $z$  и результатами спутника «Планк».

## Глава 2

## Влияние новой физики на осцилляции нейтрино в ранней Вселенной

### 2.1. Введение к главе

Стерильные нейтрино присутствуют в большом количестве расширений СМ физики частиц, см. обзор [96]. Наиболее многообещающим из них является нейтринная минимальная стандартная модель  $\nu$ MSM ( $\nu$ -Minimal-Standard-Model) [97, 98], в рамках которой удастся объяснить осцилляции нейтрино, барионную асимметрию и ТМ. При всем многообразии описываемых эффектов в данной модели допускается существование всего трех массивных стерильных состояний, самое легкое из которых может составлять ТМ. Если масса нейтрино не превосходит  $\mathcal{O}(1 - 100)$  кэВ, то такие частицы достаточно стабильны, чтобы сформировать ТМ [99]. При отсутствии существенной лептонной асимметрии, такие нейтрино производятся в осцилляциях нерезонансным образом [51]. При этом угол их смешивания с активным нейтрино должен быть достаточно мал, чтобы удовлетворить всем требованиям из космологии и астрофизики.

Во-первых, плотность стерильных нейтрино в современную эпоху не должна превышать плотности ТМ. Осцилляции между активным и стерильным нейтрино в ранней Вселенной достаточно эффективны и могут привести к перепроизводству ТМ [51]. Чтобы избежать этого квадрат угла смешивания должен быть достаточно мал, см. [100].

Во-вторых, стерильное состояние может распадаться на фотон и активное нейтрино, что приводит к монохроматическому потоку фотонов с энергией  $E = M/2$ . Данный процесс, если бы происходил в прошлом, приводил бы к отличительной особенности в спектре рассеянного излучения Вселенной,

а также к характерной спектральной линии в направлении на компактные структуры. Исследования диффузного астрофизического излучения, а также наблюдения отдельных объектов (галактик и их скоплений) в рентгеновском диапазоне позволяют ограничить темп радиационных распадов стерильного нейтрино. В результате, на величину смешивания в интересной области масс может быть поставлено одно из самых сильных ограничений  $\theta^2 \ll 10^{-7}$ , см. например [52].

Третий источник ограничений связан с характером распределения стерильных нейтрино по импульсам. Так как частицы, производимые в осцилляциях, сугубо релятивистские, то спектр соответствующих частиц всегда теплый. Стерильные нейтрино с таким распределением по импульсам оказывают влияние на эволюцию возмущений плотности на малых масштабах. Дело в том что быстрое перемещение частиц приводит к кинематическому эффекту подавления неоднородностей плотности материи, более известное в физике плазмы как затухание Ландау. В результате происходит подавление гравитационных возмущений всех пространственных масштабов меньше длины свободного распространения легкой частицы за хаббловское время [101]. О пространственном распределении мелкомасштабной структуры можно судить, например, по распространенности карликовых галактик во Вселенной [102]. Консервативное ограничение на скорость частиц ТМ можно получить из рассмотрения эволюции фазовой плотности, так называемое ограничение Трёмейна–Ганна [103]. Но самые сильные ограничения следуют из анализа распространенности облаков нейтрального водорода во Вселенной. Данная информация восстанавливается по картине линий поглощения Ly $\alpha$  в оптическом спектре далеких квазаров [104]. Все данные по изучению пространственного распределения мелкомасштабной структуры Вселенной в конечном итоге ограничивают величину средней скорости частиц ТМ, которая определяет масштаб обрезания спектра неоднородностей плотности материи.

В отличие от космологических и астрофизических ограничений лабора-



торные эксперименты по прямому поиску тяжелого нейтрино в  $\beta$ -распадах различных элементов [59–61] приводят к значительно более слабым ограничениям  $\theta^2 \lesssim 10^{-3}$ . Таким образом, если стандартная картина осцилляций верна, то сигнал от стерильных нейтрино со смешиванием  $10^{-7} \lesssim \theta^2 \lesssim 10^{-3}$  в наземных экспериментах обнаружить не удастся. С другой стороны, мы знаем что СМ физики частиц не полна. В этой связи, интересно рассмотреть такие расширения СМ, в которых рождение стерильных нейтрино в ранней Вселенной подавлено. В этом случае, открывается область значительно большего смешивания, совместная со всеми космологическими и астрофизическими требованиями. Интересной, в этой связи, является возможность формирования в разрешенной области стерильным состоянием малой массы активных нейтрино в рамках механизма качели. С другой стороны, область относительно большого смешивания будет доступна для прямого исследования на перспективных установках «Троицк-ню-масс» и KATRIN [52].

Наличие скрытого сектора, взаимодействующего исключительно со стерильным нейтрино, может существенно модифицировать картину нейтринных осцилляций в ранней Вселенной. В данной главе мы исследуем две противоположные друг другу возможности, согласно которым стерильное нейтрино остается безмассовым/сверхтяжелым на ранних этапах эволюции благодаря нетривиальной динамике скрытого сектора. В результате темп рождения стерильных нейтрино в осцилляциях снижается, что позволяет согласовать относительно большие углы смешивания с современными ограничениями из космологии и астрофизики. Разрешенная область в пространстве параметров  $\theta^2 - M$  может быть доступна для прямого исследования в предстоящих наземных экспериментах по поиску тяжелого нейтрино.

В первой модели стерильное состояние описывается майорановским безмассовым фермионом, что позволяет подавить осцилляции в ранней Вселенной. В некоторый момент времени  $T \simeq T_c$  в скрытом секторе происходит фазовый переход I рода, в результате которого некоторое скалярное поле при-

обретает вакуумное среднее, а стерильное нейтрино, с ним взаимодействующее, – ненулевую майорановскую массу  $M$ . В результате, осцилляции между активным и стерильным состояниями начинаются позже, когда темп слабых процессов не такой большой, и стерильные нейтрино производятся неэффективно. Согласно нерезонансной картине осцилляций [51] рождение тяжелых фермионов в ранней Вселенной эффективно происходит в узком интервале температур вблизи [105]

$$T_{\max} \sim 108 \text{ MeV} \left( \frac{M}{1 \text{ кэВ}} \right)^{1/3}. \quad (2.1)$$

Таким образом, если фазовый переход, после которого начинаются осцилляции, произошел достаточно поздно  $T_c \ll T_{\max}$ , то общее количество стерильных нейтрино, произведенных в ранней Вселенной, окажется подавленным.

Так как спектр образующихся в осцилляциях частиц всегда теплый из-за характерных особенностей данного механизма, то произведенные нерезонансным образом стерильные нейтрино не могут составлять ТМ по причине сильных ограничений на темп радиационных распадов и из анализа пространственного распределения мелкомасштабной структуры Вселенной (см. начало главы). Тем не менее, теплые стерильные нейтрино могут составлять часть ТМ. Данная возможность интересна ввиду наличия проблем холодной ТМ при моделировании структур на малых масштабах, которые условно могут быть разделены на три группы. В первую очередь речь идет о наблюдаемом дефиците карликовых галактик-спутников Млечного Пути по сравнению с их количеством, получаемым в симуляциях с холодной ТМ [53, 54]. Во-вторых, последние результаты численного моделирования процесса образования галактики типа Млечного Пути с холодной ТМ свидетельствуют о более плотной структуре сгустков ТМ в Местной группе галактик, чем оно необходимо для объяснения наблюдаемых скоростей галактик-спутников [55, 56]. На самом деле обе проблемы являются проявлением нетривиальной иерархии в формировании структур во Вселенной: однокомпонентная холодная ТМ пред-

сказывает резкий рост числа структур с уменьшением их массы, что находится в противоречии с наблюдениями. Такая особенность формирования структур может свидетельствовать о существовании примеси теплой ТМ, обеспечивающей подавление возмущений плотности материи на малых масштабах. Небольшая доля частиц с распределением по скоростям близким к термальному также помогла бы избежать пика в распределении ТМ, возникающего в центральных областях галактик при численном моделировании с холодной ТМ [57, 58]. Наконец, спектральная линия 3.5 кэВ, обнаруженная в направлении целого ряда структур во Вселенной [96], может быть произведена в распадах стерильного состояния с массой 7 кэВ. Таким образом, все перечисленные свидетельства могут быть объяснены в модели двухкомпонентной ТМ, одна часть которой теплая и составлена из стерильных нейтрино, а другая холодная.

Во второй модели предполагается существование свободного массивного скалярного поля, слабо взаимодействующего со стерильным нейтрино. Ввиду юкавского характера этого взаимодействия скалярное поле вносит определяющий вклад в эффективную массу стерильного состояния. В ранней Вселенной величина скалярного поля, задаваемая энергетическим масштабom инфляции, практически не изменяется. Это приводит к большой массе стерильного нейтрино, что делает осцилляции неактивными по кинематическим причинам. По мере расширения Вселенной условия медленного скатывания для скалярного поля нарушаются и оно начинает осциллировать. Это приводит к гармоническому характеру поведения эффективной массы стерильного нейтрино. Если амплитуда колебаний скалярного поля достаточно велика, то осцилляции активны только в течение небольшого промежутка времени, когда эффективная масса стерильного состояния меньше импульса нейтрино. В результате, количество тяжелых частиц, производимых в осцилляциях, оказывается подавленным. Целью настоящего исследования является изучение производства стерильных нейтрино в присутствии такого когерентно осцил-

лирующего скалярного поля.

В рассматриваемом сценарии когерентно осциллирующее скалярное поле может составлять холодную ТМ во Вселенной. Интерес, проявляемый к подобному рода моделям, продиктован отличным распределением структур на малых пространственных масштабах. Если масса скалярной частицы достаточно мала  $\approx 10^{-22}$  эВ, то ее волна де Бройля сравнима с размером карликовой галактики, а возмущения на меньших масштабах подавлены ввиду проявления квантовых эффектов [106, 107]. Картина мелкомасштабной структуры Вселенной в этом случае наилучшим образом соотносится с экспериментом, а также с последними результатами численного моделирования, обсуждавшимися выше, см [53–58]. Однако, данный сценарий вероятней всего не был реализован по причине сильных ограничений на массу скалярной частицы  $\gtrsim 10^{-21}$  эВ [108–111], следующих из анализа пространственного распределения облаков нейтрального водорода, восстанавливаемого по картине линий Лайман- $\alpha$  в спектре поглощения далеких квазаров. Сценарий сверхлегкой скалярной ТМ также исключен по последним результатам анализа кривых вращения галактик [112]. Дело в том, что скалярное поле в центральных областях гало формирует статические конструкции (солитоны), которые приводили бы к характерному распределению скоростей газа в непосредственной близости от центра галактики. По этой причине, в данной главе мы рассматриваем широкий диапазон масс скалярного поля, совместимый со всеми данными наблюдений.

В разделе 2.2 мы изучаем производство стерильных нейтрино в модели с фазовым переходом в скрытом секторе при  $T \sim T_c$ . Далее, в разделе 2.3 мы рассматриваем осцилляции нейтрино в присутствии когерентно осциллирующего скалярного поля большой амплитуды, взаимодействующего со стерильным нейтрино, а также исследуем возможность описания ТМ с помощью свободного массивного скалярного поля. При анализе моделей мы используем все имеющиеся на данный момент актуальные космологические

и астрофизические ограничения. Наконец, в разделе 2.4 мы делаем вывод об эффективности производства стерильных нейтрино в каждом из сценариев и разбираем их экспериментальные проявления на перспективных установках «Троицк ню-масс» [61, 113] и KATRIN [52].

## 2.2. Фазовый переход в скрытом секторе

Стерильное состояние, описываемое безмассовым майорановским фермионом, в результате фазового перехода в скрытом секторе, свойства которого обсуждаются в разделе 2.2.2, приобретает ненулевую массу  $M$ . С этого момента перенормируемый лагранжиан данной модели выглядит следующим образом

$$\mathcal{L}_N = i\bar{N}\hat{\partial}N + \frac{M}{2}\bar{N}^cN + y_\nu\bar{L}_\alpha N\tilde{\mathcal{H}} + \text{h.c.}, \quad (2.2)$$

где  $N$  обозначает стерильное состояние нейтрино, которое является синглетом по отношению к калибровочной группе  $SU(3)_c \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ ,  $L_\alpha$  – левый лептонный дуплет СМ с  $\alpha = e, \mu, \tau$  и  $\tilde{\mathcal{H}}_a = \epsilon_{ab}\mathcal{H}_b$ , где  $\mathcal{H}_a$  компоненты дуплета поля Энглера–Браута–Хиггса с  $a = 1, 2$ , а  $\epsilon_{ab}$  –  $2 \times 2$  антисимметричная матрица.

Когда поле Энглера–Браута–Хиггса приобретает ненулевое вакуумное среднее, взаимодействие юкавского типа в (2.2) приводит к появлению дираковской массы нейтрино

$$m_D = y_\nu\langle\mathcal{H}\rangle \quad (2.3)$$

С этого момента можно говорить об осцилляциях с ненулевым вакуумным смешиванием

$$\theta \approx \frac{m_D}{M} \quad (2.4)$$

которое обеспечивает за счет механизма качелей массу активного нейтрино

$$m_a = \theta^2 M. \quad (2.5)$$

Вначале определим количество стерильных нейтрино, производимых сразу после фазового перехода при  $T \lesssim T_c$ .

### 2.2.1. Осцилляции при $T \lesssim T_c$

При высоких температурах плазма оказывает влияние на когерентную эволюцию нейтринных состояний, что приводит к изменению смешивания (2.4) в среде

$$\sin^2 2\theta_M = \frac{\sin^2 2\theta}{\sin^2 2\theta + (V_{\text{eff}}/\Delta_0 + \cos 2\theta)^2} \quad (2.6)$$

где  $V_{\text{eff}}$  – эффективный потенциал активных нейтрино в среде, а темп вакуумных осцилляций  $\Delta_0$  определяется с помощью

$$\Delta_0 = \frac{M^2}{2yT}, \quad (2.7)$$

В дальнейшем мы ограничимся случаем смешивания стерильного состояния только с электронным нейтрино. Для аналитического описания осцилляций мы также воспользуемся приближением позднего фазового перехода  $T_c \ll T_{\text{max}}$ , в котором стерильные нейтрино производятся наименее эффективно, и [105]

$$\Gamma \approx 1.27 \times G_F^2 T^5 y \quad V_{\text{eff}} \approx 63 \times \Gamma \quad (2.8)$$

где  $\Gamma$  и  $V_{\text{eff}}$  – темп взаимодействия и эффективный потенциал для электронных нейтрино в плазме. Мы также использовали конформный фактор  $y$  равный отношению импульса частицы к температуре плазмы<sup>1</sup>,  $y \equiv p/T$ .

Если смешивание в вакууме (2.4) достаточно мало, то убылью активных нейтрино в осцилляциях можно пренебречь как до так и после закалки активных нейтрино. Более того, когда мы работаем в режиме  $T_c \ll T_{\text{max}}$ , эффективное число релятивистских степеней свободы в плазме изменяется

---

<sup>1</sup> На самом деле в разделе 2.2 под температурой плазмы  $T$  мы будем понимать температуру активных нейтрино  $T_\nu$ . Это позволит не учитывать изменение эффективного числа релятивистских степеней свободы в плазме  $g_*$  после закалки активных нейтрино при  $T_{\nu,f} \sim 1$  МеВ.

незначительно, поэтому справедливо  $g_* \approx \text{const}$ . Считая, что темп производства стерильных нейтрино в осцилляциях равен произведению вероятности перехода, усредненной по нескольким осцилляционным временам,  $1/2$ , и темпа потери когерентности волнового пакета нейтрино, равного половине темпа взаимодействия активных нейтрино в плазме,  $\Gamma/2$ <sup>2</sup>, можно записать следующее классическое уравнение Больцмана на функцию распределения стерильных нейтрино  $f_N(T, y)$ <sup>3</sup>

$$HT \left( \frac{\partial f_N}{\partial T} \right)_y = \left[ \frac{1}{2} \sin^2(2\theta_M) \right] \frac{\Gamma}{2} f_A, \quad (2.9)$$

где  $f_A(y) = 1/(e^y + 1)$  функция распределения активных нейтрино.

Решение уравнения (2.9) с помощью (2.6) и (2.8) выглядит следующим образом

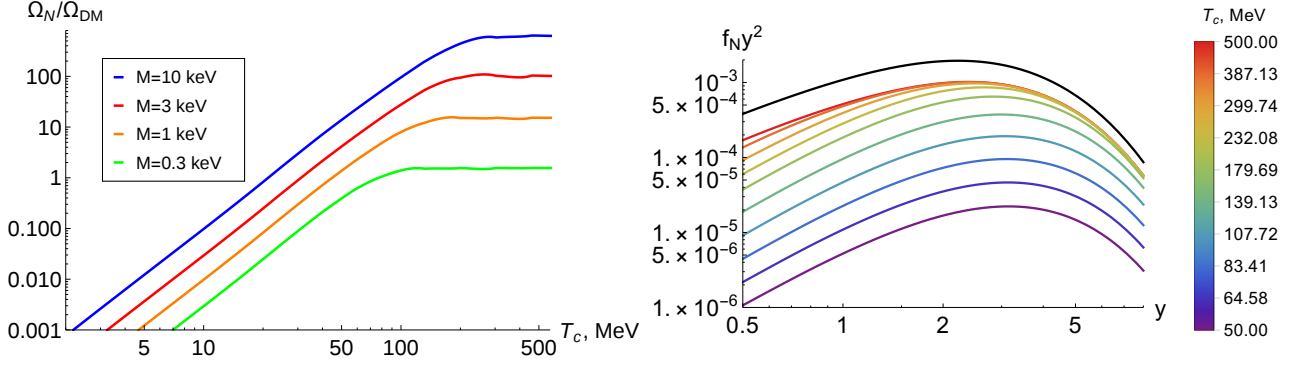
$$\frac{f_N}{f_A} = \frac{2.9}{g_*^{1/2}} \left( \frac{\theta^2}{10^{-6}} \right) \left( \frac{M}{\text{кэВ}} \right) \int_x^{x_c} \frac{y dx'}{(1 + y^2 x'^2)^2}, \quad (2.10)$$

где  $x \equiv 148 \left( \frac{T}{\text{ГэВ}} \right)^3 \left( \frac{\text{кэВ}}{M} \right)$  соответствует температуре плазмы в момент наблюдения  $T$ , а  $x_c$  – критической температуре  $T_c$ , выше которой осцилляции не активны. На поздних временах нижний предел интегрирования насыщается  $x = 0$ . Раскладывая (2.10) по малому параметру  $x_c$  в пределе  $T_c \ll 100 \text{ МэВ}$ , мы приходим к окончательному результату для функции распределения стерильных нейтрино сегодня

$$\frac{f_N(y)}{f_A(y)} \simeq 0.13 \times \theta^2 \sqrt{\frac{10.75}{g_*}} \left( \frac{T_c}{\text{МэВ}} \right)^3 \cdot y. \quad (2.11)$$

<sup>2</sup> Этот результат можно проиллюстрировать на примере следующих эвристических рассуждений. Можно предположить, что волновой пакет нейтрино половину своего времени проводит в активном состоянии, а оставшуюся часть находится в стерильном. Будучи в активном состоянии нейтрино испытывает эффект декогеренции, связанный с темпом взаимодействия в плазме  $\Gamma$ . В стерильном состоянии нейтрино в процессах плазмы не участвует. Таким образом, рассматривая все предоставленное время, темп декогеренции волнового пакета нейтрино вдвое меньше. Результат аккуратных вычислений по исследованию эффекта декогеренции в осцилляциях нейтрино см., например, в [100].

<sup>3</sup> В данном уравнении опущен энтропийный фактор при  $y$  связанный с изменением эффективного числа релятивистских степеней свободы вследствие подогрева плазмы до закалки активных нейтрино. Этот фактор надлежащим образом учтен в численном анализе.



**Рис. 2.1.** Слева: доля стерильных нейтрино в ТМ сегодня в зависимости от критической температуры  $T_c$  для нескольких значений масс стерильного нейтрино  $M$ . Справа: спектр произведенных в осцилляциях стерильных нейтрино с массой  $M = 7.1$  кэВ; верхняя кривая соответствует распределению Ферми-Дирака. В обоих случаях  $\sin^2 2\theta = 10^{-6}$ .

Данное распределение является теплым со средней величиной импульса  $\langle\langle p \rangle\rangle = 4.1T$ . Стоит отметить, что нерезонансное рождение частиц приводит к чуть более холодному спектру нейтрино  $\langle\langle p \rangle\rangle = 3.1T$  [51].

Интегрирование функции распределения (2.11) по импульсу приводит к вкладу стерильных нейтрино сегодня в общую плотность Вселенной

$$h^2\Omega_N \simeq 4.3 \times \theta^2 \sqrt{\frac{10.75}{g_*}} \left(\frac{T_c}{\text{MeV}}\right)^3 \left(\frac{M}{\text{кэВ}}\right) \quad (2.12)$$

Плотность энергии стерильных нейтрино в настоящую эпоху оказывается сильно подавленной в случае малых  $T_c$ .

Действуя в рамках подхода [114] мы переходим к численному решению уравнения (2.9) на сетке параметров  $\theta^2 - M$  с использованием аккуратной зависимости  $g_*$  и  $\Gamma$  от температуры [115, 116]. Результат аккуратных вычислений изображен Рис. 2.1.

Интересно отметить, что в случае эффективного подавления нейтринных осцилляций в ранней Вселенной стерильное состояние может быть ответственно за формирование малой массы активного нейтрино в рамках механизма качели I типа, см. [49, 50, 117–119]. Данный механизм не может быть реализован при нерезонансном рождении частиц, см. обзор [52]. Действительно, типичное смешивание, необходимое для объяснения малой массы актив-



ного нейтрино, оказывается слишком большим

$$\frac{\theta^2}{10^{-4}} = \frac{1 \text{ кэВ}}{M} \frac{m_a}{0.1 \text{ эВ}}. \quad (2.13)$$

Для объяснения солнечных и атмосферных нейтрино с характерными масштабами масс  $\sqrt{\delta m_{\text{sol}}^2} \simeq 0.9 \times 10^{-2} \text{ эВ}$  и  $\sqrt{\delta m_{\text{atm}}^2} \simeq 0.05 \text{ эВ}$ , соответственно, критическая температура должна принадлежать диапазону  $T_c \lesssim 1 \text{ МеВ}$ , чтобы вклад стерильных нейтрино сегодня (2.12) оказался на приемлимом уровне  $\Omega_N \ll 1$ . В частности, необходимо удовлетворить всем космологическим и астрофизическим требованиям на смешивание с активным состоянием (см. раздел 2.2.3). Отметим, что в случае не одного, а нескольких стерильных состояний смешивание (2.4) может быть и больше (2.13) вследствие возможных сокращений в матрице Понтекорво — Маки — Накагавы — Сакааты.

### 2.2.2. Фазовый переход в скрытом секторе

Майорановская масса стерильного нейтрино может быть проявлением неривиальной динамики в скрытом секторе. Скрытый сектор в такой модели связан с полями СМ только через взаимодействие со стерильным нейтрино (нейтринный портал). Мы будем изучать фазовый переход, в результате которого изначально безмассовое стерильное состояние приобрело ненулевую майорановскую массу. Скрытый сектор может обладать собственной температурой  $T_h = \xi T$ , причем  $\xi \ll 1$  (аналогичная ситуация встречается в концепции зеркальных миров, см. например [120]). В этом случае мы можем пренебречь вкладом полей скрытого сектора в общую плотность Вселенной, так как его температура много меньше температуры горячей плазмы. Пусть одно из скалярных полей скрытого сектора  $\phi$ <sup>4</sup> участвует во юкавском взаимодействии

---

<sup>4</sup> В случае комплексного скалярного поля  $\phi$  несет лептонный заряд и является майороном, что приводит к более сложной феноменологии моделей. Для наших целей это является несущественным, поэтому мы в дальнейшем работаем с действительным скалярным полем.

со стерильным нейтрино

$$\mathcal{L}_{\phi N} = \frac{f}{2}\phi\bar{N}^c N + \text{h.c.}, \quad (2.14)$$

Таким образом, майорановская масса стерильного состояния, которая входит в лагранжиан (2.2), определяется вакуумным средним скалярного поля,  $M = f\langle\langle\phi\rangle\rangle$ .

До фазового перехода, происходящем в скрытом секторе при  $T_{h,c} = \xi T_c$ , поле  $\phi$  находится в симметричном состоянии

$$\langle\langle\phi\rangle\rangle|_{T_h > \xi T_c} = 0,$$

а после фазового перехода соответствующая симметрия нарушается и скалярное поле приобретает ненулевое вакуумное среднее  $v_\phi$

$$\langle\langle\phi\rangle\rangle|_{T_h < \xi T_c} = v_\phi, \quad M = f v_\phi.$$

В приближении мгновенного фазового перехода, функция распределения произведенных в осцилляциях стерильных нейтрино определяется (2.11).

В разделе 2.2.1 мы выяснили, что количество стерильных нейтрино, рождаемых в осцилляциях сразу после фазового перехода при  $T \lesssim T_c$ , может быть подавлено с помощью выбора достаточного малого  $T_c$ , см. (2.12). Дальнейшей нашей задачей является выяснение максимального подавления, реализуемого в такой модели. При получении (2.10) мы предполагали что количество стерильных нейтрино в момент  $T \simeq T_c$  строго равно нулю. На самом деле до фазового перехода отсутствует только майорановская масса стерильного состояния, тогда как дираковская масса, определяемая (2.3), служит источником правокиральной компоненты нейтрино в столкновениях в плазме на уровне  $m_D^2/4p^2 = m_D^2/4y^2T^2$ . Следовательно, помимо стерильных нейтрино со спектром (2.11), производимых после фазового перехода  $T \lesssim T_c$ , существует вклад от стерильных нейтрино, производимых до фазового пере-

хода  $T \gtrsim T_c$ , с функцией распределения

$$\frac{f_{N,\text{in}}}{f_A} \simeq \frac{m_D^2}{4y^2 T_c^2} \simeq \frac{0.25 \times 10^{-6} \theta^2}{y^2} \left( \frac{M}{\text{кэВ}} \right)^2 \left( \frac{\text{МеВ}}{T_c} \right)^2, \quad (2.15)$$

где мы воспользовались  $m_D^2 = \theta^2 M^2$ .

Взаимодействие в плазме чисто дираковского фермиона приводит к следующей вкладу стерильных нейтрино сегодня в общую плотность Вселенной

$$h^2 \Omega_{N,\text{in}} = \frac{M T_{\nu,0}^3}{(\rho_c/h^2)} \frac{2}{2\pi^2} \int_0^\infty dy y^2 f_{N,\text{in}}(y) \approx 10^{-6} \theta^2 \left( \frac{M}{\text{кэВ}} \right)^3 \left( \frac{\text{МеВ}}{T_c} \right)^2. \quad (2.16)$$

Сравнивая доли стерильных нейтрино (2.16) и (2.12), производимые до и после фазового перехода, приходим к выводу что максимальное подавление осцилляций реализуется когда эти вклады совпадают, что достигается при следующей критической температуре

$$T_{c,\text{min}} \simeq 0.05 \text{ МеВ} \left( \frac{M}{\text{кэВ}} \right)^{2/5}. \quad (2.17)$$

Таким образом, минимальное количество стерильных нейтрино, производимое в модели с фазовым переходом, можно оценить следующей величиной

$$h^2 \Omega_{N,\text{min}} \simeq h^2 \Omega_{N,T < T_c} + h^2 \Omega_{N,\text{in}} \simeq 0.9 \times 10^{-3} \theta^2 \left( \frac{M}{\text{кэВ}} \right)^{11/5}. \quad (2.18)$$

Окончательный спектр стерильных нейтрино складывается из двух составляющих: позднего вклада (2.11), производимого в осцилляциях на  $T \lesssim T_c$ , и раннего вклада (2.15), генерируемого в смешивании на  $T \gtrsim T_c$ ; так что  $f_N = f_{N,T < T_c} + f_{N,\text{in}}$ . Распределение по импульсом в первом случае сдвинуто в теплую, а втором в холодную часть спектра относительно распределения Ферми-Дирака. Наличие более холодных частиц со спектром  $f_{N,\text{in}}$  несколько ослабляет ограничения, получаемые из мелкомасштабной структуры Вселенной. Однако, как будет показано в разделе 2.2.3, соответствующего эффекта недостаточно для производства всей ТМ с помощью данного механизма.

Мы не формулируем здесь структуру скрытого сектора, ответственного за протекание в нем фазового перехода, и останавливаемся только модельно

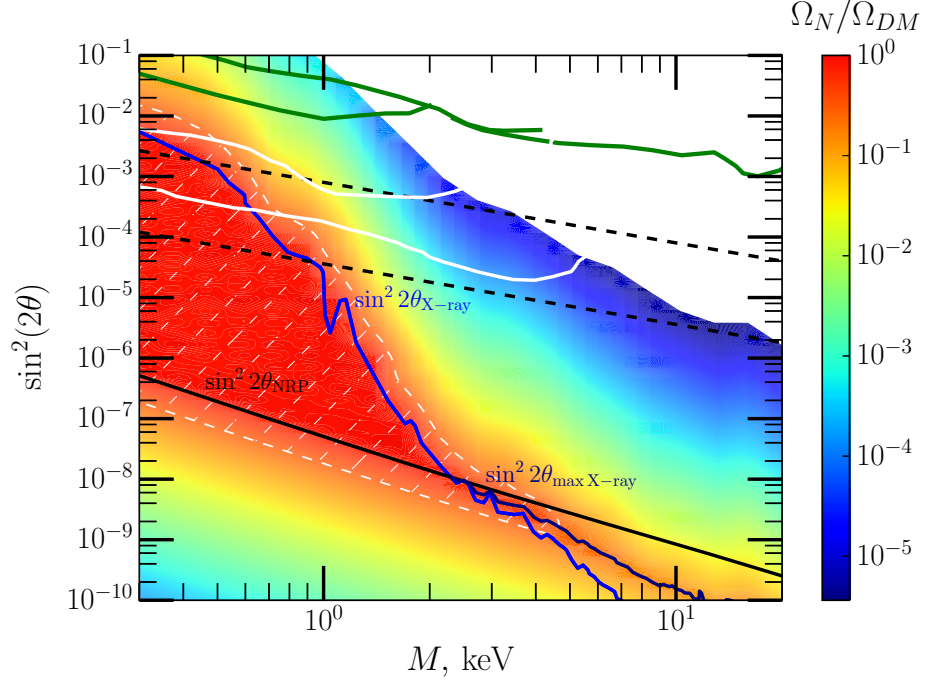
независимых проявлениях в космологии и астрофизике. Тем не менее конкретная реализация может быть предложена при учете следующих необходимых для этого требований. Во-первых, фазовый переход в скрытом секторе должен быть достаточно быстрым. Во-вторых, предпочтительно, чтобы все взаимодействия в скрытом секторе описывались в рамках линейной теории (отсутствие сильной связи). В-третьих, приведенный нами анализ верен в предположении, что юкавское взаимодействие (2.14) не оказывает существенного влияния на картину нейтринных осцилляций в ранней Вселенной. Последнее требование означает что темп взаимодействия стерильного нейтрино с полями скрытого сектора должен быть много меньше  $\Gamma$ .

### 2.2.3. Космологические и астрофизические ограничения

Смешивание между активным и стерильным нейтрино должно удовлетворять целому ряду ограничений из космологии и астрофизики, о которых шла речь в разделе 2.1. Мы коротко перечислим основные источники этих ограничений и учтем их при нахождении предсказаний модели с фазовым переходом. Мы также сопоставим разрешенную область параметров с чувствительностью предстоящих лабораторных экспериментов по поиску тяжелого нейтрино.

В первую очередь количество произведенных стерильных нейтрино не должно превышать плотность ТМ сегодня, поэтому  $\Omega_N \leq \Omega_{DM}$ . Сигнал от двухчастичного распада стерильного состояния  $N \rightarrow \nu\gamma$  также не должен противоречить астрофизическим наблюдениям. Максимальное значение угла смешивания, совместное с ограничениями на темп радиационных распадов во Вселенной и определяемое когда стерильное нейтрино составляет всю ТМ, будем обозначать  $\theta_{X\text{-ray}}$ . В случае многокомпонентной ТМ, соответствующее ограничение выглядит следующим образом

$$\sin^2 2\theta(M) < \frac{\Omega_{DM}}{\Omega_N} \sin^2 2\theta_{X\text{-ray}}(M). \quad (2.19)$$



**Рис. 2.2.** Результат численного анализа в модели с фазовым переходом в скрытом секторе. Цветом изображена максимальная доля стерильных нейтрино  $\Omega_N/\Omega_{DM}$ , удовлетворяющая ограничениям на темп радиационных распадов (2.19) и на общую плотность ТМ. Зелеными кривыми показаны ограничения из прямых поисков стерильного нейтрино [59–61]. Две белые кривые соответствуют ожидаемой чувствительности экспериментальной установки «Троицк ню-масс» после усовершенствования, которое планируется проводить в два этапа [113]. Две черные пунктирные линии отвечают массам активного нейтрино 0.2эВ и 0.009эВ. Черная линия описывает нерезонансное производство стерильных нейтрино в случае  $\Omega_N = \Omega_{DM}$ . Синяя кривая отражает ряд астрофизических ограничений на темп радиационных распадов для  $\Omega_N = \Omega_{DM}$ . Темная синяя кривая иллюстрирует (2.20).

Наконец, количество стерильных нейтрино с теплым спектром (2.11) должно удовлетворять всем требованиям формирования структур на малых пространственных масштабах.

Результат численного решения (2.9) с использованием (2.15) приводит к ограничениям, представленным на Рис. 2.2 и 2.3. На данных рисунках цветом изображена максимальная доля стерильного нейтрино в общей плотности ТМ,  $\Omega_N/\Omega_{DM}$ , и максимальная критическая температура  $T_c$ , которые удовлетворяют ограничениям на плотность ТМ и на темп радиационных распадов во Вселенной. Ниже мы перечислим некоторые обозначения, нанесенные на Рис. 2.2 и 2.3.

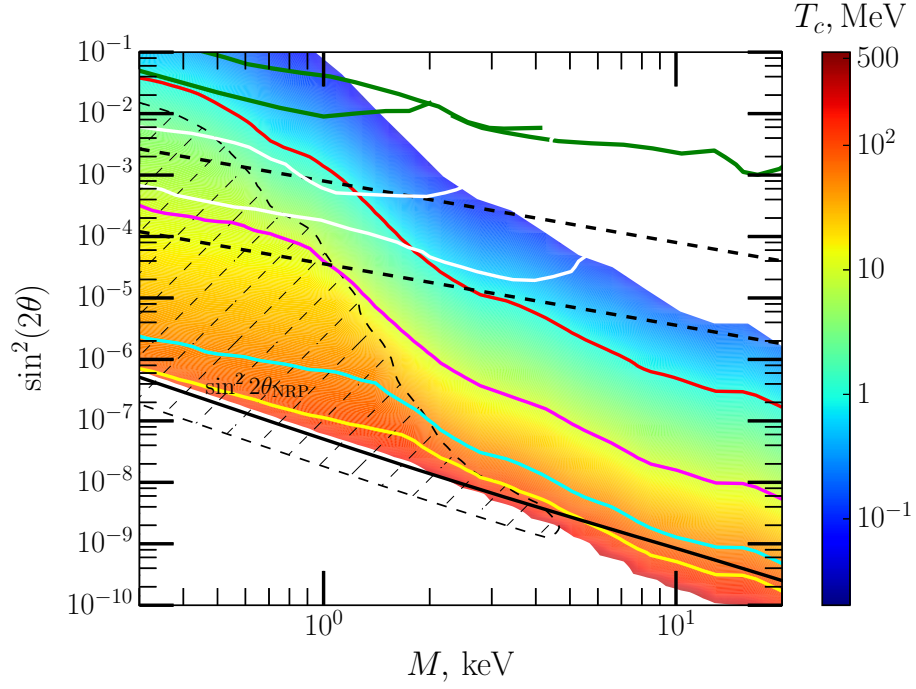
Черная линия  $\sin^2 2\theta_{\text{NRP}}$  соответствует нерезонансному производству стерильных нейтрино в ранней Вселенной при условии  $\Omega_N = \Omega_{\text{DM}}$ . В сценарии с фазовым переходом эта линия отвечает  $T_c \rightarrow \infty$ . Синяя кривая  $\sin^2 2\theta_{\text{X-ray}}$  иллюстрирует целый ряд ограничений на темп радиационных распадов по последним измерениям диффузного астрофизического фона, а также по анализу рентгеновского излучения от отдельных объектов во Вселенной, в предположении  $\Omega_N = \Omega_{\text{DM}}$ .

В области  $\theta_{\text{NRP}} < \theta_{\text{X-ray}}$  синяя кривая соответствует текущему ограничению на смешивание по данным рентгеновских телескопов. Однако в случае  $\theta_{\text{NRP}} > \theta_{\text{X-ray}}$  стерильные нейтрино составляют только часть ТМ и актуальным ограничением в данной области будет являться величина  $\sin^2 2\theta_{\text{max X-ray}}$ , отмеченная темно синей кривой на Рис. 2.2 и определяемая

$$\theta_{\text{max X-ray}}^2(M) = \sqrt{\theta_{\text{X-ray}}^2(M)\theta_{\text{NRP}}^2(M)}. \quad (2.20)$$

Область  $\theta < \min[\theta_{\text{NRP}}, \theta_{\text{max X-ray}}]$  разрешена в стандартной модели и фазовый переход в скрытом секторе не требуется.  $\Omega_N$  здесь отвечает обычному нерезонансному производству стерильных нейтрино в ранней Вселенной, а  $T_c \rightarrow \infty$ .

В пространстве параметров  $\theta_{\text{NRP}} < \theta < \theta_{\text{X-ray}}$ , с помощью надлежащего выбора  $T_c$ , см (2.12), можно подавить рождение стерильных нейтрино в ранней Вселенной ровно настолько чтобы достичь  $\Omega_N = \Omega_{\text{DM}}$ . Однако теплая ТМ интересующей нас массы уже исключена согласно последним исследованиям пространственного распределения мелкомасштабной структуры Вселенной. По этой причине только часть ТМ может быть составлена из стерильных нейтрино со спектром (2.11). Грубые оценки на допустимую примесь теплой ТМ получены в [121]. Однако ввиду большой неопределенности этих результатов, для нашей цели достаточно оценить максимальную долю теплой ТМ на уровне 30% [64]. Таким образом, вся область  $\Omega_N/\Omega_{\text{DM}} > 0.3$ , которая отмечена белым и черным пунктирами на Рис. 2.2 и 2.3, запрещена. Однако нет



**Рис. 2.3.** Результат численного анализа в модели с фазовым переходом в скрытом секторе. Цветом изображена максимальная критическая температура  $T_c$ , удовлетворяющая ограничениям на темп радиационных распадов (2.19) и на общую плотность ТМ. Желтая, голубая, пурпурная и красная кривые соответствуют  $T_c = 100$  MeV, 50 MeV, 10 MeV и 1 MeV. Белое пространство в правом нижнем углу отвечает области, в которой фазовый переход не требуется ( $T_c \rightarrow \infty$ ). Остальные обозначения см. в описании к Рис. 2.2.

проблем в рассмотрении меньшего количества произведенных в осцилляциях стерильных нейтрино,  $\Omega_N \lesssim \Omega_{\text{DM}}$ , в рамках многокомпонентной ТМ, основная часть которой составлена их холодных частиц. В этом случае удастся удовлетворить всем требованиям по формированию мелкомасштабной структуры Веленной, а область, которая отмечена белым и черным пунктирами на Рис. 2.2 и 2.3, открывается. Примесь теплой ТМ из стерильных нейтрино поможет лучше описать формирование структур на малых расстояниях, см. обсуждение в разделе 2.1. Один из возможных кандидатов на роль холодной ТМ будет предложен в разделе 2.3.1.

В области  $\theta > \max[\theta_{\text{NRP}}, \theta_{\text{max X-ray}}]$  максимально допустимое значение  $\Omega_N/\Omega_{\text{DM}}$  полностью определяется ограничением (2.19), которое следует из астрофизических наблюдений. Необходимая для этого критическая температура  $T_c$  восстанавливается с помощью (2.16).

Чтобы продвинуться в область еще большего смешивания, которая интересна ввиду возможности прямой экспериментальной проверки, критическая температура  $T_c$  должна быть как можно меньше. Однако в модели с фазовым переходом существует предел в подавлении нейтринных осцилляций в ранней Вселенной из-за растущего вклада (2.15), производимого в смешивании на  $T \gtrsim T_c$ . В разделе 2.2.2 было найдено модельно независимое ограничение снизу на количество стерильных нейтрино, производимых в модели с фазовым переходом, (2.18). Комбинация (2.18) и (2.19) определяет максимальное смешивание, совместное с астрономическими ограничениями на темп радиационных распадов, которое совпадает с верхней границей разрешенной (цветной) области на Рис. 2.2 и 2.3. Углы смешивания в белом пространстве выше цветной области на данных картинках нарушают условие (2.19) и поэтому не могут быть достигнуты в модели с фазовым переходом.

На Рис. 2.2 и 2.3 мы исходили из того, что теплая ТМ может составлять не более 30% от всей ТМ. Интересно определить точный масштаб масс стерильных нейтрино со спектром (2.11), которые могут составить всю ТМ. Ограничения на массу по исследованию мелкомасштабной структуры Вселенной для нерезонансного сценария производства частиц выглядят следующим образом:  $m_{\text{NRP}} > 8 \text{ кэВ}$  по наблюдению картины линий Лайман- $\alpha$  в спектрах далеких квазаров [122] и  $m_{\text{NRP}} > 5.7 \text{ кэВ}$  [123] из эволюции фазовой плотности. Учесть спектр стерильных нейтрино (2.11) позволяет следующее перемасштабирование массы

$$m_{\text{NRP}} = \frac{\langle\langle p \rangle\rangle|_{f_A}}{\langle\langle p \rangle\rangle|_{f_N}} M = \frac{3.1}{4.1} M, \quad (2.21)$$

что ведет к ограничениям  $M > 11 \text{ кэВ}$  and  $M > 8 \text{ кэВ}$ , соответственно <sup>5</sup>.

В соответствии с Рис. 2.2 и 2.3 в модели с фазовым переходом ( $T_c > T_{c,\text{min}}$

---

<sup>5</sup> Строго говоря, спектр нейтрино (2.15), о котором шла речь в разделе 2.2.2, со средней величиной импульса  $\langle\langle y \rangle\rangle = 1.2T$  несколько холоднее чем (2.11). Однако этого эффекта явно недостаточно для существенного ослабления ограничений из структур ввиду того что в области  $\theta_{\text{NRP}} < \theta_{\text{X-ray}}$  вклад (2.11) доминирует над (2.15).



(2.17)) удастся достичь уровня текущих ограничений из прямых поисков (зеленые линии на обеих картинках) в области небольших масс стерильного нейтрино. Данная возможность иллюстрирует значимость предстоящих лабораторных экспериментов по поиску тяжелого нейтрино в распадах трития, которые помогут продвинуться в область меньших углов.

Особого внимания заслуживает тот факт, что в модели с фазовым переходом открывается новая область в пространстве параметров  $\theta^2 - M$ , в которой удастся объяснить малую массу активного нейтрино с помощью механизма качели. Данная область очерчена двумя пунктирными линиями на Рис. 2.2 и 2.3, которые соответствуют массам активного состояния  $m_a = 0.009$  эВ и 0.2 эВ.

Напомним, что наш анализ применим для смешивания стерильного состояния с электронным нейтрино. Однако, максимально при этом угол (верхняя граница цветной области на Рис. 2.2 и 2.3) остается справедливым также для смешиваний с мюонным и тау нейтрино. Действительно, в случае низких температур после закалки активных нейтрино темп производства стерильного состояния, определяемый темпом слабых процессов, не зависит от аромата активных нейтрино. Таким образом, астрофизические ограничения на темп радиационных распадов, которые определяют верхнюю границу цветной области, остаются справедливыми в случае смешивания стерильного состояния с произвольным активным нейтрино.

### 2.3. Когерентно осциллирующее скалярное поле

В отличие от изученного в разделе 2.2 фазового перехода, который служит проявлением достаточно нетривиальной динамики в скрытом секторе, в этой части мы рассмотрим свободное массивное скалярное поле слабо взаимодействующее со стерильным нейтрино,  $f \lesssim 1$ . В этом случае динамика в

скрытом секторе задается

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2 \quad (2.22)$$

а полный Лагранжиан данной теории выглядит следующим образом

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_N + \mathcal{L}_{\phi N} + \mathcal{L}_\phi, \quad (2.23)$$

где  $\mathcal{L}_N$ ,  $\mathcal{L}_{\phi N}$  и  $\mathcal{L}_\phi$  определяются (2.2), (2.14) и (2.22), соответственно.

Как и в разделе 2.2 мы рассматриваем действительное скалярное поле<sup>4</sup>. В ранней Вселенной скалярное поле практически не изменялось по причине сильного «хаббловского трения». Начальное значение  $\phi_i$  несет информацию об инфляции, а также об эпохе постинфляционного разогрева. Таким образом  $\phi_i$  может принимать достаточно большие значения.

В момент когда темп расширения Вселенной опускается до уровня

$$H_{\text{osc}} \simeq m_\phi, \quad (2.24)$$

скалярное поле начинает осциллировать с амплитудой

$$|\phi| \propto a^{-3/2} \quad (2.25)$$

Когерентно осциллирующее поле проявляет себя на больших масштабах как нерелятивистское вещество. Это означает, что свободное массивное скалярное поле в расширяющейся Вселенной с момента (2.24) может выполнять роль ТМ. С другой стороны когерентно осциллирующее скалярное поле, модулирующее массу стерильного состояния, существенно модифицирует картину осцилляции в ранней Вселенной. По этой причине необходимо исследовать осцилляции нейтрино с переменной массой.

Начнем с описания скалярной ТМ в данной модели.

### 2.3.1. Скалярная темная материя

Будем рассматривать процессы во Вселенной до момента перехода от радиационно-доминированной стадии к стадии доминирования нерелятивист-

ского вещества, когда темп расширения Вселенной определялся ультрарелятивистским веществом

$$H^2 = \frac{8\pi}{3M_{Pl}^2} g_* T^4 = H_0^2 \Omega_{\text{rad}} \frac{g_* T^4}{g_{*,0} T_0^4} \quad (2.26)$$

В режиме  $m_\phi > H$  скалярное поле образует конденсат, плотность которого сегодня определяется

$$\rho_{\phi,0} = \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_i^2 \frac{h_0 T_0^3}{h_{\text{osc}} T_{\text{osc}}^3}, \quad (2.27)$$

где  $h_0 \equiv h(T_0)$  и  $h_{\text{osc}} \equiv h(T_{\text{osc}})$  энтропийные факторы в момент начала осцилляций и сегодня, а  $T_{\text{osc}}$  отвечает температуре плазмы в момент (2.24)

$$\frac{T_{\text{osc}}}{T_0} = \left( \frac{g_{*,0}}{g_{*,\text{osc}} \Omega_{\text{rad}}} \right)^{1/4} \left( \frac{m_\phi}{H_0} \right)^{1/2} \quad (2.28)$$

Считая что скалярное поле составляет сегодня всю ТМ,  $\rho_{\phi,0} = \Omega_{\text{DM}} \rho_c$ , определим необходимое для этого начальное значение скалярного поля (2.27), (2.28)

$$\frac{\phi_i}{M_{Pl}} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{\Omega_{\text{DM}}^{1/2}}{\Omega_{\text{rad}}^{3/8}} \times \left( \frac{H_0}{m_\phi} \right)^{1/4} \times \frac{h_{\text{osc}}^{1/2} g_{*,0}^{3/8}}{g_{*,\text{osc}}^{3/8} h_0^{1/2}} \quad (2.29)$$

Как уже было упомянуто в начале раздела 2.3 скалярное поле может составлять ТМ начиная только с некоторого момента времени. Это означает что если переход (2.24) случился достаточно поздно, то возмущения ТМ не успеют выйти на необходимый уровень и сформировать КСВ. Современные исследования на эту тему говорят, что ТМ должна присутствовать во Вселенной как минимум с характерной температуры плазмы 200 эВ [124]. Это условие ограничивает пространство параметров нашей модели следующим образом

$$T_{\text{osc}} > 200 \text{ эВ} \quad (2.30)$$

Как уже было отмечено в разделе 2.1 масса легкой скалярной частицы ограничена снизу по наблюдениям за мелкомасштабной структурой Вселенной. Последние результаты по исследованию картины Ly- $\alpha$  леса в спектре

далеких квазаров дают похожие ограничения [108, 109]

$$m_\phi > 2.9 \times 10^{-21} \text{ эВ} \quad (2.31)$$

Данный результат согласуется с ограничением длины волны де Бройля, которое связано с необходимостью «заключить» частицы ТМ в карликовые галактики [107], а также с измерением кривых вращения галактик в центральных областях гало [112], см. начало раздела 2.1. Интересно заметить, что условие (2.30) вместе с (2.28) дает похожее на (2.31) ограничение.

Верхняя граница на массу скалярного поля следует из кинематики распада за счет взаимодействия (2.14). Во-первых, скалярные частицы распадаются в процессах с участием стерильных нейтрино. Соответствующий канал распада кинематически запрещен если

$$m_\phi < M \quad (2.32)$$

Если при этом масса скалярной частицы больше минимального масштаба масс активных нейтрино, см. также (2.28),<sup>6</sup>

$$1 \approx \frac{m_{\text{sol}}}{0.01 \text{ эВ}} < \frac{m_\phi}{0.01 \text{ эВ}} \approx \left(\frac{g_{\text{osc}}}{50}\right)^{1/2} \left(\frac{T_{\text{osc}}}{1 \text{ TeV}}\right)^2, \quad (2.33)$$

то возможен распад  $\phi \rightarrow \nu_a \nu_a$ . В этом случае частицы, образующие конденсат скалярного поля, должны быть достаточно стабильными, чтобы сформировать ТМ сегодня. Для этого необходимо потребовать, чтобы время их жизни превышало возраст Вселенной

$$\frac{\Gamma_{\phi \rightarrow \nu\nu}}{H_0} \equiv \theta^4 \times \frac{f^2 m_\phi}{16\pi H_0} \ll 1. \quad (2.34)$$

Наконец, если  $m_\phi < 0.01 \text{ эВ}$  распад скалярной частицы кинематически запрещен и такая ТМ полностью стабильна.

---

<sup>6</sup> Мы предполагаем здесь, что минимальный масштаб масс активных нейтрино определяется солнечной массой, что, вообще говоря, может оказаться неверным.

Наконец, существование легкого скалярного поля во время инфляции ведет к образованию моды постоянной кривизны. Оценив величину генерируемых возмущений скалярного поля

$$|\delta\phi| = \frac{H_{\text{inf}}}{2\pi}, \quad (2.35)$$

мы можем использовать экспериментальное ограничение на амплитуду его начальных возмущений плотности  $\delta\rho_\phi/\rho_\phi \sim (2|\delta\phi|\phi_i)/\phi_i^2 < \Delta_I$ , где  $\Delta_I = 4.6 \times 10^{-5} \sqrt{\frac{\beta_{\text{iso}}}{1-\beta_{\text{iso}}}}$  допустимый уровень примеси моды постоянной кривизны по исследованию РИ,  $\beta_{\text{iso}} \approx 0.04$  отвечает случаю когда адиабатическая мода и мода постоянной кривизны не скоррелированы [125].

Таким образом, начальная амплитуда скалярного поля (2.29) должна удовлетворять условию  $2|\delta\phi|/\phi_i < \Delta_I$ , что определяет верхнюю границу энергетического масштаба инфляции (2.35)

$$H_{\text{inf}} < 3.2 \times 10^{12} \text{ ГэВ} \left( \frac{10^{-21} \text{ эВ}}{m_\phi} \right)^{1/4} \frac{h_{\text{osc}}^{1/2} g_{*,0}^{3/8}}{g_{*,\text{osc}}^{3/8} h_0^{1/2}} \quad (2.36)$$

Современное ограничение на характерный для инфляционной стадии параметра Хаббла следует из анализа поляризации РИ и составляет  $H_{\text{inf}} < 0.8 \times 10^{14} \text{ ГэВ} (2\sigma)$  [12]. Принимая во внимание ограничение на массу (2.31) можно заключить, что предсказания скалярной ТМ находятся в полном согласии с результатами коллаборации «Планк».

Полученное ограничение (2.36) можно переформулировать на языке амплитуды тензорных возмущений  $r$

$$r < 1.7 \times 10^{-4} \left( \frac{10^{-21} \text{ эВ}}{m_\phi} \right)^{1/2} \frac{h_{\text{osc}} g_{*,0}^{3/4}}{g_{*,\text{osc}}^{3/4} h_0} \quad (2.37)$$

что также не противоречит наблюдательным данным спутника «Планк»  $r < 0.1 (2\sigma)$  [12].

Следующим шагом на пути получения предсказаний в модели с когерентно осциллирующим скалярным полем является исследование осциллирующих нейтрино с переменной массой.

### 2.3.2. Осцилляции нейтрино с переменной массой

Скалярное поле посредством юкавского взаимодействия (2.14) дает вклад в полную массу стерильного состояния. До перехода (2.24), когда  $\phi_i$  практически не изменялось, стерильное нейтрино приобретает большую массу

$$M_{N,i} = f\phi_i \quad (2.38)$$

Тем не менее частицы с такой массой могли эффективно производиться в плазме до электрослабого перехода если  $M_{N,i} < 3T$ . Чтобы пренебречь каналом рождения стерильных нейтрино в распадах термализованных хиггсовских бозонов в ранней Вселенной юкавская константа  $y_\nu$  в (2.14) должна быть достаточно мала <sup>7</sup>

$$\frac{\Gamma_{\mathcal{H} \rightarrow \nu_a N}}{H} \simeq \frac{y_\nu^2 T}{16\pi H} \ll 1. \quad (2.39)$$

что совместно с ограничениями из прямых поисков тяжелого нейтрино  $\theta^2 \lesssim 10^{-3}$ , см. раздел 2.1.

После перехода (2.24) скалярное поле приводит к осциллирующему вкладу (2.25)

$$M_N = f|\phi| \sin m_\phi t \quad (2.40)$$

В результате чего древесная масса  $M$  получает осциллирующую добавку  $M_N$  и эффективная масса стерильного нейтрино  $M_{\text{eff}}$  становится равной

$$M_{\text{eff}} \equiv M + M_N = M_A(z + \sin m_\phi t). \quad (2.41)$$

где

$$z \equiv \frac{M}{M_A} \quad M_A \equiv M \left( \frac{hT^3}{h_e T_e^3} \right)^{1/2} \quad (2.42)$$

Здесь мы воспользовались новым параметром  $T_e$ , который отвечает температуре плазмы в момент  $M_A = M$  и определяется с помощью  $\frac{1}{2}m_\phi^2 \left( \frac{M}{f} \right)^2 \left( \frac{h_0 T_0^3}{h_e T_e^3} \right) =$

<sup>7</sup> Мы не рассматриваем здесь процессы рассеяния  $2 \leftrightarrow 2$ , в которых также могло рождаться стерильное нейтрино в ранней Вселенной. Вклад от этих процессов по порядку величины совпадает с (2.39), что незначительно сказывается на наших оценках.

$$= \Omega_{\text{DM}} \rho_{\text{crit}} \quad \frac{T_e}{T_0} = \left( \frac{m_\phi M}{f} \right)^{2/3} \frac{1}{\sqrt[3]{2\Omega_{\text{DM}} \rho_{\text{crit}}}} \left( \frac{h_0}{h_e} \right)^{1/3} \quad (2.43)$$

Смешивание в данном режиме определяется эффективной массой стерильного состояния (2.41) и равно в случае  $2m_D/M \ll 1$

$$\sin \theta \approx \frac{m_D}{M_{\text{eff}}} \ll 1 \quad (2.44)$$

В рассматриваемом сценарии эффективная масса стерильного нейтрино  $M_{\text{eff}}$  изменяется достаточно быстро по сравнению с темпом расширения Вселенной, поэтому для упрощения вычислений естественно использовать параметры, усредненные на некотором характерном масштабе. Например, эффективный темп вакуумных осцилляций будет выглядеть следующим образом (2.7)

$$\langle \Delta_0 \rangle = \frac{\langle M_{\text{eff}}^2 \rangle}{2yT} \quad (2.45)$$

где  $\langle \dots \rangle$  обозначает соответствующее усреднение.

Принимая во внимание обсуждавшееся в разделе 2.1 ограничение на смешивание из прямых поисков тяжелого нейтрино,  $\theta^2 \lesssim 10^{-3}$ , мы используем (2.6) вместе с (2.44) и (2.45) для нахождения эффективного смешивания в плазме с учетом переменной массы стерильного состояния

$$\langle \theta_M^2 \rangle = \theta^2 z^2 \frac{\langle M_{\text{eff}}^2 \rangle / M_A^2}{(A^2 + \langle M_{\text{eff}}^2 \rangle / M_A^2)^2} \quad (2.46)$$

где

$$A \equiv \frac{\sqrt{2yTV_{\text{eff}}}}{M_A} \quad (2.47)$$

В дальнейшем мы будем работать в режиме большой амплитуды скалярного поля  $3T_e \ll M$  когда всегда выполнено  $yT \ll M_A$ <sup>8</sup>, см. (2.42), или

$$\bar{x} \equiv \frac{yT}{M_A} \ll 1 \quad (2.48)$$

---

<sup>8</sup> Здесь и далее мы рассматриваем состояние нейтрино с произвольным импульсом  $p = yT$ . Тем не менее наши оценки нуждаются в уточнении если  $y$  сильно отличается от средней величины равновесного распределения релятивистских частиц, характеризуемого с помощью  $y \sim 3$ .

Данное условие означает что осцилляции нейтрино на каждом полупериоде осцилляций скалярного поля  $\pi m_\phi^{-1}$  кинематически активны только в течение малого промежутка времени  $2\bar{x}m_\phi^{-1}$  пока выполняется  $|M_{\text{eff}}| < yT$ .

Следующим важным масштабом в описании осцилляций является длина когерентного распространения нейтрино  $2\Gamma^{-1}$ <sup>2</sup>. В дальнейшем удобно использовать следующую комбинацию параметров

$$\lambda \equiv \frac{2m_\phi}{\Gamma} \quad (2.49)$$

Нам также понадобятся соотношение

$$\frac{m_\phi M_A}{(yT)^2} \ll 1 \quad (2.50)$$

которое выполняется во всей области параметров  $m_\phi - f$  при условии (2.29), а также

$$V_{\text{eff}} \lesssim yT \Leftrightarrow A \lesssim \bar{x} \quad (2.51)$$

справедливое при  $T \lesssim 100 \text{ GeV} \simeq T_{\text{EW}}$ , см. (2.8).

Наконец, осцилляции эффективны только при условии  $M \ll yT$ , т.е.

$$z \ll \bar{x} \quad (2.52)$$

При нахождении эффективных величин (2.45) и (2.46) оказывается удобным перейти к переменной  $\varphi = m_\phi t$ . Причем на каждом отдельном промежутке времени, пока осцилляции активны,  $|z + \sin \varphi| < \bar{x}$ , всегда можно перейти к переменным  $\sin \varphi \approx \varphi \ll 1$ <sup>9</sup>, см. (2.48).

Осцилляции в рассматриваемой теории имеют два характерных масштаба – продолжительность нейтринных осцилляций  $2\bar{x}m_\phi^{-1}$  и длина когерентного распространения нейтрино  $2\Gamma^{-1}$ . Соотношение между ними, которое зависит

---

<sup>9</sup> В данном приближении мы не учитываем эффект резонансного усиления, который возникает при учете когерентной эволюции скалярного поля на больших временах  $\gg m_\phi^{-1}$ . В действительности, полученное таким образом количество стерильных нейтрино, образующихся в осцилляциях, является оценкой снизу. Эффект резонансного усиления осцилляций в присутствии когерентно осциллирующего скалярного поля подробно изучен в раздел 3.2.



от температуры, и определяет масштаб, с которого необходимо начать усреднение.

Начнем с рассмотрения осцилляций при низких температурах.

$$2\bar{x}m_\phi^{-1} < 2\Gamma^{-1}$$

Характерным масштабом будет меньшее из представленных выше значений, в данном случае это промежуток времени в течение которого осцилляции кинематически активны  $2\bar{x}m_\phi^{-1}$ . Эффективное значение квадрата масс на заданном отрезке времени приближенно равно (2.41), (2.52)

$$\langle M_{\text{eff}}^2 \rangle_{2\bar{x}m^{-1}} = M_A^2 \int_{-\bar{x}}^{\bar{x}} (z + \varphi)^2 \frac{d\varphi}{2\bar{x}} \approx \frac{(yT)^2}{3} \quad (2.53)$$

В течение рассматриваемого промежутка времени эффекты плазмы не проявляются, см. (2.51). В этом случае усредненный темп вакуумных осцилляций на характерном масштабе  $2\bar{x}m_\phi^{-1}$  равен (2.45), (2.53)

$$\langle \Delta_0 \rangle_{2\bar{x}m^{-1}} \approx \frac{yT}{6} \quad (2.54)$$

С учетом (2.50) верно  $\langle \Delta_0 \rangle_{2\bar{x}m^{-1}} \gg 1/(2\bar{x}m_\phi^{-1})$ , т.е. осцилляционный синус можно усреднить значением  $1/2$  <sup>9</sup>.

Используя (2.46) вместе с полученным результатом (2.53), а также с (2.51), мы находим эффективное смешивание на масштабе  $2\bar{x}m^{-1}$ .

$$\langle \theta_M^2 \rangle_{2\bar{x}m^{-1}} \approx \frac{\theta^2 z^2}{\langle M_{\text{eff}}^2 / M_A^2 \rangle_{2\bar{x}m^{-1}}} = \frac{3\theta^2 z^2}{\bar{x}^2} \quad (2.55)$$

Однако характерный темп слабых процессов равен  $\Gamma$ , поэтому необходимо перейти к рассмотрению значительно больших пространственных масштабов. Учтем, что на каждом полупериоде скалярного поля  $\pi m^{-1}$  осцилляции активны только в течение малого промежутка времени  $2\bar{x}m^{-1}$  и преобразуем (2.55) на больших временных масштабах

$$\langle \theta_M^2 \rangle \approx \langle \theta_M^2 \rangle_{2\bar{x}m^{-1}} \frac{2\bar{x}m^{-1}}{\pi m^{-1}} = \frac{3\theta^2 z^2}{\bar{x}^2} \frac{2\bar{x}}{\pi} \quad (2.56)$$

Определив смешивание как медленно меняющуюся функцию от температуры, мы можем использовать (2.56) в эффективном уравнении Больцмана

$$HT \frac{\partial f_N}{\partial T} = \frac{1}{2} 4 \langle \theta_M^2 \rangle \frac{\Gamma}{2} f_A \quad (2.57)$$

и определить следующую зависимость функции распределения стерильных нейтрино  $f_N \propto \sqrt{T}$ .

Перейдем к исследованию осцилляции при более высоких температурах.

$$2\bar{x}m_\phi^{-1} > 2\Gamma^{-1}$$

В этом случае характерным масштабом, на котором необходимо производить усреднение, является длина когерентного распространения нейтрино  $2\Gamma^{-1}$ . В этом режиме эффекты плазмы могут оказать существенное влияние на ход осцилляций. Поэтому эффективное смешивание (2.45) необходимо модифицировать в плазме следующим образом

$$\langle \Delta_M \rangle_{2\Gamma^{-1}} = \langle \Delta_0 \rangle_{2\Gamma^{-1}} + V_{\text{eff}} \gg \frac{\Gamma}{2} \quad (2.58)$$

где в последнем переходе мы воспользовались результатом (2.8). Таким образом, осцилляционный синус на характерном масштабе  $2\Gamma^{-1}$  может быть усреднен с помощью значения  $1/2$ .

Среднее значение квадрата масс на характерном масштабе  $2\Gamma^{-1}$  при условии  $z \ll \lambda$ , которое выполняется при не очень высоких температурах, равно

$$\langle M_{\text{eff}}^2 \rangle_{2\Gamma^{-1}} = M_A^2 \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \lambda} (z + \varphi_0)^2 \frac{d\varphi}{\lambda} \approx M_A^2 \left[ \frac{\lambda^2}{3} + \lambda\varphi_0 + \varphi_0^2 \right] \quad (2.59)$$

Использование (2.46) вместе с (2.59) приводит к эффективному смешиванию на характерном масштабе  $2\Gamma^{-1}$

$$\langle \theta_M^2 \rangle_{2\Gamma^{-1}} \approx \theta^2 z^2 \frac{\lambda^2/3 + \lambda\varphi_0 + \varphi_0^2}{(A^2 + \lambda^2/3 + \lambda\varphi_0 + \varphi_0^2)^2} \quad (2.60)$$

Теперь необходимо усреднить (2.60) по  $\varphi_0 \in [-\bar{x}, \bar{x}]$ , когда осцилляции кинематически активны, с учетом (2.51), а также  $\lambda \lesssim \bar{x}$

$$\langle \theta_M^2 \rangle_{2\bar{x}m^{-1}} \approx \int_{-\bar{x}}^{\bar{x}} \langle \theta_M^2 \rangle_{2\Gamma^{-1}} \frac{d\varphi_0}{2\bar{x}} \approx \frac{\theta_0^2 z^2}{\bar{x}} \frac{6A^2 + \lambda^2}{(12A^2 + \lambda^2)^{3/2}} \sqrt{3\pi} \quad (2.61)$$

Чтобы использовать эффективное смешивание (2.61) в уравнении Больцмана (2.57), необходимо снова перейти к рассмотрению больших пространственных масштабы и учесть подавляющий фактор, связанный с тем что осцилляции активны на каждом полупериоде скалярного поля  $\pi m^{-1}$  только в течение малого промежутка времени  $2\bar{x}m^{-1}$ , т.е.

$$\langle \theta_M^2 \rangle \approx \langle \theta_M^2 \rangle_{2\bar{x}m^{-1}} \frac{2\bar{x}m^{-1}}{\pi m^{-1}} = \frac{\theta_0^2 z^2}{\lambda} \frac{1 + 6A^2/\lambda^2}{(1 + 12A^2/\lambda^2)^{3/2}} 2\sqrt{3} \quad (2.62)$$

Результат подстановки (2.62) в уравнение Больцмана (2.57) дает  $f_N \propto T^5$  в случае  $\lambda \gg A$  и  $f_N \propto T^{-3/2}$  если  $\lambda \ll A$ . Делаем вывод, что рождение стерильных нейтрино в осцилляциях насыщается при  $\lambda \sim A$  и мы можем перейти к вычислению окончательного результата.

Решение (2.57) с использованием (2.62) выглядит следующим образом

$$\frac{f_N}{f_A} = 3 \times 10^{-11} \theta^2 \sqrt{\frac{10.75}{g_*}} \left( \frac{T_e}{\text{кэВ}} \right)^{24/13} \left( \frac{0.01 \text{ эВ}}{m_\phi} \right)^{3/13} \left( \frac{M}{\text{кэВ}} \right)^{36/13} \times \int_0^\infty \frac{1 + 0.5x^{13/5}y^4}{(1 + x^{13/5}y^4)^{3/2}} y^2 dx \quad (2.63)$$

$$\text{где } x = 7.6 \times 10^{-5} \left( \frac{T}{\text{ГеВ}} \right)^5 \left( \frac{T_e}{\text{кэВ}} \right)^{15/13} \left( \frac{0.01 \text{ эВ}}{m_\phi} \right)^{10/13} \left( \frac{\text{кэВ}}{M} \right)^{10/13}$$

Устремляя пределы интегрирования по переменной  $x \cdot y^{20/13}$  к 0 (настоящая эпоха) и  $+\infty$  (электрослабый переход) приходим к окончательному результату

$$\frac{f_N}{f_A} = 7.7 \times 10^{-11} \theta^2 \sqrt{\frac{10.75}{g_*}} \left( \frac{T_e}{\text{кэВ}} \right)^{24/13} \left( \frac{0.01 \text{ эВ}}{m_\phi} \right)^{3/13} \left( \frac{M}{\text{кэВ}} \right)^{36/13} y^{6/13} \quad (2.65)$$

$$\Omega_N = 1.3 \times 10^{-9} \theta^2 \sqrt{\frac{10.75}{g_*}} \left( \frac{T_e}{\text{кэВ}} \right)^{24/13} \left( \frac{0.01 \text{ эВ}}{m_\phi} \right)^{3/13} \left( \frac{M}{\text{кэВ}} \right)^{49/13} \quad (2.66)$$

В нашей модели скалярное поле составляет всю ТМ, см. раздел 2.3.1. Поэтому удобно воспользоваться результатом (2.43) и переписать (2.65) и (2.66) в следующей форме

$$\frac{f_N}{f_A} = 0.6 \times 10^{-2} \theta^2 \sqrt{\frac{10.75}{g_*}} \left(\frac{10^{-10}}{f}\right)^{16/13} \left(\frac{m_\phi}{0.01 \text{ эВ}}\right) \left(\frac{M}{\text{кэВ}}\right)^4 y^{6/13} \quad (2.67)$$

$$\Omega_N = 10^{-1} \theta^2 \sqrt{\frac{10.75}{g_*}} \left(\frac{10^{-10}}{f}\right)^{16/13} \left(\frac{m_\phi}{0.01 \text{ эВ}}\right) \left(\frac{M}{\text{кэВ}}\right)^5 \quad (2.68)$$

Используя результат [51], приходим к следующему подавлению плотности стерильных нейтрино в присутствии когерентно осциллирующего скалярного поля по отношению с нерезонансному рождению в ранней Вселенной

$$\frac{\Omega_N}{\Omega_{\text{DW}}} = 1.4 \times 10^{-8} \left(\frac{10^{-10}}{f}\right)^{16/13} \left(\frac{m_\phi}{0.01 \text{ эВ}}\right) \left(\frac{M}{\text{кэВ}}\right)^3 \quad (2.69)$$

Результат (2.69) показывает, что нейтринные осцилляции в режиме большого поля (2.48) сильно подавлены по сравнению с нерезонансным механизмом производства нейтрино в ранней Вселенной [51]. По этой причине в рассматриваемом сценарии  $3T_e \ll M$  достаточно рассмотреть рождение частиц при  $T \lesssim T_e$ , когда вклад скалярного поля в эффективную массу нейтрино становится мал. Если при этом  $T_e \lesssim T_{\text{max}}$  рождение стерильных нейтрино описывается с помощью аналитического результата (2.12) с заменой  $T_c \rightarrow T_e$ . Напомни, что когерентно осциллирующее скалярное поле в такой модели составляет всю ТМ, см. раздел 2.3.1.

## 2.4. Заключение к главе

В данной главе были предложены две модели, в которых удастся эффективно подавить рождение стерильных нейтрино в ранней Вселенной и сделать область относительно больших углов смешивания, обычно неприемлемую из-за космологических и астрофизических ограничений, доступной для прямого исследования.

В первой части было исследовано производство стерильных нейтрино в модели с фазовым переходом в скрытом секторе. За счет нетривиальной динамики скрытого сектора в данной модели нейтринные осцилляции начинаются позже и стерильные нейтрино производятся менее эффективно. В результате была найдена область параметров на плоскости  $\theta^2 - M$ , совместная со всеми космологическими и астрофизическими требованиями. Причем в случае  $\theta^2 \sim 10^{-3} - 10^{-6}$  стерильное нейтрино может быть ответственно за формирование малой массы активных нейтрино в рамках механизма качели. Интересно, что данная область пространства параметров доступна для прямой проверки на перспективных экспериментальных установках «Троицк-ню-масс» и KATRIN.

Во второй части мы рассмотрели теорию свободного массивного скалярного поля, взаимодействующего исключительно со стерильным нейтрино. Мы убедились, что конденсат данного поля может успешно выполнять роль холодной ТМ во Вселенной. Мы также изучили нейтринные осцилляции с переменной массой и убедились, что рождение стерильных нейтрино в плазме может быть сильно подавлено вплоть до ограничений из прямых поисков.

Особого внимания заслуживает сценарий многокомпонентной ТМ. Когерентно осциллирующее скалярное поле, рассмотренное в разделе 2.3, может служить холодной частью ТМ, тогда как стерильные нейтрино, неэффективно производимые в осцилляциях, см. раздел 2.2, — выступать в качестве теплой примеси. В этом случае удастся избежать ограничений на скорость частиц ТМ, следующих из анализа пространственного распределения мелкомасштабной структуры Вселенной и, одновременно, решить проблемы в формировании структур на малых масштабах, обнаруженные в численных симуляциях с холодной ТМ, см. раздел 2.1.

## Глава 3

# Производство стерильных нейтрино в присутствии когерентно осциллирующего скалярного поля

## 3.1. Введение к главе

В данной Главе мы изучим два новых механизма генерации ТМ в присутствии когерентно осциллирующего скалярного поля, которые позволяют обойти ограничения из структур и составить всю ТМ из стерильных нейтрино.

Простейшим способом производства стерильных нейтрино во Вселенной являются их осцилляции с активными нейтрино. Характерной особенностью данного механизма является то, что произведенная таким образом ТМ будет теплой. Отличительной характеристикой теплой ТМ по сравнению с холодной является эффективное обрезанию спектра возмущений в области больших импульсов. В данном случае основным источником ограничений является анализ мелкомасштабной структуры Вселенной. Современные результаты наблюдений Лайман- $\alpha$  леса ограничивают массу частиц ТМ с тепловым распределением на уровне  $M > 8 \text{ кэВ}$  [122]. Так как частицы с большей массой не могут составлять ТМ по причине сильных ограничений на темп радиационных распадов, см. [52], то нерезонансный механизм производства ТМ в ранней Вселенной исключен. При наличии в первичной плазме лептонной асимметрии удастся добиться более холодного распределения частиц ТМ по импульсу. Такая ситуация имеет в место, например, в  $\nu\text{MSM}$  модели, когда легчайшее стерильное состояние производится резонансно за счет усиления осцилляций нейтрино в среде, эффекте Михеева–Смирнова–Вольфенштейна.

Однако последние исследования Лайман- $\alpha$  леса ограничивают массу стерильных нейтрино, рожденных резонансным образом, на уровне  $M \gtrsim 5 - 7 \text{ кэВ}$  [64]. По этой причине, формулирование новых механизмов производства ТМ, которые позволили бы обойти традиционные для теплой ТМ ограничения из структур, является предпочтительным.

Когерентно осциллирующее скалярное поля, взаимодействующее со стерильным нейтрино, оказывает существенное влияние на эволюцию системы. В соответствии с результатами секции 2.3, скалярное поле достаточно большой амплитуды приводит к эффективному подавлению осцилляций в ранней Вселенной. Однако, когерентная эволюция скалярного поля может служить источником и более сложных эффектов. Периодическое пересечение полной массы стерильного состояния нуля может вызывать эффективное *резонансное* усиление осцилляций, а также приводить к рождению частиц внешним нестационарным полем.

Воздействие внешнего осциллирующего поля большой амплитуды на осцилляции нейтрино в ранней Вселенной было изучено в секции 2.3. Однако использованный в этой части метод эффективных величин, применимый для описания достаточно больших масштабов масс, оказывается нечувствительным к более тонким эффектам, возникающим в окрестности  $M_{\text{eff}} = 0$ . Более того, в рамках подхода, развитого в секции 2.3, эволюция системы на каждом полупериоде осцилляций скалярного поля рассматривается независимо, что влечет потерю информации о фазе квантового состояния на больших временах. В случае малой массы стерильного нейтрино (но не равной нулю, когда осцилляции отсутствуют) ожидается кратковременное усиление осцилляций. При определенной комбинации параметров когерентное сложение осцилляций при многократном пересечении  $M_{\text{eff}} = 0$  может приводить к эффективному *резонансному* рождению стерильных нейтрино. Предложенный механизм может быть ответственен за производство ТМ из стерильных нейтрино с очень малым углом смешивания. Для описания когерентной эволюции,

применимой для произвольной массы нейтрино, необходимо решение квантово-механических уравнений двухуровневой системы при наличии внешнего осциллирующего поля, что потребует привлечения более сложных аналитических методов.

Эффект резонансного усиления осцилляций обеспечивает эффективное производство стерильных нейтрино даже в ситуации очень маленького смешивания с активным состоянием. Это позволяет полностью избежать ограничений на темп радиационных распадов и произвести ТМ из стерильных нейтрино в области, не доступной для прямого исследования в наземных лабораториях обозримого будущего. С другой стороны, распределение по импульсам образовавшихся в резонансе частиц оказывается холоднее обычного, что также способствует ослаблению текущих ограничений по исследованию мелкомасштабной структуры Вселенной.

Другой эффект от пересечения эффективной массы стерильного нейтрино нуля заключается в квантовом рождении частиц внешним нестационарным полем. В окрестности  $M_{\text{eff}} = 0$  нарушается условие адиабатичности для эволюции волновой функции фермионов и происходит интенсивное рождение этих частиц. Причем если масса стерильного состояния в вакууме заметно превышает массу скалярного поля, частицы рождаются нерелятивистскими. В этом случае, данный механизм может быть ответственным за производство холодной ТМ из стерильных нейтрино. В результате удастся полностью избежать ограничений из структур, характерных для теплой ТМ.

### 3.2. Резонансное производство в осцилляциях

Теория со свободным массивным скалярным полем уже рассматривалась в секции 2.3. Однако сейчас мы не будем использовать усреднение на некотором масштабе, а найдем уравнения, присущие данной теории (2.23).

Сумма двух первых вкладов в (2.23) после электрослабого перехода мо-



жет быть представлена в следующем виде с помощью  $M_{\text{eff}} \equiv M + M_N$  (2.41)

$$\mathcal{L}_N + \mathcal{L}_{\phi N} = i\bar{\mathcal{N}}_L \hat{\partial} \mathcal{N}_L + \frac{1}{2} \bar{\mathcal{N}}_L^c \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M_{\text{eff}} \end{pmatrix} \mathcal{N}_L + \text{h.c.}, \quad (3.1)$$

$$\mathcal{N}_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_a \\ N^c \end{pmatrix}$$

где  $\nu_a$  обозначает состояние активного нейтрино, а  $m_D = \theta M$ , см. (2.3). В терминах майорановских полей  $\mathcal{N} \equiv (\mathcal{N}_L + \mathcal{N}_L^c) / \sqrt{2}$  выражение (3.1) принимает следующую форму

$$\mathcal{L}_N + \mathcal{L}_{\phi N} = i\bar{\mathcal{N}} \hat{\partial} \mathcal{N} + \bar{\mathcal{N}} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M_{\text{eff}} \end{pmatrix} \mathcal{N}. \quad (3.2)$$

Массовая матрица в (3.2) может быть диагонализирована с помощью следующего ортогонального преобразования  $\mathcal{N} = \mathcal{O} \mathcal{V}$

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

при условии

$$\text{tg } \theta = \frac{2m_D}{M_{\text{eff}} + \sqrt{M_{\text{eff}}^2 + 4m_D^2}} \quad (3.4)$$

Преобразование (3.3) с (3.4) эквивалентно переходу в массовый базис, в котором (3.2) выглядит следующим образом

$$\mathcal{L}_N + \mathcal{L}_{\phi N} = i\bar{\mathcal{V}} \hat{\partial} \mathcal{V} + i\mathcal{V}^\dagger \begin{pmatrix} 0 & \dot{\theta} \\ -\dot{\theta} & 0 \end{pmatrix} \mathcal{V} + \bar{\mathcal{V}} \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \mathcal{V}, \quad (3.5)$$

$$m_{1,2} = \frac{M_{\text{eff}}}{2} \left( 1 \mp \sqrt{1 + \frac{4m_D^2}{M_{\text{eff}}^2}} \right)$$

Разница квадратов масс в (3.5) составляет

$$\Delta m^2 = M_{\text{eff}}^2 \sqrt{1 + \frac{4m_D^2}{M_{\text{eff}}^2}} \quad (3.6)$$

Для описания когерентной эволюции нейтринных состояний мы воспользуемся уравнением Шредингера в матричной форме для двухуровневой системы. Вычитая диагональную часть, которая не влияет на осцилляции нейтрино, мы приходим к самым общим уравнениям теории (3.5)

$$i\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Delta_0/2 & -i\dot{\theta} \\ i\dot{\theta} & \Delta_0/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

где  $\nu_1, \nu_2$  обозначают состояния нейтрино в массовом базисе и (3.6)

$$\Delta_0 \equiv \frac{\Delta m^2}{2p} \quad (3.8)$$

Уравнения (3.7) удается значительно упростить в некоторых специальных случаях. Во-первых, можно пренебречь переходами между массовыми состояниями нейтрино  $\nu_1 \leftrightarrow \nu_2$  когда угол меняется достаточно медленно

$$\frac{|\dot{\theta}|}{\Delta_0} \ll 1 \quad (3.9)$$

В этом случае, уравнения в терминах массовых состояний (3.7) могут быть переписаны в калибровочном базисе с помощью преобразования  $(\nu_1, \nu_2)^T = \mathcal{O}^{-1}(\psi_1, \psi_2)^T$  (3.3)

$$i\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \frac{\Delta_0}{2} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Во-вторых, дополнительно потребуем, чтобы смешивание (3.4) было достаточно мало. Тогда в пределе  $2m_D/M_{\text{eff}} \ll 1$  получим (3.6), (3.4)

$$\begin{aligned} \Delta m^2 &\approx M_{\text{eff}}^2 \\ \sin \theta &\approx \frac{m_D}{M_{\text{eff}}} = \frac{\theta z}{z + \sin m_\phi t} \end{aligned} \quad (3.11)$$

В этом случае удастся переписать (3.10) с использованием обозначений

$$\Delta_0 \equiv 2\beta(z + \sin m_\phi t)^2 \quad \beta \equiv \frac{M_A^2}{4p} \quad (3.12)$$

в следующей форме (3.11)

$$i\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \beta(z + \sin m_\phi t)^2 \begin{pmatrix} -1 & \frac{2\theta z}{z + \sin m_\phi t} \\ \frac{2\theta z}{z + \sin m_\phi t} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Использованные выше приближения ограничивают масштаб масс (2.41), который может быть рассмотрен с помощью уравнений (3.13). Условие медленного изменения угла (3.9) может быть преобразовано к виду (3.8), (3.11)

$$|z + \sin m_\phi t| \gg \left( \theta z \frac{m_\phi}{2\beta} \right)^{1/4} \quad (3.14)$$

Тогда как приближение  $2m_D/M_{\text{eff}} \ll 1$ , использованное в (3.11), отвечает условию  $|\sin \theta| \ll 1/2$ , которое может быть приведено с помощью (3.11) к следующему виду

$$|z + \sin m_\phi t| \gg 2\theta z \quad (3.15)$$

Перейдем к нахождению амплитуды перехода с помощью (3.13). Произвольное квантовое состояние системы будем описывать с помощью следующего вектора состояния  $|\psi(t)\rangle \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$ , эволюция которого подчиняется (3.13).

В качестве базиса выберем  $|\psi_a\rangle = \begin{pmatrix} \psi_1^{(0)} \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $|\psi_s\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_2^{(0)} \end{pmatrix}$ , соответствующие калибровочным состояниям нейтрино в отсутствии смешивания. Явный вид этих векторов определяется с помощью диагональной части уравнений (3.13), которая дает  $\psi_{1,2}^{(0)} = e^{\pm i\beta \int_0^t (z + \sin m_\phi \zeta)^2 d\zeta}$ .

Квантовое состояние системы в произвольный момент времени можно записать в следующем виде

$$|\psi(t)\rangle = y_1(t)|\psi_a\rangle + y_2(t)|\psi_s\rangle \quad (3.16)$$

где  $y_1(t)$  и  $y_2(t)$  амплитуды вероятностей соответствующих состояний в калибровочном базисе. Если в начале своей эволюции нейтрино находилось в

активном состоянии  $|\psi(0)\rangle = |\psi_a\rangle$ , то

$$\begin{aligned} y_1(t) &= A_{\nu_a \rightarrow \nu_a} = \langle \psi_a | \psi(t) \rangle \\ y_2(t) &= A_{\nu_a \rightarrow \nu_s} = \langle \psi_s | \psi(t) \rangle \end{aligned} \quad (3.17)$$

Подстановка (3.16) в (3.13) ведет к окончательным уравнениям на амплитуды (3.17)

$$\begin{cases} \frac{\partial y_1(t)}{\partial t} = -2i\beta z \theta(z + \sin m_\phi t) e^{-2i\beta \int_0^t (z + \sin m_\phi \zeta)^2 d\zeta} y_2(t) \\ \frac{\partial y_2(t)}{\partial t} = -2i\beta z \theta(z + \sin m_\phi t) e^{2i\beta \int_0^t (z + \sin m_\phi \zeta)^2 d\zeta} y_1(t) \end{cases} \quad (3.18)$$

с начальными условиями  $y_1(0) = 1$ ,  $y_2(0) = 0$ .

Условия (3.15) и (3.14), использованные при выводе окончательных уравнений, ограничивают область применения (3.18). Однако в некоторых специальных случаях, рассматриваемых далее, эти условия могут оказаться несущественными.

### 3.2.1. Задача Штурма-Лиувилля

Система уравнений (3.18) может быть переписана в виде дифференциального уравнения второго порядка на амплитуду перехода  $y_2(t)$

$$\frac{\partial^2 y_2(t)}{\partial t^2} - \frac{\partial y_2(t)}{\partial t} \left[ 2i\beta(z + \sin m_\phi t)^2 + \frac{m \cos m_\phi t}{z + \sin m_\phi t} \right] + 4y_2(t)\beta^2 z^2 \theta^2(z + \sin m_\phi t)^2 = 0 \quad (3.19)$$

с начальными условиями  $y_2(0) = 0$ ,  $\frac{\partial y_2}{\partial t}(0) = -2i\beta z^2 \theta$ , см. (3.18).

Согласно известному результату теории обыкновенных дифференциальных уравнений решение (3.19) представимо в следующем виде

$$y_2(t) = u(t) \cdot w(t) \quad (3.20)$$

где

$$u(t) = e^{\frac{1}{2} \int_0^t [2i\beta(z + \sin \zeta)^2 + m_\phi \cos m_\phi \zeta / (z + \sin m_\phi \zeta)] d\zeta} = \sqrt{\left| \frac{z + \sin m_\phi t}{z} \right|} e^{i\gamma} \quad (3.21)$$

с  $\gamma = \int_0^t \beta(z + \sin m_\phi \zeta)^2 d\zeta$ <sup>1</sup>, а  $w(t)$  удовлетворяет

$$\frac{\partial^2 w(t)}{\partial t^2} + q(t) \cdot w(t) = 0, \quad (3.22)$$

$$q(t) \equiv \beta^2(z + \sin m_\phi t)^4 - \frac{3}{4} \frac{m_\phi^2 \cos^2 m_\phi t}{(z + \sin m_\phi t)^2} + i\beta m_\phi (z + \sin m_\phi t) \cos m_\phi t - \frac{1}{2} \frac{m_\phi^2 \sin m_\phi t}{z + \sin m_\phi t} + 4\beta^2 z^2 \theta^2 (z + \sin m_\phi t)^2 \quad (3.23)$$

Потребуем, чтобы осцилляции протекали достаточно эффективно,

$$m_\phi \leq \beta \quad (3.24)$$

а также  $M \ll M_A$  (2.42)

$$z \ll 1 \quad (3.25)$$

Требование (3.15) означает

$$4\beta^2 z^2 \theta^2 (z + \sin m_\phi t)^2 \ll \beta^2 (z + \sin m_\phi t)^4 \quad (3.26)$$

Таким образом, мы можем пренебречь слагаемым  $4\beta^2 z^2 \theta^2 (z + \sin m_\phi t)^2$  в (3.23)<sup>2</sup>.

Рассмотрим два предельных режима осцилляций:  $|z + \sin m_\phi t| \gg \left(\frac{m_\phi}{\beta}\right)^{1/3}$  и  $|z + \sin m_\phi t| \ll \left(\frac{m_\phi}{\beta}\right)^{1/3}$ . Тогда в первом случае справедливы следующие соотношения (3.24)

$$\begin{aligned} |\beta m_\phi (z + \sin m_\phi t) \cos m_\phi t| &\ll \beta^2 (z + \sin m_\phi t)^4 \\ \left| \frac{1}{2} \frac{m_\phi^2 \sin m_\phi t}{z + \sin m_\phi t} \right| &\ll \beta^2 (z + \sin m_\phi t)^4 \end{aligned} \quad (3.27)$$

<sup>1</sup> В дальнейшей мы будем часто опускать фазовый множитель  $\gamma$ , так как в конечном счете мы интересуемся вероятностью перехода, определяемой  $|y_2(t)|^2$ .

<sup>2</sup> Слагаемое  $4\beta^2 z^2 \theta^2 (z + \sin m_\phi t)^2$  ответственно за сохранение полной вероятности  $|y_1(t)| + |y_2(t)| = 1$  и является важным только при  $|y_2(t)| \lesssim 1$ . По этой причине пренебречь данным слагаемым можно лишь в случае  $|y_2(t)| \ll 1$ . Это требование окажется существенным при нахождении решения методом стационарной фазы в секции 3.2.2.

Во втором режиме  $|z + \sin m_\phi t| \ll \left(\frac{m_\phi}{\beta}\right)^{1/3}$  верно (3.25)

$$\begin{aligned} |\beta m_\phi (z + \sin m_\phi t) \cos m_\phi t| &\ll \frac{3 m_\phi^2 \cos^2 m_\phi t}{4 (z + \sin m_\phi t)^2} \\ \left| \frac{1 m_\phi^2 \sin m_\phi t}{2 z + \sin m_\phi t} \right| &\ll \frac{3 m_\phi^2 \cos^2 m_\phi t}{4 (z + \sin m_\phi t)^2} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Исходя из (3.26), (3.27) и (3.28), можно сделать вывод, что в рассмотренных сценариях значимый вклад в  $q(t)$  вносят только первые два слагаемых (3.23). Так как знак  $q(t)$  определяет характерное поведение решения (3.22), существуют два режима эволюции – осцилляция и изменения амплитуды,

$$\begin{aligned} |z + \sin m_\phi t| \gg \left(\frac{m_\phi}{\beta}\right)^{1/3} &\rightarrow q(t) \approx \beta^2 (z + \sin m_\phi t)^4 > 0 \quad (\text{осцилляции}) \\ |z + \sin m_\phi t| \ll \left(\frac{m_\phi}{\beta}\right)^{1/3} &\rightarrow q(t) \approx -\frac{3 m_\phi^2 \cos^2 m_\phi t}{4 (z + \sin m_\phi t)^2} < 0 \quad (\text{изменение амплитуды}) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Начнем с описания эволюции системы в режиме  $|z + \sin m_\phi t| \gg \left(\frac{m_\phi}{\beta}\right)^{1/3}$ . В этом случае решение уравнения (3.22) вблизи точки  $z + \sin m_\phi t_0 \approx 1$  выглядит следующим образом  $w(t) = C_1 \sin(\beta t + C_2)$ . Используя начальные данные  $w(t_0) = 0$ ,  $\partial w(t_0)/\partial t = -2i\beta z \sqrt{z}\theta$  из (3.18) и (3.20), приходим к следующему поведению амплитуды перехода

$$y_2(t) = -2iz\theta \sin[\beta(t - t_0)] \quad (3.30)$$

Решение (3.30) вблизи точки  $z + \sin m_\phi t_0 \approx 1$  описывает осцилляции с постоянной амплитудой  $2z\theta$ .

Перейдем к исследованию эволюции в режиме  $|z + \sin m_\phi t| \ll \left(\frac{m_\phi}{\beta}\right)^{1/3}$ . Исследуя поведение решения (3.22) вблизи начальной точки  $z + \sin m_\phi t_0 = 0$  легко получить  $w(t) = C(z + m_\phi t)^{3/2}$  в пределе  $m_\phi t \ll 1$ . С тривиальными начальными условиями  $w(t_0) = \partial w(t_0)/\partial t = 0$ , см. (3.18) и (3.20), данный результат выглядит следующим образом (3.20)

$$y_2(t) = \pm(z + m_\phi t)^2 \quad (3.31)$$

Поведение (3.31) вблизи точки  $z + \sin m_\phi t_0 = 0$  отвечает изменению амплитуды решения, которое не носит осцилляционный характер. Это значит, что данный режим может быть ответственен за резонансное усиление осцилляций при длительной когерентной эволюции системы <sup>3</sup>.

Поведение (3.31) находится в согласии с тем фактом, что осцилляции прекращаются, когда эффективная масса стерильного нейтрино исчезающе мала, см. (2.42). Из этого в частности следует, что значительное изменение амплитуды (3.31) происходит только на участке

$$|z + \sin m_\phi t| \lesssim \left( \frac{m_\phi}{\beta} \right)^{1/3} \quad (3.32)$$

Помимо эффекта резонансного усиления, складывающегося из эволюции системы на участках (3.32), каждый раз когда масса стерильного состояния пересекает ноль, изменение скалярного поля становится достаточно быстрым, что ведет к производству частиц внешним нестационарным полем. Действительно, параметр адиабатичности для полной массы стерильного нейтрино принимает большое значение  $\dot{M}/M^2 \gtrsim 1$  в интервале (2.42)

$$|z + \sin m_\phi t| \lesssim \left( \frac{m_\phi}{M_A} \right)^{1/2} \quad (3.33)$$

В периоды (3.33), когда происходит рождение частиц внешним осциллирующим полем, рассмотрение осцилляций в рамках (3.18) становится неприменимым. Чтобы избежать этого, необходимо рассмотреть случай эффективных осцилляций  $M_A \ll 3p$  <sup>4</sup> (3.12)

$$\beta \ll M_A \quad (3.34)$$

---

<sup>3</sup> Когерентное сложение осцилляций на большом промежутке времени и необходимые для этого условия подробно изучаются в секции 3.2.2.

<sup>4</sup> Противоположная возможность  $M_A \gg 3p$  рассмотрена в секции 2.3. В этом случае рождение стерильных нейтрино в осцилляциях сильно подавлено и скалярное поле может выступать в качестве ТМ во Вселенной. Еще один механизм производства холодной ТМ связан с квантовым рождением частиц внешним полем, который будет изучен в секции 3.3.

В данном случае всегда справедливо (3.24), (3.34)

$$\left(\frac{m_\phi}{M_A}\right)^{1/2} \ll \left(\frac{m_\phi}{\beta}\right)^{1/2} \leq \left(\frac{m_\phi}{\beta}\right)^{1/3} \quad (3.35)$$

В этом случае режим изменения амплитуды, активный на протяжении (3.32), не прерывается на рождение внешним осциллирующим полем, которое активно на участке (3.33).

Аналогично, нарушение требований (3.15) (3.14) не скажется на резонансном усилении осцилляций, проявляющимся на участках (3.32), если выполняется

$$2\theta z \ll \left(\frac{m_\phi}{\beta}\right)^{1/3} \quad \left(\theta z \frac{m_\phi}{2\beta}\right)^{1/4} \ll \left(\frac{m_\phi}{\beta}\right)^{1/3} \quad (3.36)$$

Наконец, полученные уравнения (3.18) применимы для описания резонансного усиления в области (3.32) при соблюдении следующих условий (3.36), (3.24), (3.34), (3.25)

$$2\theta z \ll \left(\frac{m_\phi}{\beta}\right)^{1/3} \quad (3.37)$$

$$m_\phi \leq \beta \ll M_A \quad z \ll 1$$

### 3.2.2. Метод стационарной фазы

В рамках задачи Штурма-Лиувилля, рассмотренной в предыдущей секции, последний член со смешиванием в (3.19) выпал из рассмотрения в (3.29)<sup>5</sup>. Данное слагаемое важно при описании переходов  $\nu_a - N$  в момент  $|y_2| \lesssim 1$ , обеспечивая тем самым сохранение полной вероятности  $|y_1(t)| + |y_2(t)| = 1$ .

Вначале проследим за эволюцией системы, когда амплитуда перехода достаточно мала,  $|y_2(t)| \ll 1$ . В этом случае, пренебрегая последним слагаемым в (3.19), удастся прийти к решению в квадратурах

$$y_2(t_1) \approx -2i\beta z \theta \int_0^{t_1} (z + \sin m_\phi t) e^{2i\beta \int_0^t (z + \sin m_\phi \zeta)^2 d\zeta} dt \quad (3.38)$$

<sup>5</sup> Несмотря на то, что это единственное слагаемое в (3.19), которое содержит  $\theta$ , информация о смешивании сохраняется в начальном условии к (3.19).



Интеграл в (3.38) может быть вычислен с помощью асимптотического разложения по параметру  $2\beta/m_\phi$ . Мы будем использовать метод стационарной фазы, справедливо полагая, что главный вклад определяется первым членом этого разложения ввиду (3.24).

Введем следующие обозначения

$$h(t) \equiv 2 \int_0^t (z + \sin m_\phi \zeta)^2 d\zeta \quad (3.39)$$

$$g(t) \equiv z + \sin m_\phi t$$

Тогда условие  $h'(t_l) = 0$  или

$$(z + \sin m_\phi t_l) = 0 \quad (3.40)$$

определяет стационарные точки  $t_l$  фазовой функции  $h(t)$

$$t_l = \frac{(-1)^{l+1} z + \pi l}{m_\phi} + o(z^2) \quad (3.41)$$

Чтобы оценить вклад от стационарной точки  $t_l$  в интеграл (3.38) необходимо вычислить

$$\int_{t_l-\delta}^{t_l+\delta} g(t) e^{i\beta h(t)} dt \approx g'(t_l) e^{i\beta h(t_l)} \int_{t_l-\delta}^{t_l+\delta} (t - t_l) e^{i\frac{1}{6}\beta(t-t_l)^3 h'''(t_l)} dt \quad (3.42)$$

Для нахождения (3.42) нам понадобятся значения эталонных интегралов, которые можно получить с помощью асимптотических методов

$$\begin{aligned} \int_0^\delta t e^{ixt^3} dt &\sim \frac{1}{3} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) x^{-2/3} e^{i\pi/3}, & x \rightarrow +\infty \\ \int_{-\delta}^0 t e^{ixt^3} dt &\sim -\frac{1}{3} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) x^{-2/3} e^{-i\pi/3}, & x \rightarrow +\infty \end{aligned} \quad (3.43)$$

Вычисляя (3.42) с помощью (3.43) в лидирующем порядке по  $2\beta/m_\phi$

$$\int_{t_l-\delta}^{t_l+\delta} g(t) e^{i\beta h(t)} dt \sim ig'(t_l) \frac{\sqrt{3}}{3} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{6}{\beta|h'''(t_l)|}\right)^{2/3} e^{i\beta h(t_l)} \quad (3.44)$$

Наконец, с помощью (3.44) и

$$\begin{aligned} h'''(t_l) &= 4m_\phi^2 (\cos 2m_\phi t_l - z \sin m_\phi t_l) \approx 4m_\phi^2 \\ g'(t_l) &= m_\phi \cos m_\phi t_l \approx (-1)^l m_\phi \end{aligned} \quad (3.45)$$

находим вклад от  $l$ -ой стационарной точки в интеграл (3.38) в лидирующем порядке по  $z$

$$y_2|_l = 2z\theta(-1)^l \sqrt{3} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{\beta}{12m_\phi}\right)^{1/3} \exp\left\{i\frac{2\beta}{m_\phi} \left(\frac{\pi l(1+2z^2)}{2} + 2z(1-(-1)^l)\right)\right\} \quad (3.46)$$

Согласно принципу локализации значение интеграла (3.38) равно сумме вкладов (3.46) от всех стационарных точек (3.41) на отрезке  $[0, t_1]$ . Мы разобьем данную сумму  $\sum y_2|_l$  на четную и нечетную части следующим образом

$$\begin{aligned} \sum y_2|_l &= \sum_{l=2k} y_2|_l + \sum_{l=2k+1} y_2|_l \\ \sum_{l=2k} y_2|_l &= 2z\theta\sqrt{3} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{\beta}{12m_\phi}\right)^{1/3} \sum_{k=0}^{l_{\max}/2} \exp\left\{i\frac{2\beta}{m_\phi} \cdot \pi k(1+2z^2)\right\} \\ \sum_{l=2k+1} y_2|_l &= -2z\theta\sqrt{3} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{\beta}{12m_\phi}\right)^{1/3} \sum_{k=0}^{l_{\max}/2} \exp\left\{i\frac{2\beta}{m_\phi} \left(\frac{\pi(2k+1)}{2}(1+2z^2) + 4z\right)\right\} \end{aligned} \quad (3.47)$$

где  $l_{\max}$  соответствует последней стационарной точке на отрезке  $[0, t_1]$ , см. (3.41),

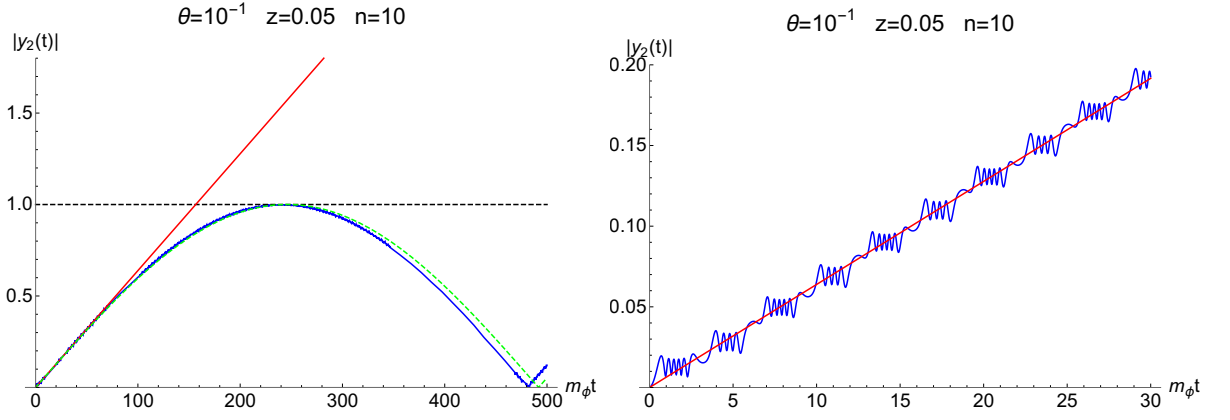
$$l_{\max} \approx \frac{m_\phi t}{\pi} \quad (3.48)$$

Суммы в (3.47) являются геометрическими прогрессиями со знаменателем  $\exp\{i\frac{2\beta}{m_\phi}\pi(1+2z^2)\}$ . Поэтому мы рост  $|\sum y_2|_l|$  будет наибольшим в случае  $\exp\{i\frac{2\beta}{m_\phi}\pi(1+2z^2)\} = 1$ <sup>6</sup>, когда

$$n \equiv \frac{\beta(1+2z^2)}{m_\phi} \in \mathbb{N} \quad (3.49)$$

---

<sup>6</sup> На самом деле рост  $|\sum y_2|_l|$  неограниченный, если полностью пренебречь последним слагаемым в (3.19).



**Рис. 3.1.** Эволюция амплитуды  $|y_2(t)|$  в резонансе  $n = 10$ , см. (3.49). Синей кривой изображено численное решение уравнений (3.18). Красная прямая соответствует аналитическому результату (3.50). Пунктирная зеленая кривая отвечает зависимости  $|\sin y_{2,\text{lin}}(t)|$ , см. (3.50).

При эволюции системы в режиме (3.49) происходит когерентное усиление осцилляций  $\nu_a - N$ .

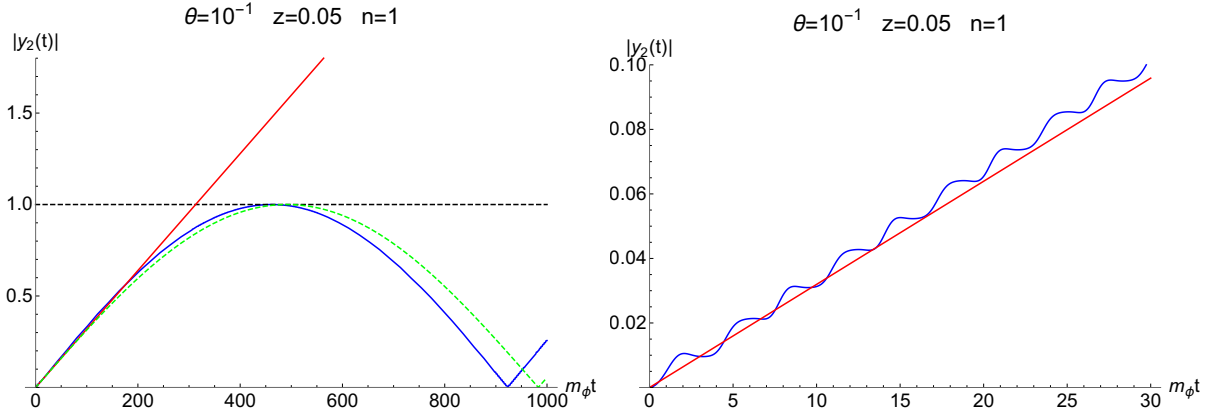
Используя (3.48) и (3.49), приходим к окончательному выражению для (3.47)

$$|y_{2,\text{lin}}(t)| \approx \left| \sum y_{2l} \right| \approx 2z\theta \left( \frac{n}{12} \right)^{1/3} \frac{m_\phi t}{\pi} \sqrt{3} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \begin{cases} |\sin 4zn| & \text{для четных } n \\ |\cos 4zn| & \text{для нечетных } n \end{cases} \quad (3.50)$$

Решение (3.50) действительно неограниченно растет при соблюдении условия (3.49). Нефизический результат наступает вследствие неприменимости приближения  $|y_2(t)| \ll 1$ , которое было использовано при выводе (3.38). По этой причине найденное аналитическое решение (3.50) не применимо в области  $|y_{2,\text{lin}}(t)| \lesssim 1$ .

Согласно Рис. 3.1 полученная аналитическая оценка (3.50) (красная линия) отлично согласуется с результатом численных вычислений (синяя кривая) в области  $|y_2(t)| \ll 1$ . На Рис. 3.1 также изображена зависимость  $|\sin y_{2,\text{lin}}(t)|$  (зеленая пунктирная кривая), которая неплохо приближает численное решение в области  $|y_2(t)| \lesssim 1$ .

Последнее наблюдение позволяет приблизить численное решение уравнений (3.18) с помощью функции  $|\sin y_{2,\text{lin}}(t)|$ . Данное аналитическое прибли-



**Рис. 3.2.** Эволюция амплитуды  $|y_2(t)|$  в резонансе  $n = 10$ , см. (3.49). Синей кривой изображено численное решение уравнений (3.18). Красная прямая соответствует аналитическому результату (3.50). Пунктирная зеленая кривая отвечает зависимости  $|\sin y_{2,\text{lin}}(t)|$ , см. (3.50).

жение помогает определить частоту, с которой осциллирует решение. С помощью (3.50) и

$$y_{2,\text{lin}} \left( \frac{\pi}{\omega_{\text{res}}} \right) \approx \frac{\pi}{2} \quad (3.51)$$

находим частоту

$$\omega_{\text{res}} \approx 2zm_\phi\theta \left( \frac{n}{12} \right)^{1/3} \sqrt{3} \Gamma \left( \frac{2}{3} \right) \left( \frac{2}{\pi} \right) \begin{cases} |\sin 4zn| & \text{для четных } n \\ |\cos 4zn| & \text{для нечетных } n \end{cases} \quad (3.52)$$

Само же решение в режиме (3.49) принимает следующий вид (3.52)

$$y_{2,\text{res}}(t) \approx |\sin y_{2,\text{lin}}(t)| = \left| \sin \left( \frac{\omega_{\text{res}} \cdot t}{2} \right) \right| \quad (3.53)$$

В дальнейшем нам понадобится эволюция системы в режиме резонансного усиления  $n = 1$ , см. (3.49). Точность применяемых асимптотических методов в режиме  $n = 1$  (3.49), эволюция в котором нам понадобится, можно проследить с помощью Рис. 3.2. Согласно представленной эволюции аналитическое приближение (3.53) (зеленая пунктирная кривая) продолжает неплохо описывать численное решение уравнений (3.18) (синяя кривая). Это наблюдение указывает на применимость метода стационарной фазы для описания эволюции системы в резонансу с любым  $n$  (3.49) <sup>7</sup>.

<sup>7</sup> Неплохая точность в вычислении (3.38) методом стационарной фазы обуславливается в данном

### 3.2.3. Ширина резонанса

Ввиду расширения Вселенной, параметры  $\beta$  и  $z$ , медленно эволюционируют со временем, что приводит к отклонению от условия резонансного усиления (3.49). В этой связи интересно изучить поведение системы в окрестности резонанса, когда выполняется

$$\frac{\beta(1+2z^2)}{m_\phi} = n + \alpha \quad n \in \mathbb{N}, \quad \alpha \ll 1 \quad (3.54)$$

Найдем решение в режиме (3.54) с помощью (3.47) и (3.48)

$$|y_{2,\alpha}(t)| \approx 2z\theta \left(\frac{n}{12}\right)^{1/3} \sqrt{3} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \frac{2 |\sin(\frac{m_\phi \alpha}{2} t + \pi \alpha)|}{|\sin \pi \alpha|} \begin{cases} |\sin(4zn + \frac{\pi \alpha}{2})| & \text{для четных } n \\ |\cos(4zn + \frac{\pi \alpha}{2})| & \text{для нечетных } n \end{cases} \quad (3.55)$$

Как и следовало ожидать, поведение (3.55) в пределе  $\alpha \rightarrow 0$  переходит в резонансное решение (3.50) в режиме  $|y_2(t)| \ll 1$ .

Параметр  $\alpha$  определим из амплитуды осциллирующего решения в окрестности резонанса (3.55)

$$\max |y_2| \approx \left| y_{2,\alpha} \left( \frac{\pi}{m_\phi \alpha} \right) \right| \quad (3.56)$$

с помощью  $z\theta \left(\frac{n}{12}\right)^{1/3} \sqrt{3} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \ll \max |y_2|$

$$\alpha \approx \frac{1}{\max |y_2|} \frac{\omega_{\text{res}}}{m_\phi} \quad (3.57)$$

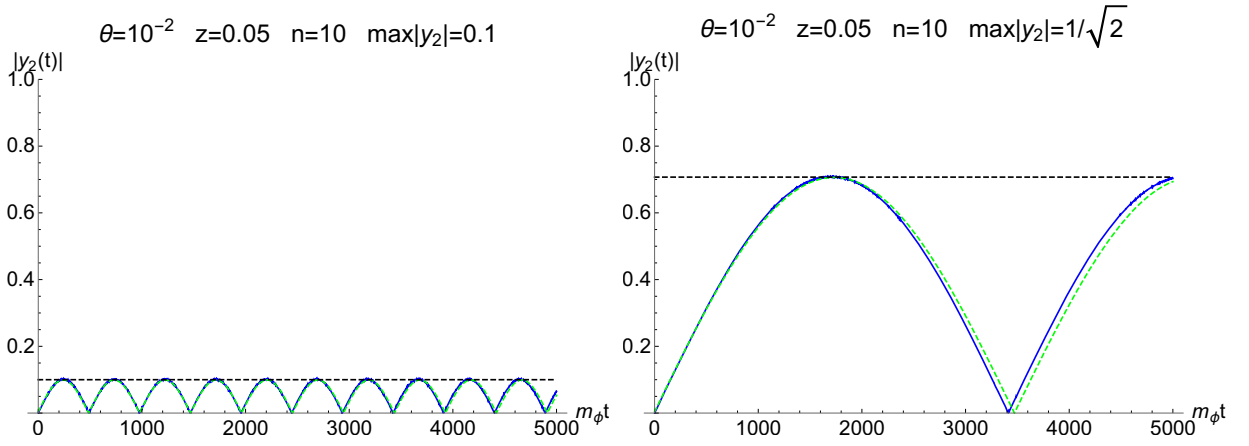
Частота, с которой осциллирует решение (3.55),  $\omega = m_\phi \alpha$  или (3.57), (3.52)

$$\omega \approx \frac{\omega_{\text{res}}}{\max |y_2|} \quad (3.58)$$

Интересным наблюдением является то, что частота решения в непосредственной близости от резонанса (3.58), т.е. при  $\max |y_2| \rightarrow 1$ , воспроизводит частоту в резонансе (3.52).

---

случае тем, что асимптотическое разложение производится по параметру  $2\beta/m_\phi$ , который даже в случае  $n = 1$  больше единицы. С ростом  $n$  точность применяемых асимптотических методов только возрастает.



**Рис. 3.3.** Эволюция  $|y_2(t)|$  в окрестности резонанса  $n = 10$ , см. (3.54), с определенной амплитудой  $\max |y_2(t)| = 0.1$  (слева) и  $1/\sqrt{2}$  (справа). Синей кривой изображено численное решение уравнений (3.50). Пунктирная зеленая кривая отвечает аналитическому решению (3.59), где параметр  $\alpha$  определяется с помощью (3.57).

Само решение (3.55) в окрестности резонанса (3.54) при условии  $\pi\alpha/2 \ll 4zn$  принимает следующий вид (3.58)

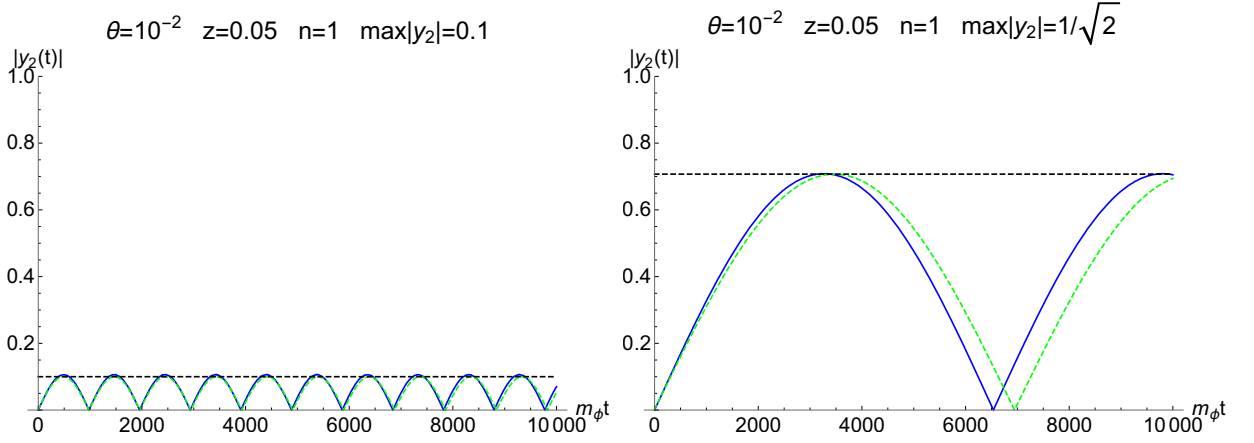
$$|y_{2,\alpha}(t)| \approx \max |y_2| \times \left| \sin \left( \frac{\omega \cdot t}{2} \right) \right| \quad (3.59)$$

Поведение (3.59) при  $\max |y_2| \rightarrow 1$  дает эволюцию системы в резонансе (3.53). Данный результат подтверждает эмпирическую зависимость в (3.53).

Полученное в окрестности резонанса (3.54) решение (3.59), как и (3.50), применимо лишь в области  $|y_2(t)| \ll 1$ . Чтобы убедиться, что результат (3.59) правдоподобно описывает эволюцию системы в режиме  $|y_2(t)| \lesssim 1$ , необходимо сравнить численное решение уравнений (3.18) с определенной амплитудой  $\max |y_2|$  и результат аналитического приближения (3.59) с параметром (3.57), определяемым тем же значением  $\max |y_2|$ . Согласно Рис. 3.3 полученная аналитическая оценка (3.59) в окрестности резонанса  $n = 10$  (3.54) очень хорошо приближает численное решение в области  $|y_2(t)| \lesssim 1$ .

Эволюция системы в окрестности резонанса  $n = 1$ , см. (3.54), изображена на Рис. 3.4. Оценка (3.59) и в этом случае демонстрирует неплохое соответствие результатам численного решения (3.18) <sup>8</sup>.

<sup>8</sup> Сделаем одно важное замечание по поводу оценок (3.56) и (3.57). Проверенное нами соответствие



**Рис. 3.4.** Эволюция  $|y_2(t)|$  в окрестности резонанса  $n = 1$ , см. (3.54), с определенной амплитудой  $\max |y_2(t)| = 0.1$  (слева) и  $1/\sqrt{2}$  (справа). Синей кривой изображено численное решение уравнений (3.50). Пунктирная зеленая кривая отвечает аналитическому решению (3.59), где параметр  $\alpha$  определяется с помощью (3.57).

Импульс состояния, которое испытывает эффект резонансного усиления, будем описывать с помощью конформного параметра  $y_n$  (3.12), (3.49)

$$y_n \equiv \frac{p_n}{T} = \frac{M_A^2}{4Tm_\phi} \frac{1}{n} \quad (3.60)$$

где  $n$  – номер соответствующего резонанса (3.49).

В расширяющейся Вселенной физический импульс свободно распространяющегося состояния падает с темпом (3.12), что приводит к медленному смещению параметра (3.60) с темпом (3.12), (3.60)

$$\frac{dy_n}{dt} = \frac{M_A^2}{2m_\phi T} \frac{H}{n} \quad (3.61)$$

Медленное изменение  $M_A$  и  $p_n$  приводит к нарушению условия (3.49) и прекращению эволюции состояния (3.60) с максимальной амплитудой

$\max |y_{2,\text{res}}| = 1$ . Шириной резонанса будем называть интервал импульсов, на

---

аналитического приближения (3.59) и численного результата (3.18) основывается на априорном знании  $\max |y_2(t)|$ . В действительности, оценка для амплитуды осциллирующего решения (3.56), а значит и (3.57), плохо работает когда  $\max |y_2(t)| \lesssim 1$ . Таким образом, демонстрируемая хорошая точность аналитического метода на Рис. 3.3 и 3.4 справа в режиме  $|y_2(t)| \lesssim 1$  есть результат переопределения решения (3.55) в форме (3.59) с помощью амплитуды  $\max |y_2(t)|$ , точное значение которой, в рамках используемого приближения, определить не удастся. О характере используемого ограничения см. вывод (3.38) в начале секции 3.2.2

протяжении которого амплитуда состояния  $\max |y_2(t)|$  не превосходит  $1/\sqrt{2}$ ,  
(3.54)

$$\Delta y_n = 2 \frac{\alpha|_{1/\sqrt{2}}}{n} y_n \quad (3.62)$$

где  $\alpha|_{1/\sqrt{2}}$  соответствует окрестности резонанса (3.54), в которой решение имеет амплитуду  $\max |y_2| = 1/\sqrt{2}$ .

Грубо оценив амплитуду осциллирующего решения в окрестности резонанса (3.54) с помощью (3.56)<sup>8</sup>, приходим к заключению для  $\max |y_2| = 1/\sqrt{2}$   
(3.57)

$$\alpha|_{1/\sqrt{2}} = \sqrt{2} \frac{\omega_{\text{res}}}{m_\phi} \quad (3.63)$$

Теперь определим продолжительность резонанса с шириной (3.62) для состояния с импульсом (3.60) с помощью (3.61), (3.62) и (3.63)<sup>9</sup>

$$\delta t_n = \Delta y_n \left( \frac{dy_k}{dt} \right)^{-1} = \sqrt{2} \frac{\omega_{\text{res}}}{m_\phi} \frac{1}{nH} \quad (3.64)$$

Наконец, если продолжительность резонанса  $\delta t_n$  не превышает характерного времени осцилляций с максимальной амплитудой  $2\omega_{\text{res}}^{-1}$ , то усиление становится неэффективным. Данная ситуация соответствует узкому резонансу, в котором (3.64), (3.52)

$$\frac{\sqrt{2} m_\phi H}{\omega_{\text{res}}^2} n > 1 \quad (3.65)$$

### 3.2.4. Рождение частиц в узком резонансе

Эффективные переходы нейтрино в присутствии осциллирующего скалярного поля могут приводить к интенсивному рождению частиц в ранней Вселенной. Если продолжительность резонанса достаточно велика (резонанс широкий), то осцилляции в нем максимально усилены, а спектр образовавшихся при этом частиц является тепловым. Современная плотность термализованных частиц таких масс превышала бы наблюдаемую плотность ТМ,

<sup>9</sup> Под продолжительностью резонанса здесь понимается интервал времени, в течение которого амплитуда решения (3.59) удовлетворяет  $|\max |y_2| - 1| < 1/\sqrt{2}$ .



поэтому стоит рассматривать рождение стерильных нейтрино только в узком резонансе. Из-за активного расширения Вселенной такой резонанс менее продолжителен, а осцилляции в нем менее эффективны.

Для нахождения спектра образовавшихся в резонансе частиц, удобно воспользоваться матричным обобщением уравнений Больцмана [126]. В рамках данного подхода описывается неунитарная эволюция открытой квантовой системы, подверженной влиянию (измерению) извне. В качестве окружающей среды выступает плазма, в которой распространяется нейтрино. Перерасcеяние активного нейтрино на частицах плазмы, в отличие от рассеяния вперед, ведет к декогеренции квантового состояния и потере информации в рамках квантовомеханической трактовки процедуры измерения.

Эволюция состояния с импульсом  $p$  в вакууме описывается с помощью следующих уравнений (только для релятивистских частиц  $p \simeq 3T \gg M$ )

$$i \frac{\partial}{\partial t} \rho = [\mathcal{H}, \rho] - \frac{i}{2} \{ \Gamma_A, \rho - \rho_{\text{eq}} \} \quad (3.66)$$

где  $\rho$  – матричная форма оператора плотности размерности  $2 \times 2$ , диагональные элементы которой  $\rho_{11}$  и  $\rho_{22}$  соответствуют функциям распределения активного и стерильного состояний, а недиагональные  $\rho_{12}$  и  $\rho_{21}$  описывают когерентность суперпозиции состояний<sup>10</sup>. Матрица плотности

$\rho_{\text{eq}} = \text{diag}(f_{\text{FD}}(y), f_{\text{FD}}(y))$  отвечает равновесному распределению релятивистских частиц в плазме, а слагаемое с  $\Gamma_A = \begin{pmatrix} \Gamma & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  описывает эффект декогеренции в результате взаимодействия активных нейтрино с веществом. Гамильтониан рассматриваемой системы выглядит следующим образом (3.8),

---

<sup>10</sup> Рассматриваемое матричное обобщение уравнения Больцмана (3.66), строго говоря, не является уравнением на матрицу плотности. Диагональные элементы матрицы плотности, обычно используемой для описания смешанных состояний квантовых систем большого числа частиц, отвечают вероятностям найти систему в том или ином состоянии. В нашем случае  $\text{Tr} \rho \neq 1$ . Подробнее о применимости (3.66) см. в [126].

(3.6), (3.4)

$$\mathcal{H} = \frac{\Delta_0}{2} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (3.67)$$

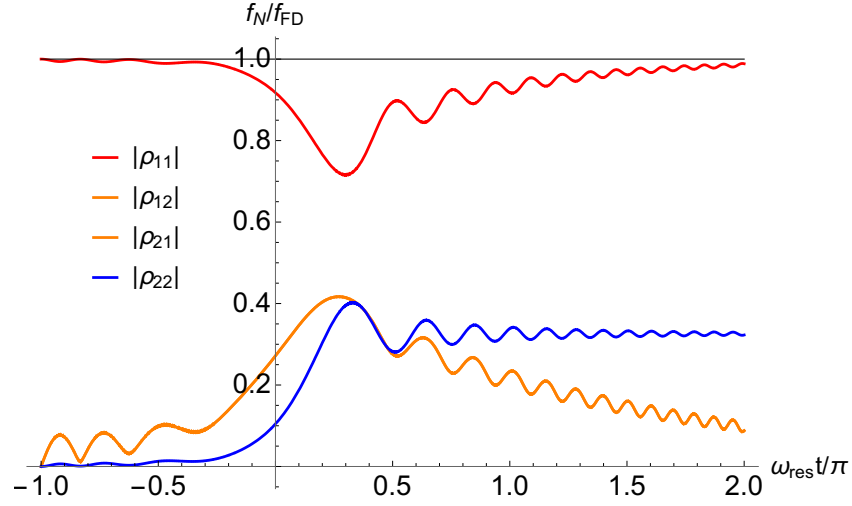
В режиме  $\omega_{\text{res}} \gg H$  осцилляции достаточно активны и эффект расширения Вселенной в (3.66) удастся учесть с помощью следующего разложения

$$\begin{aligned} p &= \tilde{p}(1 - Ht) \\ M_A &= \tilde{M}_A \left(1 - \frac{3}{2}Ht\right) \end{aligned} \quad (3.68)$$

где параметры  $\tilde{p}$  и  $\tilde{M}_A$  отвечают состоянию системы в момент резонанса (3.49).

Для определения количества стерильных нейтрино, производимых в узком резонансе (3.49), (3.65), необходимо решить уравнения (3.66), (3.67), (3.68) для состояния (3.60). Приводимая система уравнений позволяет одновременно описать когерентную эволюцию в резонансе, расширение Вселенной и эффект рассеяния активных нейтрино в плазме. Расширение Вселенной, описываемое с помощью (3.68), может приводить к сокращению длительности резонанса, что неизбежно скажется на эффективности переходов разных типов нейтрино друг в друга. Эволюция моды (3.60) согласно уравнениям (3.67) задается следующим набором параметров  $m_D$ ,  $M_A$ ,  $m_\phi$ ,  $\Gamma$ ,  $H$ . Однако, согласно результату секции 3.2.3, эффект подавления осцилляций в узком резонансе описывается с помощью параметра (3.65). По этой причине достаточно решить (3.66), (3.67), (3.68) для разных значений одного параметра (3.65).

Результат одного вычисления (3.66), (3.67), (3.68) представлен на Рис. 10. При наличии декогеренции состояние системы больше не может рассматриваться как чистое, а само явление приводит к распаду вне-диагональных матричных элементов оператора плотности и переходу системы в смешанное состояние. В результате контакта с внешней средой вся информация о фазе квантовомеханическое состояния утрачивается и населенность уровней опи-



**Рис. 3.5.** Результат решения уравнений (3.66), (3.67), (3.68) со следующим набором параметров  $\Gamma = 0.5 \cdot \omega_{\text{res}}$ ,  $\sqrt{2}m_\phi H/\omega_{\text{res}}^2 = 3$ , (3.65).

сывается постоянным числом <sup>11</sup>.

Результат численного решения (3.66) с помощью (3.67), (3.68) представим в следующем виде

$$f_N = \frac{f_{\text{FD}}}{\sqrt{1 + 0.8 \left( \frac{\sqrt{2}m_\phi H}{\omega_{\text{res}}^2} n \right)^2}}. \quad (3.69)$$

где  $\sqrt{2}m_\phi H/\omega_{\text{res}}^2$  вычисляется непосредственно в момент резонанса (3.49).

Результат (3.69) описывает количество частиц, образовавшихся в резонансе с номером  $n$  в момент времени, определяемый (3.49), относительно теплового распределения Ферми–Дирака. Для не слишком большого  $n$  справедливо  $4zn \ll 1$  (3.25). В этом случае осцилляции в резонансе с четным  $n$  оказываются сильно подавленными по сравнению с поведением системы в резонансе с нечетным  $n$ , см. (3.52). По этой причине можно пренебречь производством стерильных нейтрино в резонансе с  $n = 2k$  по сравнению с

<sup>11</sup> На самом деле, помимо затухания вне-диагональных матричных элементов оператора плотности, активные нейтрино в результате перерасеяния в плазме приходят к тепловому равновесию, см. Рис. 10. Однако, когда эффект декогеренции проявляется вне резонанса, соответствующее поведение активного состояния не сказывается на населенности стерильного уровня  $|\rho_{22}|$ . По этой причине взаимодействие с плазмой не должно быть слишком большим, чтобы не повлиять на когерентную эволюцию системы в самом резонансе,  $\Gamma \lesssim \omega_{\text{res}}$  (2.8), (3.52).

соответствующим вкладом, возникающим в результате эволюции системы в резонансе с  $n = 2k + 1$ . В дальнейшем будем учитывать рождение частиц только в резонансах с нечетными номерами.

Для нечетных  $n$  в режиме  $4zn \ll 1$  результат (3.69) можно переписать с помощью импульса моды (3.60), которая испытывала эффект резонансного усиления при температуре  $T$ , в следующей форме (3.52)

$$f_N(y) = \frac{f_{\text{FD}}(y)}{\sqrt{1 + 0.8 \left(\frac{y}{y_s}\right)^5}}. \quad (3.70)$$

где

$$y_s = \frac{0.2}{n^{17/15}} \left(\frac{\theta}{3.2 \cdot 10^{-6}}\right)^{4/5} \left(\frac{M}{\text{кэВ}}\right)^2 \left(\frac{11 \text{ MeV}}{T_e}\right)^{9/5} \left(\frac{\text{эВ}}{m_\phi}\right)^{3/5} \left(\frac{10.75}{g_{*,s}}\right)^{1/5} \left(\frac{h_s}{h_e}\right)^{3/5} \quad (3.71)$$

Мода  $y_s$  испытывает эффект резонансного усиления при температуре (3.60), (3.71)

$$T_s = \frac{33 \text{ MeV}}{n^{1/15}} \left(\frac{\theta}{3.2 \cdot 10^{-6}}\right)^{2/5} \left(\frac{T_e}{11 \text{ MeV}}\right)^{3/5} \left(\frac{m_\phi}{\text{эВ}}\right)^{1/5} \left(\frac{10.75}{g_{*,s}}\right)^{1/10} \left(\frac{h_e}{h_s}\right)^{1/5} \quad (3.72)$$

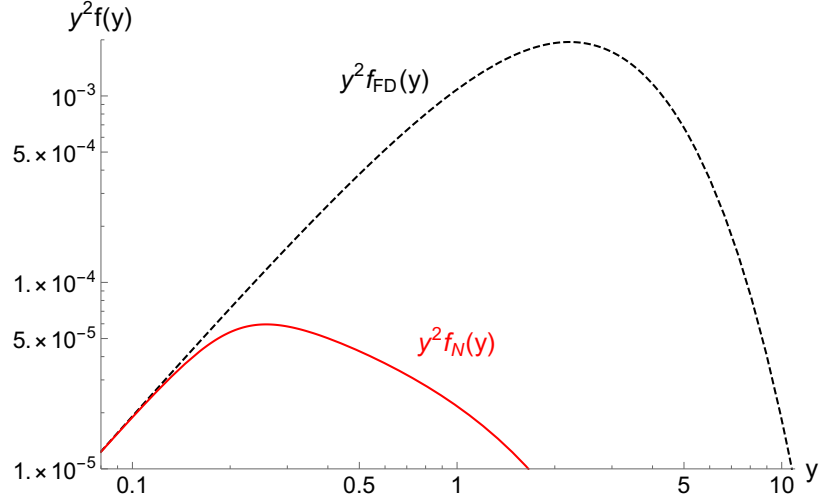
### 3.2.5. Резонансное производство темной материи

Результат (3.70) описывает спектр частиц, образовавшихся в резонансе с нечетным номером  $n$ . Для нахождения полного количества стерильных нейтрино, необходимо просуммировать по всем резонансам, в которых эволюционировала система, см. (3.49).

Если стерильное нейтрино со спектром  $f_N(y)$  (3.70) образует всю ТМ, то параметр  $y_s$  однозначно определяется из условия  $\Omega_N = \Omega_{\text{DM}}$  с помощью  $\Omega_N \rho_{\text{crit}} = M 2 \frac{4}{11} T_0^3 \int 4\pi y^2 f_N(y) dy$

$$y_s|_{\text{DM}} \simeq 0.2 \left(\frac{1 \text{ кэВ}}{M}\right)^{2/5} \quad (3.73)$$

Спектр ТМ (3.70) с данным параметром (3.73) изображен на Рис. 3.6. Сред-



**Рис. 3.6.** Спектр образованных в резонансе частиц  $f_N(y)$ , составляющих ТМ, см. (3.70), (3.73).  $f_{FD}(y)$  соответствует тепловому распределению Ферми-Дирака.

няя величина импульса стерильных нейтрино в этом случае составляет (3.70), (3.73)

$$\langle\langle y \rangle\rangle = 1/\mathcal{S}^{1/3} \quad (3.74)$$

где  $\mathcal{S} = g_{*,s}/10.75$  соответствует количеству энтропии, высвободившуюся в плазме с момента производства стерильных нейтрино при  $T \simeq T_s|_{\text{DM}}$ .

Поскольку  $y_{s,\text{DM}} < \langle\langle y \rangle\rangle_{\text{FD}}$ , то вклад в результирующий спектр стерильных нейтрино от нечетных резонансов с  $n > 1$  будет подавлен по сравнению с соответствующим вкладом от  $n = 1$  согласно (3.70), (3.71). По этой причине, основная часть ТМ, образующейся в осцилляциях за счет резонансного усиления, рождается в резонансе с  $n = 1$ . Зная номер резонанса, в котором происходит эффективное рождение частиц, можно определить температуру плазмы в момент резонансного усиления моды (3.73) с помощью (3.72)

$$T_s|_{\text{DM}} = 3T_e \left( \frac{T_e}{11 \text{ MeV}} \right)^{1/2} \left( \frac{m_\phi}{\text{эВ}} \right)^{1/2} \left( \frac{\text{кэВ}}{M} \right)^{6/5} \left( \frac{h_e}{h_s} \right)^{1/2}. \quad (3.75)$$

Равенство (3.73) и (3.71) в случае  $n = 1$  определяет смешивание между активным и стерильным нейтрино сегодня

$$\theta \sim 3.6 \times 10^{-6} \left( \frac{1 \text{ кэВ}}{M} \right)^3 \left( \frac{g_{*,s}}{10.75} \right)^{1/4} \left( \frac{T_e}{11 \text{ MeV}} \right)^{9/4} \left( \frac{m_\phi}{1 \text{ эВ}} \right)^{3/4} \left( \frac{h_e}{h_s} \right)^{3/4} \quad (3.76)$$

Найдем максимальную область в пространстве параметров  $\theta - M$ , в которой удается произвести ТМ в резонансе с  $n = 1$ . Для этого перечислим все условия, необходимые для производства стерильных нейтрино со спектром (3.70).

В первую очередь, смешивание стерильных нейтрино в вакууме должно удовлетворять ограничению на темп радиационных распадов,  $\theta < \theta_{\text{X-ray}}(M)$ .

Во-вторых, осцилляции должны быть кинематически активными. В нашем случае большая часть ТМ производится в резонансе при  $T \simeq T_s$  (3.75). Таким образом, осцилляции кинематически активны на всем промежутке эволюции скалярного поля если  $M_A(T_s) < 3T_s$  (3.34).

При рассмотрении осцилляций нейтрино в резонансе мы считали  $M \ll M_A$ , см. (3.25). На самом деле аналитическое приближение, разработанное в секциях 3.2.2 и 3.2.3, хорошо описывает результат численного анализа вплоть до  $M_A \gtrsim 5M$ . Так как существенная часть нейтрино производится при  $T \simeq T_s$ , наши аналитические оценки применимы в случае  $3T_e < T_s$  (2.42). В то же время, мы предполагали, что все время активное нейтрино находится в тепловом равновесии с плазмой. Чтобы это было справедливым, необходимо потребовать  $T_e > 1 \text{ MeV}$ . В результате, параметры системы должны удовлетворять  $1 \text{ MeV} < T_e < T_s/3$ .

Эволюция нейтринных состояний в резонансе должна быть когерентной, чтобы обеспечить режим резонансного усиления осцилляций. Эффекты декогеренции, возникающие при взаимодействии активных нейтрино с веществом, не оказывают влияние на эволюцию системы в резонансе если  $\Gamma < \omega_{\text{res}}$ .

При консервативном рассмотрении энергия скалярного поля не должна превосходить плотность ТМ в  $\Lambda\text{CDM}$  модели на протяжении всей эволюции Вселенной при (2.30). Для того, чтобы сформулировать соответствующее условие, определим минимальную константу связи скалярного поля со стерильным нейтрино  $f_{\text{min}}$ , при которой скалярное поле составляет всю ТМ или

$\Omega_\phi = \Omega_{DM}^{12}$ , с помощью (2.43)

$$f_{\min}^2 = \frac{m_\phi^2 M^2}{2\Omega_{DM}\rho_{\text{crit}}} \frac{h_0 T_0^3}{h_e T_e^3} \quad (3.77)$$

Для  $f > f_{\min}$  справедливо  $\Omega_\phi < \Omega_{DM}$ . При этом необходимо находиться в рамках линейно теории. Поэтому вклад скалярного поля в ТМ будет всегда подавлен если  $f_{\min} < 1$ .

Резонансное усиление осцилляций реализуется только в присутствии когерентно осциллирующего скалярного поля. Однако скалярная материя, составленная из частиц с большой массой, может оказаться нестабильной ввиду взаимодействия (2.14). Чтобы избежать эффективных распадов скалярной материи с участием стерильных нейтрино, потребуем  $m_\phi < M$ . Если же масса скалярной частицы находится в интервале  $0.01 \text{ эВ} < m_\phi < M$ , то распад скалярной частиц на пару активных нейтрино происходит эффективно в момент  $H \sim \Gamma_{\phi \rightarrow \nu\nu}$ , когда температура плазмы составляет (2.34), (2.26)

$$\frac{T_{\text{dec}}}{T_0} = \frac{\theta^2}{4\sqrt{\pi}} \frac{f}{\Omega_{\text{rad}}^{1/4}} \left( \frac{m_\phi}{H_0} \right)^{1/2} \left( \frac{g_{*,0}}{g_{*,\text{dec}}} \right)^{1/4} \quad (3.78)$$

Когда выполняется  $T_{\text{dec}}|_{f=f_{\min}} < T_s$ , всегда существуют такие значения  $f$ , при которых скалярное поле распадется уже после образования стерильных нейтрино в резонансе при  $T \simeq T_s$ . В этом случае соответствующий распад скалярной материи никак не влияет на образование ТМ в резонансе.

С течением времени вклад скалярного поля в полную массу нейтрино (2.41) становится меньше, а начиная с момента  $T \lesssim T_e$  (2.42), возобновляется нерезонансное производство стерильных нейтрино с постоянной массой  $M$ . В случае относительно большого угла смешивания данный механизм может приводить к интенсивному рождению частиц в осцилляциях. Так как спектр

---

<sup>12</sup> В данном сценарии мы считаем, что скалярные частицы стабильны. На самом деле в интересующей нас области параметров  $0.01 \text{ эВ} < m_\phi < M$  скалярная материя распадается на активные нейтрино с темпом (2.34). В рамках приводимого здесь консервативного ограничения, полученное нами значение  $f_{\min}$  (3.77), вообще говоря, является оценкой снизу.

стерильных нейтрино, производимых за счет механизма Додельсона–Уидроу, тепловой, то значительная их доля в ТМ приводила бы к сильному ограничению из структур. Чтобы избежать этого и составить ТМ из частиц с более холодным спектром (3.70), необходимо знать количество стерильных нейтрино, производимых за счет нерезонансных осцилляций при  $T < T_e$ . С помощью численного интегрирования (2.10) мы определили точное количество стерильных нейтрино, генерируемых нерезонансным способом при  $T < T_e$ , с помощью функции  $\Omega_{N,T < T_e}$  от произвольных параметров  $\theta$ ,  $M$  и  $T_e$ . Таким образом, вкладом стерильных нейтрино, производимых нерезонансным способом, можно пренебречь если  $\Omega_{N,T < T_e} < \Omega_{\text{DM}}$ .

Наконец, образовавшиеся в резонансе частицы должны быть достаточно стабильными, чтобы сформировать ТМ. При наличии взаимодействия (2.14) стерильные нейтрино могут аннигилировать в частицы скалярного поля  $NN \rightarrow \phi\phi$ <sup>13</sup>. Этого не произойдет, если взаимодействие  $NN \rightarrow \phi\phi$  не вошло в равновесие при эволюции Вселенной. С помощью концентрации образовавшихся в резонансе частиц  $n_N = 2 \frac{4}{11} T^3 \int 4\pi y^2 f_N(y) dy$ , характерного сечения аннигиляции стерильных нейтрино  $\sigma_{\text{ann}} \sim 10^{-2} f^4 / T^2$  и параметра Хаббла (2.26) определим максимальную эффективность процессов аннигиляции в момент  $T = M$  с помощью следующего параметра

$$\left. \frac{n_N \sigma_{\text{ann}}}{H(T)} \right|_{T=M} \approx 2 \left( \frac{f}{10^{-4}} \right)^4 \left( \frac{\text{кэВ}}{M} \right) \left( \frac{g_{*,0}}{g_{*,\text{ann}}} \right)^{1/2} \quad (3.79)$$

При условии  $\left. \frac{n_N \sigma_{\text{ann}}}{H} \right|_{\substack{T=M \\ f=f_{\text{min}}}} < 1$  процессы аннигиляции стерильных нейтрино не войдут в равновесие, а значит, количество стерильных нейтрино после своего образования при  $T \simeq T_s$  сохраняется в сопутствующем объеме.

---

<sup>13</sup> Более того, за счет обратной аннигиляции  $\phi\phi \rightarrow NN$ , теплые скаляры и стерильные нейтрино могут прийти к тепловому равновесию, что разрушит спектр (3.70).



Выпишем все условия, которые необходимо учесть

$$\begin{aligned}
& \theta < \theta_{\text{X-ray}}(M) \quad 1 \text{ MeV} < T_e < T_s/3 \quad \Gamma < \omega_{\text{res}} \\
& f_{\text{min}} < 1 \quad M_A(T_s) < 3T_s \quad \Omega_{N, T < T_e} < \Omega_{\text{DM}} \\
& m_\phi < M \quad \left\{ \begin{array}{l} m_\phi > 0.01 \text{ эВ} \\ T_{\text{dec}}|_{f=f_{\text{min}}} < T_s \end{array} \right. \quad \left. \frac{n_N \sigma_{\text{ann}}}{H} \right|_{\substack{T=M \\ f=f_{\text{min}}}} < 1
\end{aligned} \tag{3.80}$$

Наконец, максимизируем/минимизируем функцию смешивания (3.76) в пространстве параметров  $\langle T_e, m_\phi \rangle$ . При этом будем учитывать все условия, перечисленные в (3.80).

Результат решения экстремальной задачи на угол смешивания (3.76) в пространстве параметров  $\langle T_e, m_\phi \rangle$  представлен на Рис. 3.7. Разрешенная область параметров, в которой удастся составить ТМ из стерильных нейтрино в резонансе со спектром (3.70), (3.73), и удовлетворяющая всем требованиям (3.80), изображена цветом на Рис. 3.7.

Работая в пространстве параметров  $\theta - M$  удобно переписать (3.75) с помощью (3.76) в виде

$$T_s|_{\text{DM}} = 33 \text{ MeV} \left( \frac{\theta}{3.2 \cdot 10^{-6}} \right)^{2/3} \left( \frac{M}{\text{кэВ}} \right)^{4/5} \left( \frac{10.75}{g_{*,s}} \right)^{1/6} \tag{3.81}$$

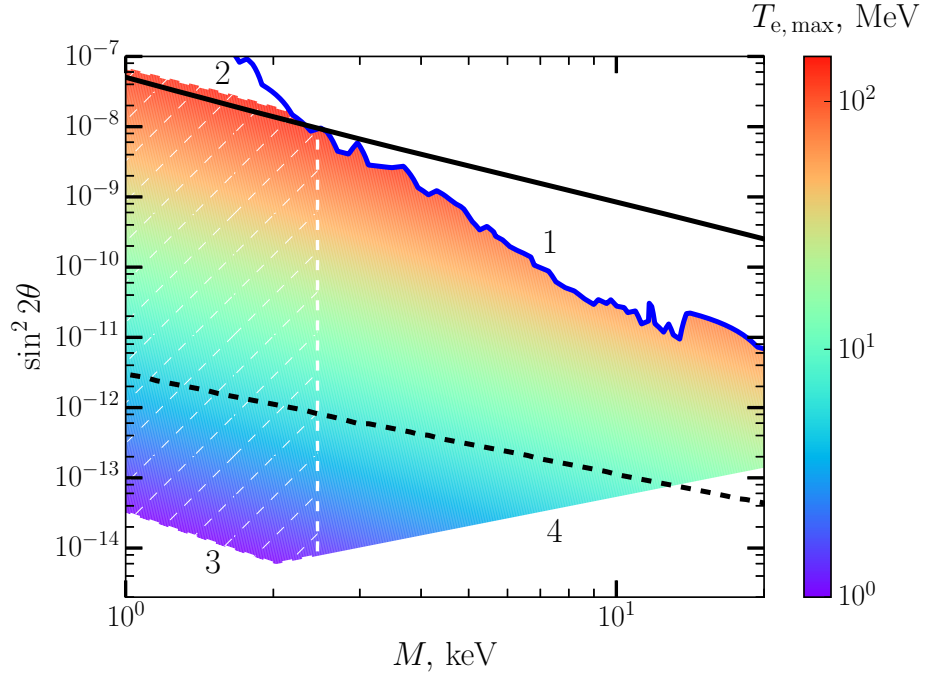
Тогда  $T_{e,\text{max}} = 3T_s$ , фигурирующее на Рис. 3.7, легко определяется с помощью (3.81).

Полезно определить параметр  $m_\phi$ , который не фигурирует на Рис. 3.7, но значение которого также представляет интерес, с помощью (3.76)

$$m_\phi = 1 \text{ эВ} \left( \frac{\theta}{3.2 \cdot 10^{-6}} \right)^{4/3} \left( \frac{M}{\text{кэВ}} \right)^4 \left( \frac{11 \text{ MeV}}{T_e} \right)^3 \left( \frac{10.75}{g_{*,s}} \right)^{1/3} \frac{h_s}{h_e} \tag{3.82}$$

Для того чтобы найти нижний предел  $m_\phi$  достаточно воспользоваться условием  $T_s|_{\text{DM}} > 3T_e$  (3.80), (3.75), а также наблюдением  $T_{e,\text{max}} \lesssim 150 \text{ MeV}$ , основанном на Рис. 3.7,

$$m_\phi > 1 \text{ эВ} \left( \frac{11 \text{ MeV}}{T_e} \right) \left( \frac{M}{\text{кэВ}} \right)^{12/5} \frac{h_s}{h_e} > 0.01 \text{ эВ} \tag{3.83}$$



**Рис. 3.7.** Разрешенная область параметров  $\theta - M$ , в которой удается произвести ТМ из стерильных нейтрино в резонансе (3.49) с  $n = 1$ . Цветом отмечено максимально возможное значение  $T_{e,\max} = T_s|_{\text{DM}}/3$  (3.81). Черная сплошная линия соответствует нерезонансному производству ТМ из стерильных нейтрино. Черная пунктирная линия отвечает максимальной лептонной асимметрии  $(n_{\nu_\alpha} - n_{\bar{\nu}_\alpha})/n_\gamma = 7 \cdot 10^{-4}$ , достижимой в  $\nu\text{MSM}$  модели [127]. Синяя кривая отражает ряд астрофизических ограничений на темп радиационных распадов в случае  $\Omega_N = \Omega_{\text{DM}}$  [52]. Область внутри белого пунктира исключена наблюдениями за Лайман- $\alpha$  лесом в спектрах далеких квазаров [122]. Границы разрешенной области в соответствии с приведенной нумерацией: 1  $\rightarrow \theta = \theta_{\text{X-ray}}(M)$ , 2  $\rightarrow \Gamma = \omega_{\text{res}}$  и  $m_\phi = M$ , 3  $\rightarrow T_e = T_s/3$  и  $T_e = 1 \text{ MeV}$ , 4  $\rightarrow T_e = T_s/3$  и  $\left. \frac{n_N \sigma_{\text{ann}}}{H} \right|_{\substack{T=M \\ f=f_{\min}}} = 1$ .

Интересно также проследить за значением константы взаимодействия скалярного поля со стерильным нейтрино, которая была зафиксирована в данном сценарии исходя из условия  $\Omega_\phi = \Omega_{\text{DM}}$  с помощью (3.77). Используя (3.77) и (3.82)

$$f_{\min} = 2.2 \times 10^{-8} \left( \frac{\theta}{3.2 \cdot 10^{-6}} \right)^{4/3} \left( \frac{M}{\text{кэВ}} \right)^5 \left( \frac{11 \text{ MeV}}{T_e} \right)^{9/2} \left( \frac{10.75}{g_{*,s}} \right)^{1/3} \frac{h_0 h_s}{h_e^{3/2}} \quad (3.84)$$

Вообще говоря, значение  $f \gg f_{\min}$  может привести к нарушению как  $T_{\text{dec}}|_{f=f_{\min}} < T_s$ , так и  $\left( \frac{n_N \sigma_{\text{ann}}}{H} \right) \Big|_{\substack{T=M \\ f=f_{\min}}} < 1$ . Там как изучается максимально разрешенная область пространства параметров  $\theta^2 - M$ , то данную возмож-

ность мы не рассматриваем.

Убедившись, что разрешенная область параметров существует и стерильные нейтрино, рожденные с помощью резонансного усиления, могут составлять ТМ, перейдем к описанию предсказаний модели. В реалистичном сценарии  $\mathcal{S} = 1$ <sup>14</sup> ограничение по наблюдениям Лайман- $\alpha$  леса, перешкалируя массу аналогично (2.21), можно переписать в нашем случае следующим образом [122]

$$M > 2.5 \text{ кэВ} \quad (3.85)$$

Интересно сравнить полученный результат (3.70), (3.73) с предсказаниями для рождения частиц в других моделях. Во-первых, стерильные нейтрино могут быть произведены в осцилляциях с активными нейтрино. Два основных сценария в этом случае, нерезонансный Додельсона–Уидроу и резонансный Ши–Фуллера в присутствии ненулевой лептонной асимметрии, диктуют более теплое распределение частиц по импульсам:  $\langle\langle y \rangle\rangle_{DW} = 3.15$  [51] и  $\langle\langle y \rangle\rangle_{SF} = 1.8/\mathcal{S}^{1/3}$  [105], соответственно. Во-вторых, рождение стерильных нейтрино в ранней Вселенной может происходить и не за счет смешивания с активными нейтрино. Одним из примеров такого сценария является распад частиц, находящихся в термодинамическом равновесии, который приводит к величине среднего импульса стерильных нейтрино  $\langle\langle y \rangle\rangle_D = 2.45/\mathcal{S}^{1/3}$ , где энтропийный фактор  $\mathcal{S}$  отвечает моменту рождения частиц и определяется

---

<sup>14</sup> В действительности, подход, основанный на решении матричного обобщения уравнений Больцмана в вакууме (3.66) имеет ограниченную область применимости. А именно, эффекта рассеяния вперед на частицах плазмы должен быть достаточно мал, что выражается следующим условием  $V_{\text{eff}} < M^2/2yT$ . Данное соотношение справедливо в области  $T < T_{\text{max}}$  (2.1), см. также (2.8). Так как стерильные нейтрино эффективно производятся в резонансе при температуре  $T \simeq T_s|_{\text{DM}}$ , то областью применимости (3.70), (3.73) является  $T_s|_{\text{DM}} < T_{\text{max}}$ , которое с помощью  $T_{e,\text{max}} = T_s|_{\text{DM}}/3$ , можно записать в виде  $T_{e,\text{max}} < 33 \text{ MeV}$ . В результате, в области  $T_{e,\text{max}} > 33 \text{ MeV}$  на Рис. 3.7, ТМ из стерильных нейтрино, образованных в резонансе, обладает более теплым распределением, которое не описывается (3.70), (3.73). Происходит это по причине когерентного рассеяния вперед на частицах плазмы, в результате которого амплитуда осцилляций падает, а частота (3.52) увеличивается. Чтобы оставаться в области применимости (3.70), (3.73) момент производства стерильных нейтрино ограничен  $T_s|_{\text{DM}} < T_{\text{max}} \sim 100 \text{ MeV}$ , поэтому выбор  $\mathcal{S} = 1$  является реалистичным.

особенностями отдельного сценария [128, 129]. Существует другая возможность, согласно которой взаимодействия скалярных частиц с полями СМ не достаточно для поддержания их термодинамического равновесия с активной плазмой и распад на стерильные нейтрино происходит после закалки самих скалярных частиц, что приводит к еще более теплomu распределению стерильных нейтрино по импульсам [130, 131]. И только модели с эффективным производством энтропии после образования стерильных нейтрино за счет богатой феноменологии за рамками СМ [132, 133] способствуют более холодному распределению частиц по импульсам  $\langle\langle y \rangle\rangle = 0.7$ .

Из приведенного анализа следует вывод, что предложенный механизм рождения частиц предсказывает самое холодное распределение стерильных нейтрино среди всевозможных сценариев за исключением моделей с богатой феноменологией за рамками СМ. Другими словами, при минимальном расширении модели со стерильным нейтрино, исследованный сценарий приводит к самому слабому ограничению на массу стерильного нейтрино по анализу мелкомасштабной структуры Вселенной (3.85). Это стало возможным благодаря характерному спектру частиц, произведенных в резонансе (3.73).

### 3.3. Рождение внешним полем

В данной сценарии мы интересуемся рождением стерильных нейтрино внешним осциллирующим полем. При этом будем всегда считать что масса фермиона в вакууме заметно превышает массу частиц скалярного поля

$$M \gg m_\phi \quad (3.86)$$

Пренебрегая взаимодействием рожденных частиц между собой и считая внешнее поле классическим, задача квантового рождения может быть сведена к решению классических линейных уравнений поля с помощью преобразований Боголюбова. Продемонстрируем особенности данного метода на

примере рождения майорановских фермионов нестационарным скалярным полем. Будем считать внешнее поле однородным, а пространство-время плоским; соответствующее обобщение на случай расширяющейся Вселенной будет дано по ходу изложения.

Майорановский фермион описывается в терминах двухкомпонентных спиноров, поэтому соответствующее квантовое поле  $\widehat{\chi}(\mathbf{x}, t)$  удовлетворяет нестационарному уравнению

$$i\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \widehat{\chi} - M_{\text{eff}} \widehat{\chi} = 0 \quad (3.87)$$

где  $M_{\text{eff}}$  определяется (2.41). Обозначения для описания двухкомпонентных вейлевских спиноров заимствованы из [134].

Будем работать в представлении Гейзенберга. В этом случае выбор начального состояния системы является определяющим. Заметим, что корректная формулировка задачи о квантовом рождении частиц во внешних нестационарных полях возможна только в том случае, когда число частиц в начальном и конечном состояниях строго определено. Это имеет место если, например, внешнее поле выключено, постоянно, или в более общей ситуации, когда внешнее поле, а значит и  $M_{\text{eff}}$ , меняются адиабатически медленно. Скорость изменения эффективной массы стерильного состояния описывается с помощью параметра адиабатичности (2.41)

$$\frac{\dot{M}_{\text{eff}}}{M_{\text{eff}}^2} \approx \frac{m_\phi}{M_A} \frac{\cos m_\phi t}{(z + \sin m_\phi t)^2} \quad (3.88)$$

Этот параметр действительно мал при всех  $t$  за исключением узких временных интервалов в окрестности  $M_{\text{eff}} = 0$ . Поэтому рождение фермионов происходит только в течение интервалов (3.33), а между ними число частиц сохраняется.

Рассмотрим рождение фермионов в одном из интервалов (3.33). Для этого временно будем считать, что трехмерное пространство представляет собой куб конечного, хотя и большого, размера  $L$ , а интересующее нас квантовое поле  $\widehat{\chi}(\mathbf{x}, t)$  удовлетворяет периодическим граничным условиям на границах

этого куба. Тогда пространственное разложение Фурье этого поля имеет вид

$$\widehat{\chi}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{p}} \frac{1}{L^{3/2}} e^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}} \widehat{\chi}_{\mathbf{p}}(t) \quad (3.89)$$

где физический импульс состояния  $\mathbf{p}$  пробегает дискретный набор значений  $\mathbf{p} = \left( \frac{2\pi n_1}{L}, \frac{2\pi n_2}{L}, \frac{2\pi n_3}{L} \right)$ . Здесь  $n_1, n_2, n_3$  — целые числа, по которым подразумевается суммирование в (3.89).

Запишем решение уравнений (3.87) в удаленном прошлом в следующем виде (3.89)

$$\widehat{\chi}_{\mathbf{p}} = \sum_{h=\pm} u_{\mathbf{p}}^{(h)}(t) A_{\mathbf{p}}^{(h)\dagger} + v_{-\mathbf{p}}^{(h)}(t) A_{-\mathbf{p}}^{(h)} \quad (3.90)$$

Здесь индекс  $h$  соответствует спиральности состояния нейтрино, по которому подразумевается суммирование. Двухкомпонентные спиноры  $u_{\mathbf{p}}^{(h)}(t), v_{-\mathbf{p}}^{(h)}(t)$  являются независимыми положительно- и отрицательно-частотными частями решения (3.87). Операторы рождения и уничтожения частиц в удаленном прошлом  $A$  и  $A^\dagger$  подчиняются стандартным коммутационным соотношениям

$$\{A_{\mathbf{p}}^{(h)}, A_{\mathbf{p}'}^{(h')\dagger}\} = \delta_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} \delta_{h, h'} \quad (3.91)$$

Строго говоря, разложение (3.90) справедливо для общего решение уравнений (3.87). Однако, в начальном и конечном состояниях, когда частота квантового поля  $M_{\text{eff}}$  изменяется адиабатически медленно, двухкомпонентные столбцы  $u_{\mathbf{p}}^{(h)}(t), v_{-\mathbf{p}}^{(h)}(t)$  в (3.90) могут быть найдены с помощью квазиклассического приближения, см. подробнее в [135].

В интересном для приложений случае начальное состояние системы не должно содержать частиц при  $t \rightarrow -\infty$ , т.е.

$$A_{\mathbf{p}}^{(h)} |0_{in}\rangle = 0 \quad (3.92)$$

где  $|0_{in}\rangle$  имеет наименьшую энергию в удаленном прошлом. В используемом нами представлении Гейзенберга,  $|0_{in}\rangle$  выступает в качестве состояния системы и не изменяется со временем.

Разложение, аналогичное (3.90), в асимптотике  $t \rightarrow +\infty$  выглядит следующим образом

$$\widehat{\chi}_{\mathbf{p}} = \sum_{s=1}^2 \widetilde{u}_{\mathbf{p}}^{(h)}(t) \widetilde{A}_{\mathbf{p}}^{(h)\dagger} + \widetilde{v}_{-\mathbf{p}}^{(h)}(t) \widetilde{A}_{-\mathbf{p}}^{(h)} \quad (3.93)$$

где операторы рождения и уничтожения частиц в удаленном будущем  $\widetilde{A}$  и  $\widetilde{A}^\dagger$  снова подчиняются стандартным коммутационным соотношениям

$$\{\widetilde{A}_{\mathbf{p}}^{(h)}, \widetilde{A}_{\mathbf{p}'}^{(h')\dagger}\} = \delta_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} \delta_{h,h'} \quad (3.94)$$

Пусть  $|0_{out}\rangle$  соответствует состоянию системы в удаленном будущем с наименьшей энергией, т.е.

$$\widetilde{A}_{\mathbf{p}}^{(h)} |0_{out}\rangle = 0 \quad (3.95)$$

В рассматриваемой ситуации вектор состояния системы описывается  $|0_{in}\rangle$ . Это состояние, вообще говоря, не совпадает с  $|0_{out}\rangle$ , т.е. при  $t \rightarrow +\infty$  в системе имеются частицы. В этом и проявляется эффект квантового рождения частиц внешним нестационарным полем.

Между двумя наборами операторов, соответствующих удаленному прошлому (3.90) и будущему (3.93), имеется линейная связь, которая называется преобразованиями Боголюбова [135],

$$\begin{aligned} \widetilde{A}_{\mathbf{p}}^{(h)} &= \alpha_p A_{\mathbf{p}}^{(h)} + \beta_p \iota_{-\mathbf{p}} A_{-\mathbf{p}}^{(h)\dagger} \\ \widetilde{A}_{\mathbf{p}}^{(h)\dagger} &= \alpha_p^* A_{\mathbf{p}}^{(h)\dagger} + \beta_p^* \iota_{-\mathbf{p}}^* A_{-\mathbf{p}}^{(h)} \end{aligned} \quad (3.96)$$

где фазовый множитель  $\iota_{\mathbf{p}}$  подчиняется

$$\iota_{\mathbf{p}}^* \iota_{\mathbf{p}} = 1 \quad \iota_{-\mathbf{p}} = -\iota_{\mathbf{p}} \quad (3.97)$$

Среднее число фермионов с импульсом  $\mathbf{p}$  и спиральностью  $h$  в асимптотике  $t \rightarrow +\infty$  определяется с помощью (3.96), (3.97), (3.91) и (3.92)

$$N_{\mathbf{p}} = \langle 0_{in} | \widetilde{A}_{\mathbf{p}}^{(h)\dagger} A_{\mathbf{p}}^{(h)} | 0_{in} \rangle = |\beta_p|^2 \quad (3.98)$$

Число рожденных частиц в интервале импульсов от  $\mathbf{p}$  до  $\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}$  равно  $\Delta N = \sum_{\mathbf{p}} N_{\mathbf{p}}$ , где суммирование идет по всем значениям  $(n_1, n_2, n_3)$ , которые соответствуют импульсам из указанного интервала. В пределе большого

объема  $L^3$  суммирование можно заменить интегрированием  $\sum_{\mathbf{p}} \rightarrow \int \frac{L^3}{(2\pi)^3} d^3p$ . Тогда пространственная плотность всех рожденных частиц с импульсами в объеме импульсного пространства  $d^3p$  дается следующим выражением (3.98)

$$n(p)d^3p = \frac{\Delta N}{L^3} = |\beta_p|^2 \frac{d^3p}{(2\pi)^2} \quad (3.99)$$

Вычисление коэффициента Боголюбова  $\beta_p$  с помощью метода, изложенного в [136], приводит к следующему результату

$$|\beta_p|^2 = \exp \left\{ -\frac{\pi p^2}{f \dot{\phi}_*} \right\} \approx \exp \left\{ -\frac{\pi p^2}{f m_\phi |\phi|} \right\} \quad (3.100)$$

где в последнем равенстве мы воспользовали законом сохранения энергии для скалярного поля и  $|\phi| \gg M/f$ . Здесь  $|\phi|$  текущая амплитуда скалярного поля,  $\dot{\phi}_*$  производная по обычному времени в момент пересечения  $M_{\text{eff}} = 0$ , а  $p$  физический импульс фермиона при рождении.

Конформные импульсы фермионов, рожденных в результате одного пересечения  $M_{\text{eff}} = 0$ , находятся в области (3.99), (3.100)

$$k^2 \lesssim a^2 f m_\phi |\phi| \quad (3.101)$$

Используя зависимость амплитуды скалярного поля (2.25), можно сделать вывод, что характерный масштаб конформных импульсов, определяемый с помощью (3.101), растет со временем. Так как числа заполнения фермионов не могут превышать единицы, для оценок можно считать, что для всех импульсов в области (3.101) выполняется  $|\beta|^2 \simeq 1$ <sup>15</sup>. Таким образом, область конформных импульсов родившихся фермионов расширяется со временем, что приводит к интенсивному рождению стерильных нейтрино внешним полем. Описанная картина рождения частиц справедлива, пока амплитуда осцилляций достаточно велика  $f|\phi| > M$ .

<sup>15</sup> В действительности, в пренебрежении перерассеянием и распадами фермионов рождение частиц внешним полем следует рассматривать как когерентный процесс. В этом случае для описания системы необходимо вычислить, как изменяются коэффициенты Боголюбова при последующих прохождении  $M_{\text{eff}}$  нуля. Аккуратный численный анализ с учетом расширения Вселенной показывает, что приближение  $|\beta|^2 \simeq 1$  действительно хорошо работает для импульсов фермионов в области (3.101) [137].



Процесс рождения фермионов прекращается когда амплитуда поля падает до значений  $M/f$ . В этот момент заполнены все моды в области физических импульсов фермионов (3.101)

$$p^2 \lesssim p_{\max}^2 \sim Mm_\phi \quad (3.102)$$

Из (3.102) следует важный результат, что фермионы рождаются нерелятивистскими (3.86). Это свойство частиц, при рождении внешним полем, будет иметь определяющее значение при обсуждении ТМ в секции 3.3.1.

Заметим, что формулы (3.98) и (3.99) применимы для рождения частиц определенной спиральности. Поэтому для определения полного числа рожденных фермионов необходимо просуммировать по состояниям  $h$ . В этом случае общая плотность числа частиц на момент завершения осцилляций (3.102) составляет (3.99), (3.100) <sup>16</sup>

$$n_N \sim \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty dp p^2 |\beta_p|^2 \sim \frac{1}{3\pi^2} (Mm_\phi)^2 \quad (3.103)$$

Сделаем важное замечание по поводу применимости результата (3.103). Данная оценка справедлива только в том случае, когда обратным влиянием рожденных частиц на осцилляции скалярного поля можно пренебречь. Необходимое условие квазилинейного рассмотрения имеет следующий вид (3.103)

$$Mn_N < \frac{1}{2} m_\phi^2 \left( \frac{M}{f} \right)^2 \quad (3.104)$$

### 3.3.1. Производство темной материи осциллирующим скалярным полем

В данной разделе мы интересуемся производством ТМ внешним осциллирующим полем. Данный механизм проявляет себя в период  $M_A > M$  ( $T > T_e$ , см. (2.43)). Рождение внешним полем прекращается при  $T = T_e$ .

---

<sup>16</sup> Наш результат отличается в 2 раза от приведенного в [138]. Причина этого кроется в майорановской природе рождаемых внешним полем частиц фермионов.

В этот момент амплитуда скалярного поля составляет  $M/f$ , а число нерелятивистских стерильных нейтрино описывается (3.103). С этого момента, если пренебречь возможными распадами скалярной частицы, отношение плотностей образовавшихся стерильных нейтрино и скалярного поля не изменяется со временем и составляет (3.103)

$$\frac{\Omega_N}{\Omega_\phi} = \frac{2Mn_N}{m_\phi^2(M/f)^2} \simeq 0.2 \left( \frac{f}{0.1} \right)^2 \sqrt{\frac{M}{\text{кэВ}}} \sqrt{\frac{0.01 \text{ эВ}}{m_\phi}} \quad (3.105)$$

Будем рассматривать двухкомпонентную ТМ, одна часть которой представлена когерентно осциллирующим скалярным полем, а вторая состоит из стерильных нейтрино, рожденных внешним осциллирующим полем, т.е.  $\Omega_{DM} = \Omega_N + \Omega_\phi$ . Так как изначально стерильные нейтрино в системе отсутствовали, начальная энергия скалярного поля определяется плотностью ТМ сегодня. В этом случае удастся воспользоваться результатом (2.43) для нахождения соотношения между температурой  $T_e$  и юкавской константой взаимодействия стерильного нейтрино со скалярным полем  $f$

$$f^2 = \frac{m_\phi^2 M^2}{2\Omega_{DM}\rho_{\text{crit}}} \frac{h_0 T_0^3}{h_e T_e^3} \quad (3.106)$$

Перечислим основные требования, предъявляемые к рождению ТМ внешним полем. Во-первых, частицы скалярной материи должны быть достаточно стабильными, чтобы сформировать ТМ. Помимо (3.86), в диапазоне масс  $m_\phi > 0.01 \text{ эВ}$  время жизни скалярной частицы должно превосходить время жизни Вселенной (2.34).

Во-вторых, вклад скалярного поля в эффективную массу стерильного состояния сегодня должен быть мал. Для этого необходимо потребовать  $T_e > T_0$  (3.106)

$$0.4 \left( \frac{0.1}{f} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{m_\phi}{10^{-10} \text{ эВ}} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{M}{\text{кэВ}} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{h_0}{h_e} \right)^{\frac{1}{3}} > 1. \quad (3.107)$$

Строго говоря, условие (3.107) не является обязательным. В случае отказа от него, эффективная масса стерильного состояния осциллирует в современ-

ную эпоху и предсказания для лабораторных экспериментов по поиску тяжелого нейтрино должны быть пересмотрены. Так как рассмотрение этой возможности находится за рамками данной работы, а также для применимости полученных результатов в области прямых поисков тяжелого состояния нейтрино, мы требуем (3.107). Как будет показано, условие (3.107) не сильно ограничивает пространство параметров модели.

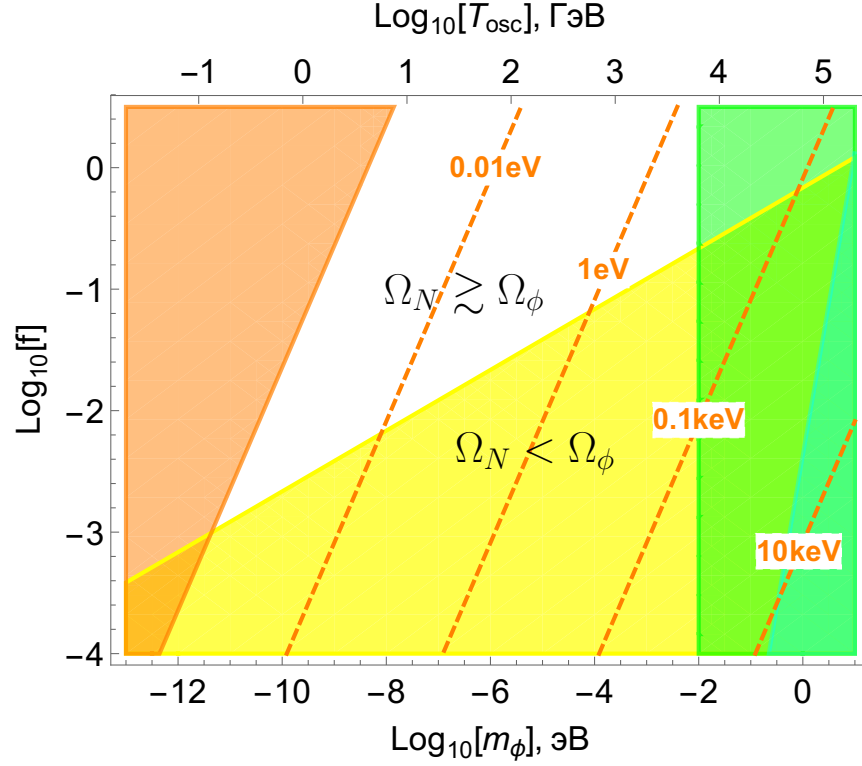
Наконец, так как мы рассматриваем сценарий с холодной ТМ, рождение стерильных нейтрино в осцилляциях должно быть подавлено. Для этого мы рассматриваем режим большой амплитуды поля  $3T_e < M$ , в котором, согласно результатам секции 2.3, осцилляции нейтрино неэффективны. Действительно, для натуральных значений юкавской константы  $f \gg 10^{-10}$ , данным каналом рождения частиц можно полностью пренебречь, см. (2.69). Однако, как было выяснено в секции 3.2, при определенной комбинации параметров<sup>17</sup> реализуется резонансное усиление осцилляций, в котором может происходить эффективное рождение стерильных нейтрино. Данное усиление приводит к перепроизводству теплой ТМ в следующих случаях (3.71), (3.72), (3.73), (2.43)

$$\begin{cases} y_s|_{\text{DM}} < y_s < y_{\text{max}} \\ T_e < 3T_s \end{cases} \quad \begin{cases} y_s > y_{\text{max}} \\ T_e < 3T(y_{\text{max}}) \end{cases} \quad (3.108)$$

где  $y_{\text{max}}$  определяется с помощью  $2\frac{4}{11}T_0^3 \int_{y_{\text{max}}}^{\infty} 4\pi y^2 f_{\text{FD}}(y) dy = \Omega_{\text{DM}}\rho_{\text{crit}}$ , а  $T(y_{\text{max}})$  отвечает температуре Вселенной в момент, когда мода  $y_{\text{max}}$  испытывает эффект резонансного усиления, и определяется с помощью замены  $y \rightarrow y_{\text{max}}$  из (3.60).

Результаты анализа представлены на Рис. 3.8. Внутри желтой области когерентно осциллирующее скалярное поля составляет большую часть ТМ, тогда как доля стерильных нейтрино может быть сколь угодно мала  $\Omega_N/\Omega_{\text{DM}} \ll 1$  (3.105). Выше желтой области не удастся определить точной

<sup>17</sup> На самом деле исход наступления резонансного условия (3.49) весьма вероятен по причине расширения Вселенной и соответствующего изменения параметров.



**Рис. 3.8.** Рождение ТМ внешним осциллирующим полем:  $\sin^2 2\theta = 10^{-5}$  и  $M = 1$  кэВ. В каждой точке пространства параметров фиксировано  $\Omega_{\text{DM}} = \Omega_N + \Omega_\phi$  за исключением зеленой области (справа), где нарушается (2.34). Оранжевая область (слева) исключена требованием (3.107). Белое пространство соответствует значительному вкладу стерильных нейтрино в ТМ  $\Omega_N \gtrsim \Omega_\phi$ , тогда как желтая область отвечает  $\Omega_N < \Omega_\phi$ . Пунктирные оранжевые линии соответствуют нескольким значениям параметра  $T_e$  (3.106), отмеченных на рисунке. Бирюзовая область (справа внизу) дается (3.108) и отвечает перепроизводству ТМ из стерильных нейтрино, рожденных в резонансе, см. раздел 3.2.

пропорции между стерильными нейтрино и скалярным полем, так как рождение внешним полем находится за рамками квазилинейного приближения (3.104). В этом случае необходимо учитывать эффект обратного воздействия рожденных частиц на эволюцию скалярного поля, рассмотрение которого находится за рамками данной работы. Тем не менее, в линейном приближении выше желтой области можно ожидать, что вклады стерильных нейтрино, рожденных внешним полем, и самого скалярного поля являются величинами одного порядка, т.е.  $\Omega_N/\Omega_\phi \gtrsim 1$ . Интересно отметить, что режим резонансного усиления осцилляций, приводящий к перепроизводству ТМ, соответствует области  $m_\phi > 0.01$  эВ на Рис. 3.8, что находится в согласии с результатом раздела 3.2, а именно (3.82).

Отметим, что рассматриваемая конструкция действительно удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к ТМ во Вселенной. С точки зрения формирования структур, абсолютно не важно из какого сорта частиц состоит ТМ – осциллирующего скалярного поля или холодных стерильных нейтрино. Ключевым здесь является только время начала роста возмущений плотности. Для успешного образования КСВ необходимо потребовать (2.30). Согласно Рис. 3.8 и также (2.28), условие (2.30) выполняется во всей области параметров модели.

Подчеркнем еще раз, что ключевой особенностью рассматриваемого механизма рождения стерильных нейтрино внешним полем является нерелятивистский характер их распределения по импульсам благодаря (3.102). Холодный спектр стерильных нейтрино позволяет полностью избежать ограничений из структур, характерных для теплой ТМ.

В результате, в пространстве параметров, отмеченным белым на Рис. 3.8 единственное ограничение на массу стерильного нейтрино, которое составляет существенную часть ТМ, следует из квантовой статистики этих частиц. Принцип исключения Паули, будучи примененный к самым компактным структурам во Вселенной, а именно к карликовым сферическим галактикам, приводит к модельно независимой оценке для нижней границы массы фермионов, способных формировать такие объекты, [52]

$$M \gtrsim 1 \text{ кэВ} \left( \frac{Q}{5 \cdot 10^{-3} \frac{M_{\odot}/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3}} \right) \quad (3.109)$$

где  $Q = \rho/\langle v_{\parallel}^2 \rangle^{3/2}$  — аналог фазовой плотности ТМ в астрофизике,  $\rho$  есть плотность массы в центральной области галактики, а  $\langle v_{\parallel}^2 \rangle$  — усредненный квадрат скорости звезд вдоль направления наблюдений в этом же объекте. Для сферических карликовых галактик измеренная величина фазовой плотности может достигать  $Q \sim 5 \cdot 10^{-3} \frac{M_{\odot}/\text{пк}^3}{(\text{км/с})^3}$  [139].

Из (3.109) следует важный вывод. Стерильные нейтрино с  $M = 1 \text{ кэВ}$  и

выше могут составлять ТМ в области параметров отмеченной белым на Рис. 3.8. Угол смешивания при этом должен удовлетворять ограничениям на темп радиационный распадов, т.е.  $\theta < \theta_{X\text{-ray}}(M)$ . Заметим, что благодаря выбору малого  $T_e$ , см. Рис. 3.8, удается подавить рождение частиц в осцилляциях и составить основную часть ТМ из стерильных нейтрино с максимальным углом смешивания  $\theta_{X\text{-ray}}(M)$ .

### 3.4. Заключение к главе

В данной главе мы изучили два механизма генерации ТМ из стерильных нейтрино в присутствии когерентно осциллирующего скалярного поля, в которых удается значительно ослабить или полностью избежать ограничений из структур.

В первой части было исследован эффект резонансного усиления осцилляций за счет когерентно осциллирующего поля. Было показано, что данный механизм может быть ответственен за производство ТМ в случае даже очень малого смешивания. Причем распределение таких частиц обладает самой холодной формой спектра среди прочих механизмов производства стерильных нейтрино в ранней Вселенной (осцилляции, распад), чтобы может быть опровергнуто или подтверждено с помощью более точных исследований мелко-масштабной структуры Вселенной.

Во второй части мы изучили двухкомпонентную ТМ, существенную часть которой могут составлять стерильные нейтрино, рожденные внешним полем. Отличительной особенностью данного сценария является то, что стерильные нейтрино рождаются сугубо нерелятивистскими, что позволяет полностью избежать ограничений из структур. В этом случае удается составить ТМ из стерильных нейтрино с массой 1 кэВ и выше.

## Заключение

В заключение кратко перечислим основные полученные результаты.

Выяснено, что модель с относительной концентрацией распадающейся ТМ от 2 до 7% несколько лучше (на уровне  $1.2 - 2\sigma$ ) описывает совокупный набор космологических данных. Была также исследована совместность результатов последних измерений барионных акустических осцилляций и искажений пространства красных смещений в распределении галактик с предсказаниями стандартной космологической модели. Модель с относительной концентрацией распадающейся ТМ от 2 до 5% несколько лучше (на уровне  $1.5\sigma$ ) описывает распределение облаков нейтрального водорода во Вселенной по данным Слоановского цифрового обзора неба. При отсутствии информации об амплитуде спектра мощности линзирующего потенциала доля нестабильной ТМ достигает 3 – 9%, что соответствует лучшему (на уровне  $1.7 - 3.3\sigma$ ) описанию наблюдательных данных по сравнению со стандартной космологической моделью.

Построена модификация модели со стерильным нейтрино с фазовым переходом в скрытом секторе, в которой удастся сделать область относительно больших углов смешивания  $\theta^2 \lesssim 10^{-3}$  совместной с текущими космологическими и астрофизическими ограничениями. Открытая область пространства параметров «масса-угол смешивания», в которой стерильное состояние ответственно за формирование малой массы активных нейтрино, доступна для прямого исследования на перспективных экспериментальных установках «Троицк ню-масс» и KATRIN.

Предсказана возможность резонансного усиления осцилляций в присутствии когерентно осциллирующего скалярного поля, взаимодействующего со стерильным нейтрино. Показано, что данный механизм может быть ответственным за производство ТМ из стерильных нейтрино с очень малым углом смешивания  $\theta^2 \gtrsim 10^{-14}$ . Спектр образовавшихся в резонансе частиц позволя-

ет ослабить традиционные для теплой ТМ ограничения из структур.

Наконец, предложен механизм рождения холодной ТМ из стерильных нейтрино внешним нестационарным полем. Показано, что стерильные нейтрино с массой 1 кэВ и выше могут составлять ТМ.

В заключение автор хотел бы выразить благодарность научному руководителю Дмитрию Сергеевичу Горбунову за многолетнюю работу, оказанные поддержку, доверие, а также за постановку интересных физических задач.

Хотелось бы также отметить определяющее влияние Родиона Анатольевича Буренина и Игоря Ивановича Ткачева, сформировавших научные предпочтения автора. Автор также благодарит Федора Леонидовича Безрукова за уникальный опыт совместной работы.

Автор также хотел выразить благодарность заведующему кафедрой физики частиц и космологии Валерию Анатольевичу Рубакову за ценные замечание и конструктивную критику. Автор также благодарит Дмитрия Левкова и Александра Панина за плодотворные предложения и дискуссию на завершающем этапе выполнения работы.

Автор признателен Ашоту Аванесову и Игорю Слепцову за долгие и интересные обсуждения вопросов квантовой механики.

Автор также выражает благодарность всем сотрудникам и аспирантам Отдела теоретической физики ИЯИ РАН за уникальную творческую и рабочую атмосферу.



## Список сокращений

ТМ — темная материя

РИ — реликтовое излучение

$\Lambda$ CDM — стандартная космологическая модель

DCDM — модель с распадающейся темной материей

КСВ — крупномасштабной структура Вселенной

БАО — барионные акустические осцилляции

ИПКС — искажения пространства красных смещений

СМ — стандартная модель

## Список литературы

1. Oort Jan. The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems // Bull. Astro. Inst. Neth. 1932. Т. 6. С. 289–94.
2. Zwicky F. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln // Helv. Phys. Acta. 1933. Т. 6. С. 110–127. [Gen. Rel. Grav.41,207(2009)].
3. Hulst H.C. van de; Raimond E.; Woerden H. van. Rotation and density distribution of the Andromeda nebula derived from observations of the 21-cm line // Bull. Astr. Inst. Neth. 1957. Т. 14. С. 1–16.
4. A direct empirical proof of the existence of dark matter / Douglas Clowe, Marusa Bradac, Anthony H. Gonzalez [и др.] // Astrophys. J. 2006. Т. 648. С. L109–L113.
5. Penzias Arno A., Wilson Robert Woodrow. A Measurement of excess antenna temperature at 4080-Мс/s // Astrophys. J. 1965. Т. 142. С. 419–421.
6. Mather John C. [и др.]. A Preliminary measurement of the Cosmic Microwave Background spectrum by the Cosmic Background Explorer (COBE) satellite // Astrophys. J. 1990. Т. 354. С. L37–L40.
7. Smoot George F. [и др.]. Structure in the COBE differential microwave radiometer first year maps // Astrophys. J. 1992. Т. 396. С. L1–L5.
8. Riess Adam G. [и др.]. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant // Astron. J. 1998. Т. 116. С. 1009–1038.
9. Perlmutter S. [и др.]. Measurements of Omega and Lambda from 42 high redshift supernovae // Astrophys. J. 1999. Т. 517. С. 565–586.
10. Ade P. A. R. [и др.]. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters // Astron. Astrophys. 2014. Т. 571. С. A16.
11. Ade P. A. R. [и др.]. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. 2015.

12. Aghanim N. [и др.]. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. 2018.
13. Quantifying discordance in the 2015 Planck CMB spectrum / G. E. Addison, Y. Huang, D. J. Watts [и др.] // *Astrophys. J.* 2016. Т. 818, № 2. С. 132.
14. Aghanim N. [и др.]. Planck intermediate results. LI. Features in the cosmic microwave background temperature power spectrum and shifts in cosmological parameters // *Astron. Astrophys.* 2017. Т. 607. С. A95.
15. The Hubble Constant: A Summary of the HST Program for the Luminosity Calibration of Type Ia Supernovae by Means of Cepheids / A. Sandage, G. A. Tammann, A. Saha [и др.] // *Astrophys. J.* 2006. Т. 653. С. 843–860.
16. Freedman W. L. [и др.]. Final results from the Hubble Space Telescope key project to measure the Hubble constant // *Astrophys. J.* 2001. Т. 553. С. 47–72.
17. Riess Adam G. [и др.]. Milky Way Cepheid Standards for Measuring Cosmic Distances and Application to Gaia DR2: Implications for the Hubble Constant // *Astrophys. J.* 2018. Т. 861, № 2. С. 126.
18. Riess Adam G. [и др.]. A 2.4% Determination of the Local Value of the Hubble Constant // *Astrophys. J.* 2016. Т. 826, № 1. С. 56.
19. Sunyaev R. A., Zeldovich Ya. B. Small scale fluctuations of relic radiation // *Astrophys. Space Sci.* 1970. Т. 7. С. 3–19.
20. Ade P. A. R. [и др.]. Planck 2015 results. XXIV. Cosmology from Sunyaev-Zeldovich cluster counts // *Astron. Astrophys.* 2016. Т. 594. С. A24.
21. Vikhlinin A. [и др.]. Chandra Cluster Cosmology Project III: Cosmological Parameter Constraints // *Astrophys. J.* 2009. Т. 692. С. 1060–1074.
22. Böhringer Hans, Chon Gayoung, Collins Chris A. The extended ROSAT-ESO Flux Limited X-ray Galaxy Cluster Survey (REFLEX II) IV. X-ray Luminosity Function and First Constraints on Cosmological Parameters // *Astron. Astrophys.* 2014. Т. 570. С. A31.
23. The extended Northern ROSAT Galaxy Cluster Survey (NORAS II) I. Survey Construction and First Results / Hans Böhringer, Gayoung Chon,

- Jörg Retzlaff [и др.] // *Astron. J.* 2017. Т. 153, № 5. С. 220.
24. Troxel M. A. [и др.]. Dark Energy Survey Year 1 results: Cosmological constraints from cosmic shear // *Phys. Rev.* 2018. Т. D98, № 4. С. 043528.
25. Abbott T. M. C. [и др.]. Dark Energy Survey year 1 results: Cosmological constraints from galaxy clustering and weak lensing // *Phys. Rev.* 2018. Т. D98, № 4. С. 043526.
26. Hildebrandt H. [и др.]. KiDS-450: Cosmological parameter constraints from tomographic weak gravitational lensing // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2017. Т. 465. С. 1454.
27. Heymans Catherine [и др.]. CFHTLenS tomographic weak lensing cosmological parameter constraints: Mitigating the impact of intrinsic galaxy alignments // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2013. Т. 432. С. 2433.
28. Doroshkevich A. G., Khlopov M. U. Formation of structure in a universe with unstable neutrinos // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1984. Т. 211. С. 277–282.
29. Is the Universe Dominated by Relativistic Particles? / Ricardo Flores, George R. Blumenthal, Avishai Dekel [и др.] // *Nature.* 1986. Т. 323. С. 781–784.
30. Doroshkevich A. G., Khlopov M., Klypin A. A. Large-scale structure of the universe in unstable dark matter models // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1989. Т. 239. С. 923–938.
31. Berezhiani Z., Dolgov A. D., Tkachev I. I. Reconciling Planck results with low redshift astronomical measurements // *Phys. Rev.* 2015. Т. D92, № 6. С. 061303.
32. Poulin Vivian, Serpico Pasquale D., Lesgourgues Julien. A fresh look at linear cosmological constraints on a decaying dark matter component // *JCAP.* 2016. Т. 1608, № 08. С. 036.
33. Decaying dark matter and the tension in  $\sigma_8$  / Kari Enqvist, Seshadri Nadathur, Toyokazu Sekiguchi [и др.] // *JCAP.* 2015. Т. 1509, № 09. С. 067.

34. Blackadder Gordon, Koushiappas Savvas M. Cosmological constraints to dark matter with two- and many-body decays // *Phys. Rev.* 2016. T. D93, № 2. C. 023510.
35. Cosmological simulations of decaying dark matter: implications for small-scale structure of dark matter haloes / Mei-Yu Wang, Annika H. G. Peter, Louis E. Strigari [и др.] // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2014. T. 445, № 1. C. 614–629.
36. Cheng Dalong, Chu M. C., Tang Jiayu. Cosmological Structure Formation in Decaying Dark Matter Models // *JCAP.* 2015. T. 1507, № 07. C. 009.
37. Del Nobile Eugenio, Nardecchia Marco, Panci Paolo. Millicharge or Decay: A Critical Take on Minimal Dark Matter // *JCAP.* 2016. T. 1604, № 04. C. 048.
38. Evolution of perturbations and cosmological constraints in decaying dark matter models with arbitrary decay mass products / Shohei Aoyama, Toyokazu Sekiguchi, Kiyotomo Ichiki [и др.] // *JCAP.* 2014. T. 1407. C. 021.
39. IceCube neutrinos, decaying dark matter, and the Hubble constant / Luis A. Anchordoqui, Vernon Barger, Haim Goldberg [и др.] // *Phys. Rev.* 2015. T. D92, № 6. C. 061301.
40. Eisenstein Daniel J. [и др.]. Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies // *Astrophys. J.* 2005. T. 633. C. 560–574.
41. Kaiser N. Clustering in real space and in redshift space // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1987. T. 227. C. 1–27.
42. Large scale structure of the universe and cosmological perturbation theory / F. Bernardeau, S. Colombi, E. Gaztanaga [и др.] // *Phys. Rept.* 2002. T. 367. C. 1–248.
43. Glashow S. L. Partial Symmetries of Weak Interactions // *Nucl. Phys.* 1961. T. 22. C. 579–588.
44. Weinberg Steven. A Model of Leptons // *Phys. Rev. Lett.* 1967. T. 19.

- C. 1264–1266.
45. Salam Abdus. Weak and Electromagnetic Interactions // Conf. Proc. 1968. T. C680519. C. 367–377.
  46. Han M. Y., Nambu Yoichiro. Three Triplet Model with Double SU(3) Symmetry // Phys. Rev. 1965. T. 139. C. B1006–B1010. [,187(1965)].
  47. Fritzsche H., Gell-Mann Murray, Leutwyler H. Advantages of the Color Octet Gluon Picture // Phys. Lett. 1973. T. 47B. C. 365–368.
  48. Strumia Alessandro, Vissani Francesco. Neutrino masses and mixings and... 2006.
  49. Minkowski Peter.  $\mu \rightarrow e\gamma$  at a Rate of One Out of  $10^9$  Muon Decays? // Phys. Lett. 1977. T. 67B. C. 421–428.
  50. Mohapatra Rabindra N., Senjanovic Goran. Neutrino Mass and Spontaneous Parity Nonconservation // Phys. Rev. Lett. 1980. T. 44. C. 912. [,231(1979)].
  51. Dodelson Scott, Widrow Lawrence M. Sterile-neutrinos as dark matter // Phys. Rev. Lett. 1994. T. 72. C. 17–20.
  52. Adhikari R. [и др.]. A White Paper on keV Sterile Neutrino Dark Matter // JCAP. 2017. T. 1701, № 01. C. 025.
  53. Where are the missing Galactic satellites? / Anatoly A. Klypin, Andrey V. Kravtsov, Octavio Valenzuela [и др.] // Astrophys. J. 1999. T. 522. C. 82–92.
  54. Kravtsov Andrey V. Dark matter substructure and dwarf galactic satellites // Adv. Astron. 2010. T. 2010. C. 281913.
  55. Boylan-Kolchin Michael, Bullock James S., Kaplinghat Manoj. Too big to fail? The puzzling darkness of massive Milky Way subhaloes // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2011. T. 415. C. L40.
  56. Boylan-Kolchin Michael, Bullock James S., Kaplinghat Manoj. The Milky Way's bright satellites as an apparent failure of LCDM // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2012. T. 422. C. 1203–1218.
  57. Kuzio de Naray Rachel, Spekkens Kristine. Do Baryons Alter the Halos of

- Low Surface Brightness Galaxies? // *Astrophys. J.* 2011. T. 741. C. L29.
58. Walker Matthew G., Penarrubia Jorge. A Method for Measuring (Slopes of) the Mass Profiles of Dwarf Spheroidal Galaxies // *Astrophys. J.* 2011. T. 742. C. 20.
59. Hiddemann K. H., Daniel H., Schwentker O. Limits on neutrino masses from the tritium beta spectrum // *J. Phys.* 1995. T. G21. C. 639–650.
60. Search for heavy neutrinos in the beta spectrum of Ni-63 / E. Holzschuh, W. Kundig, L. Palermo [и др.] // *Phys. Lett.* 1999. T. B451. C. 247–255.
61. Abdurashitov J. N. [и др.]. First measurements in search for keV-sterile neutrino in tritium beta-decay by Troitsk nu-mass experiment. 2017.
62. Shi Xiang-Dong, Fuller George M. A New dark matter candidate: Nonthermal sterile neutrinos // *Phys. Rev. Lett.* 1999. T. 82. C. 2832–2835.
63. Realistic sterile neutrino dark matter with keV mass does not contradict cosmological bounds / Alexey Boyarsky, Julien Lesgourgues, Oleg Ruchayskiy [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* 2009. T. 102. C. 201304.
64. Constraints from Ly- $\alpha$  forests on non-thermal dark matter including resonantly-produced sterile neutrinos / Julien Baur, Nathalie Palanque-Desabrouille, Christophe Yèche [и др.] // *JCAP.* 2017. T. 1712, № 12. C. 013.
65. Chudaykin A., Gorbunov D., Tkachev I. Dark matter component decaying after recombination: Lensing constraints with Planck data // *Phys. Rev.* 2016. T. D94. C. 023528.
66. Chudaykin A., Gorbunov D., Tkachev I. Dark matter component decaying after recombination: Sensitivity to baryon acoustic oscillation and redshift space distortion probes // *Phys. Rev.* 2018. T. D97, № 8. C. 083508.
67. Bezrukov F., Chudaykin A., Gorbunov D. Hiding an elephant: heavy sterile neutrino with large mixing angle does not contradict cosmology // *JCAP.* 2017. T. 1706, № 06. C. 051.
68. Bezrukov F., Chudaykin A., Gorbunov D. Induced resonance makes light

- sterile neutrino Dark Matter cool. 2018.
69. Carnegie Hubble Program: A Mid-Infrared Calibration of the Hubble Constant / Wendy L. Freedman, Barry F. Madore, Victoria Scowcroft [и др.] // *Astrophys. J.* 2012. Т. 758. С. 24.
  70. Chuang Chia-Hsun, Wang Yun. Measurements of  $H(z)$  and  $D_A(z)$  from the Two-Dimensional Two-Point Correlation Function of Sloan Digital Sky Survey Luminous Red Galaxies // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2012. Т. 426. С. 226.
  71. Measuring  $D_A$  and  $H$  at  $z=0.35$  from the SDSS DR7 LRGs using baryon acoustic oscillations / Xiaoying Xu, Antonio J. Cuesta, Nikhil Padmanabhan [и др.] // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2013. Т. 431. С. 2834.
  72. Anderson Lauren [и др.]. The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: baryon acoustic oscillations in the Data Releases 10 and 11 Galaxy samples // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2014. Т. 441, № 1. С. 24–62.
  73. A 3% Solution: Determination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope and Wide Field Camera 3 / Adam G. Riess, Lucas Macri, Stefano Casertano [и др.] // *Astrophys. J.* 2011. Т. 730. С. 119. [Erratum: *Astrophys. J.* 732,129(2011)].
  74. Ade P. A. R. [и др.]. Planck 2013 results. XX. Cosmology from Sunyaev–Zeldovich cluster counts // *Astron. Astrophys.* 2014. Т. 571. С. A20.
  75. Ade P. A. R. [и др.]. Planck 2015 results. XV. Gravitational lensing. 2015.
  76. Conservative Constraints on Early Cosmology: an illustration of the Monte Python cosmological parameter inference code / Benjamin Audren, Julien Lesgourgues, Karim Benabed [и др.] // *JCAP.* 2013. Т. 1302. С. 001.
  77. Brinckmann Thejs, Lesgourgues Julien. MontePython 3: boosted MCMC sampler and other features. 2018.
  78. Lesgourgues Julien. The Cosmic Linear Anisotropy Solving System (CLASS)



- I: Overview. 2011.
79. Alam Shadab [и др.]. The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: cosmological analysis of the DR12 galaxy sample // Submitted to: Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2016.
  80. Font-Ribera Andreu [и др.]. Quasar-Lyman  $\alpha$  Forest Cross-Correlation from BOSS DR11 : Baryon Acoustic Oscillations // JCAP. 2014. T. 1405. C. 027.
  81. Delubac Timothée [и др.]. Baryon acoustic oscillations in the Ly-alpha forest of BOSS DR11 quasars // Astron. Astrophys. 2015. T. 574. C. A59.
  82. du Mas des Bourboux Hélion [и др.]. Baryon acoustic oscillations from the complete SDSS-III Ly $\alpha$ -quasar cross-correlation function at  $z = 2.4$ . 2017.
  83. Evslin Jarah. Model-Independent Dark Energy Equation of State from Unanchored Baryon Acoustic Oscillations // Phys. Dark Univ. 2016. T. 13. C. 126–131.
  84. Evslin Jarah. Isolating the Lyman Alpha Forest BAO Anomaly // JCAP. 2017. T. 1704. C. 024.
  85. The clustering of the SDSS DR7 main Galaxy sample – I. A 4 per cent distance measure at  $z = 0.15$  / Ashley J. Ross, Lado Samushia, Cullan Howlett [и др.] // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2015. T. 449, № 1. C. 835–847.
  86. The 6dF Galaxy Survey: Baryon Acoustic Oscillations and the Local Hubble Constant / Florian Beutler, Chris Blake, Matthew Colless [и др.] // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2011. T. 416. C. 3017–3032.
  87. Cuesta Antonio J. [и др.]. The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: Baryon Acoustic Oscillations in the correlation function of LOWZ and CMASS galaxies in Data Release 12 // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2016. T. 457, № 2. C. 1770–1785.
  88. Gil-Marín Héctor [и др.]. The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: BAO measurement from the LOS-dependent power spectrum of DR12 BOSS galaxies // Mon. Not. Roy.

- Astron. Soc. 2016. T. 460, № 4. C. 4210–4219.
89. Zhao Gong-Bo [и др.]. The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: tomographic BAO analysis of DR12 combined sample in Fourier space // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2017. T. 466, № 1. C. 762–779.
90. Wang Yuting [и др.]. The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: tomographic BAO analysis of DR12 combined sample in configuration space // Submitted to: Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2016. [Mon. Not. Roy. Astron. Soc.469,3762(2017)].
91. Chuang Chia-Hsun [и др.]. The Clustering of Galaxies in the Completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: single-probe measurements from DR12 galaxy clustering – towards an accurate model // Submitted to: Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2016.
92. Gil-Marín Héctor [и др.]. The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: RSD measurement from the LOS-dependent power spectrum of DR12 BOSS galaxies // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2016. T. 460, № 4. C. 4188–4209.
93. Bautista Julian E. [и др.]. Measurement of BAO correlations at  $z = 2.3$  with SDSS DR12 Ly $\alpha$ -Forests. 2017.
94. Ross J. Ashley [и др.]. The Clustering of the SDSS DR7 Main Galaxy Sample I: A 4 per cent Distance Measure at  $z=0.15$  // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2015. T. 449. C. 835–847.
95. Henning J. W. [и др.]. Measurements of the Temperature and E-Mode Polarization of the CMB from 500 Square Degrees of SPTpol Data // Astrophys. J. 2018. T. 852, № 2. C. 97.
96. Abazajian K. N. [и др.]. Light Sterile Neutrinos: A White Paper. 2012.
97. Asaka Takehiko, Blanchet Steve, Shaposhnikov Mikhail. The  $\nu$ MSM, Dark Matter and Neutrino Masses // Phys. Lett. 2005. T. B631. C. 151–156.
98. Asaka Takehiko, Shaposhnikov Mikhail. The  $\nu$ MSM, Dark Matter and

- Baryon Asymmetry of the Universe // *Phys. Lett.* 2005. T. B620. C. 17–26.
99. Dolgov A. D., Hansen S. H. Massive sterile neutrinos as warm dark matter // *Astropart. Phys.* 2002. T. 16. C. 339–344.
100. Dolgov A. D. Neutrinos in cosmology // *Phys. Rept.* 2002. T. 370. C. 333–535.
101. Lesgourgues Julien, Pastor Sergio. Massive neutrinos and cosmology // *Phys. Rept.* 2006. T. 429. C. 307–379.
102. Bode Paul, Ostriker Jeremiah P., Turok Neil. Halo formation in warm dark matter models // *Astrophys. J.* 2001. T. 556. C. 93–107.
103. Tremaine S., Gunn J. E. Dynamical Role of Light Neutral Leptons in Cosmology // *Phys. Rev. Lett.* 1979. T. 42. C. 407–410.
104. Constraints on the mass of warm dark matter particles and the shape of the linear power spectrum from the Ly $\alpha$  forest / Vijay K. Narayanan, David N. Spergel, Romeel Dave [и др.] // *Astrophys. J.* 2000. T. 543. C. L103–L106.
105. Abazajian Kevork, Fuller George M., Patel Mitesh. Sterile neutrino hot, warm, and cold dark matter // *Phys. Rev.* 2001. T. D64. C. 023501.
106. Hu Wayne, Barkana Rennan, Gruzinov Andrei. Cold and fuzzy dark matter // *Phys. Rev. Lett.* 2000. T. 85. C. 1158–1161.
107. Ultralight scalars as cosmological dark matter / Lam Hui, Jeremiah P. Ostriker, Scott Tremaine [и др.] // *Phys. Rev.* 2017. T. D95, № 4. C. 043541.
108. Constraining the mass of light bosonic dark matter using SDSS Lyman- $\alpha$  forest / Eric Armengaud, Nathalie Palanque-Delabrouille, Christophe Yèche [и др.] // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2017. T. 471, № 4. C. 4606–4614.
109. First constraints on fuzzy dark matter from Lyman- $\alpha$  forest data and hydrodynamical simulations / Vid Iršič, Matteo Viel, Martin G. Haehnelt [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* 2017. T. 119, № 3. C. 031302.
110. Lyman- $\alpha$  constraints on ultralight scalar dark matter: Implications for

- the early and late universe / Takeshi Kobayashi, Riccardo Murgia, Andrea De Simone [и др.] // *Phys. Rev.* 2017. T. D96, № 12. С. 123514.
111. The Importance of Quantum Pressure of Fuzzy Dark Matter on Lyman-Alpha Forest / Jiajun Zhang, Jui-Lin Kuo, Hantao Liu [и др.] // *Astrophys. J.* 2018. T. 863. С. 73.
112. Galactic rotation curves versus ultralight dark matter: Implications of the soliton-host halo relation / Nitsan Bar, Diego Blas, Kfir Blum [и др.] // *Phys. Rev.* 2018. T. D98, № 8. С. 083027.
113. Abdurashitov D. N. [и др.]. The current status of “Troitsk nu-mass” experiment in search for sterile neutrino // *JINST.* 2015. T. 10, № 10. С. T10005.
114. Abazajian Kevork. Production and evolution of perturbations of sterile neutrino dark matter // *Phys. Rev.* 2006. T. D73. С. 063506.
115. Asaka Takehiko, Laine Mikko, Shaposhnikov Mikhail. Lightest sterile neutrino abundance within the  $\nu$ MSM // *JHEP.* 2007. T. 01. С. 091. [Erratum: *JHEP*02,028(2015)].
116. Laine M., Meyer M. Standard Model thermodynamics across the electroweak crossover // *JCAP.* 2015. T. 1507, № 07. С. 035.
117. Gell-Mann Murray, Ramond Pierre, Slansky Richard. Complex Spinors and Unified Theories // *Conf. Proc.* 1979. T. C790927. С. 315–321.
118. Yanagida Tsutomu. Horizontal Symmetry and Masses of Neutrinos // *Prog. Theor. Phys.* 1980. T. 64. С. 1103.
119. Schechter J., Valle J. W. F. Neutrino Masses in  $SU(2)\otimes U(1)$  Theories // *Phys. Rev.* 1980. T. D22. С. 2227.
120. Foot R. Mirror dark matter: Cosmology, galaxy structure and direct detection // *Int. J. Mod. Phys.* 2014. T. A29. С. 1430013.
121. Cold dark matter plus not-so-clumpy dark relics / Roberta Diamanti, Shin’ichiro Ando, Stefano Gariazzo [и др.]. 2017.
122. Lyman- $\alpha$  constraints on warm and on warm-plus-cold dark matter models /

- Alexey Boyarsky, Julien Lesgourgues, Oleg Ruchayskiy [и др.] // JCAP. 2009. T. 0905. C. 012.
123. Gorbunov D., Khmelnitsky A., Rubakov V. Constraining sterile neutrino dark matter by phase-space density observations // JCAP. 2008. T. 0810. C. 041.
124. Sarkar Abir, Das Subinoy, Sethi Shiv K. How Late can the Dark Matter form in our universe? // JCAP. 2015. T. 1503, № 03. C. 004.
125. Ade P. A. R. [и др.]. Planck 2015 results. XX. Constraints on inflation // Astron. Astrophys. 2016. T. 594. C. A20.
126. Sigl G., Raffelt G. General kinetic description of relativistic mixed neutrinos // Nucl. Phys. 1993. T. B406. C. 423–451.
127. Boyarsky Alexey, Ruchayskiy Oleg, Shaposhnikov Mikhail. The Role of sterile neutrinos in cosmology and astrophysics // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 2009. T. 59. C. 191–214.
128. Shaposhnikov Mikhail, Tkachev Igor. The  $\nu$ MSM, Inflation, and Dark Matter // Phys. Lett. 2006. T. B639. C. 414–417.
129. Kusenko Alexander. Sterile neutrinos, dark matter, and the pulsar velocities in models with a Higgs singlet // Phys. Rev. Lett. 2006. T. 97. C. 241301.
130. Petraki Kalliopi, Kusenko Alexander. Dark-matter sterile neutrinos in models with a gauge singlet in the Higgs sector // Phys. Rev. 2008. T. D77. C. 065014.
131. Petraki Kalliopi. Small-scale structure formation properties of chilled sterile neutrinos as dark matter // Phys. Rev. 2008. T. D77. C. 105004.
132. Bezrukov F., Hettmansperger H., Lindner M. keV Sterile Neutrino Dark Matter in Gauge Extensions of the Standard Model // Phys. Rev. 2010. T. D81. C. 085032.
133. Kusenko Alexander, Takahashi Fuminobu, Yanagida Tsutomu T. Dark Matter from Split Seesaw // Phys. Lett. 2010. T. B693. C. 144–148.
134. Wess J., Bagger J. Supersymmetry and supergravity. Princeton, NJ, USA:

- Princeton University Press, 1992.
135. Adshead Peter, Sfakianakis Evangelos I. Fermion production during and after axion inflation // JCAP. 2015. T. 1511. C. 021.
  136. Gorbunov Dmitry S., Rubakov Valery A. Introduction to the theory of the early universe: Cosmological perturbations and inflationary theory. Hackensack, USA: World Scientific, 2011. C. 489. URL: <http://www.DESY.ebib.com/patron/FullRecord.aspx?p=737613>.
  137. Kofman Lev, Linde Andrei D., Starobinsky Alexei A. Towards the theory of reheating after inflation // Phys. Rev. 1997. T. D56. C. 3258–3295.
  138. Probing Planckian physics: Resonant production of particles during inflation and features in the primordial power spectrum / Daniel J. H. Chung, Edward W. Kolb, Antonio Riotto [и др.] // Phys. Rev. 2000. T. D62. C. 043508.
  139. Simon Joshua D., Geha Marla. The Kinematics of the Ultra-Faint Milky Way Satellites: Solving the Missing Satellite Problem // Astrophys. J. 2007. T. 670. C. 313–331.