

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Московский государственный университет имени  
М.В.Ломоносова»

На правах рукописи

Попов Артем Романович

**Осцилляции нейтрино  
в астрофизических магнитных полях и средах**

Специальность 1.3.3 —  
«Теоретическая физика»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук, профессор  
Студеникин Александр Иванович

Москва — 2024

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение</b> . . . . .	<b>4</b>
<b>Глава 1. Введение в физику нейтрино</b> . . . . .	<b>14</b>
1.1 Описание нейтрино в рамках Стандартной модели и за её пределами . . . . .	14
1.1.1 Дираковские и майорановские нейтрино . . . . .	14
1.1.2 Смешивание нейтрино и осцилляции нейтрино . . . . .	16
1.1.3 Осцилляции нейтрино в веществе . . . . .	21
1.1.4 Масса нейтрино . . . . .	22
1.2 Электромагнитные свойства нейтрино . . . . .	24
1.2.1 Электромагнитная вершинная функция нейтрино . . . . .	25
1.2.2 Заряд и зарядовый радиус нейтрино . . . . .	26
1.2.3 Магнитный момент нейтрино . . . . .	27
1.3 Нейтрино в астрофизике . . . . .	29
1.3.1 Поток нейтрино от взрыва сверхновых . . . . .	30
1.3.2 Космические нейтрино высоких энергий . . . . .	32
1.4 Выводы . . . . .	34
<b>Глава 2. Флейворные и спиновые осцилляции нейтрино в магнитном поле</b> . . . . .	<b>35</b>
2.1 Осцилляции нейтрино в магнитном поле . . . . .	37
2.1.1 Взаимодействие массивных нейтрино с магнитным полем . . . . .	37
2.1.2 Общие выражения для вероятностей флейворных и спиновых осцилляций нейтрино: случай трёх флейворов . . . . .	40
2.1.3 Вероятности флейворных и спиновых осцилляций нейтрино в магнитном поле: случай двух флейворов . . . . .	44
2.2 Осцилляции нейтрино в межзвёздном магнитном поле . . . . .	49
2.3 Выводы . . . . .	51
<b>Глава 3. Осцилляции нейтрино в магнитном поле сверхновой и CP-нарушение</b> . . . . .	<b>54</b>
3.1 Взаимодействие дираковских и майорановских нейтрино с веществом и магнитным полем . . . . .	56

3.2	Вероятности осцилляций нейтрино в магнитном поле и веществе сверхновой . . . . .	60
3.3	Резонансное усиление осцилляций нейтрино в магнитном поле и веществе . . . . .	66
3.3.1	Резонансное усиление осцилляций дираковских нейтрино .	67
3.3.2	Резонансное усиление осцилляций майорановских нейтрино	69
3.4	Резонансное усиление осцилляций нейтрино при взрыве сверхновых . . . . .	75
3.5	Выводы . . . . .	78
<b>Глава 4. Осцилляции нейтрино высоких энергий в межзвёздном магнитном поле . . . . .</b>		
4.1	Осцилляции нейтрино в магнитном поле в формализме волновых пакетов . . . . .	83
4.1.1	Развитие общего формализма для описания осцилляций нейтрино в магнитном поле с помощью волновых пакетов	83
4.1.2	Вероятности осцилляций нейтрино в магнитном поле с учётом декогеренции за счёт расхождения волновых пакетов . . . . .	84
4.2	Флейворные составы потоков нейтрино высоких энергий . . . . .	90
4.2.1	Флейворный состав потока нейтрино от точечного источника . . . . .	90
4.2.2	Флейворный состав потока нейтрино высоких энергий от центра Галактики . . . . .	93
4.2.3	Диффузный поток нейтрино высоких энергий . . . . .	96
4.3	Выводы . . . . .	97
<b>Заключение . . . . .</b>		<b>99</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>		<b>103</b>

## Введение

В настоящее время физика нейтрино является одной из самых бурно развивающихся областей физики элементарных частиц. Открытие феномена осцилляций указало на наличие у нейтрино, изначально считавшегося безмассовой частицей, ненулевой массы. Данное открытие привело к необходимости модификации Стандартной модели физики элементарных частиц.

Существует множество источников нейтрино как земного, так и внеземного происхождения. Наземные источники нейтрино можно разделить на естественные и искусственные. К искусственным источникам относятся, например, ядерные реакторы и ускорители элементарных частиц. Естественные источники порождают в частности поток геонейтрино, испускаемый в результате распада радионуклидов внутри Земли. Кроме того, экспериментами наблюдаются атмосферные нейтрино, которые рождаются в результате взаимодействия космических лучей с земной атмосферой. Что касается нейтрино внеземного происхождения, или *астрофизических нейтрино*, на данный момент экспериментально обнаружены три их типа:

- 1) солнечные нейтрино,
- 2) нейтрино от сверхновых,
- 3) космические нейтрино высоких энергий.

Источник последних на данный момент точно не установлен, но есть указания в пользу того, что по крайней мере часть из нейтрино высоких энергий рождаются внутри активных ядер галактик, в частности в блазарах. Теория предсказывает целый ряд других астрофизических объектов, которые могут быть источником потенциально наблюдаемого будущими экспериментами нейтринного излучения. В частности, к ним относятся остатки сверхновых, аккреционные диски, бинарные системы и так далее. На данный момент также готовятся эксперименты по поиску реликтовых нейтрино, которые гипотетически были рождены при Большом взрыве.

В настоящее время в физике нейтрино имеется множество открытых вопросов. Большая часть из них связана с проблемой массы нейтрино. Из наблюдения феномена осцилляций следует, что как минимум два из трёх массовых состояний нейтрино обладают ненулевой массой. Однако порядок масс нейтрино неизвестен. На данный момент лучшее ограничение сверху на эффек-

тивную массу нейтрино получено коллаборацией KATRIN и составляет 0.8 эВ, что делает нейтрино легчайшими из известных массивных частиц. Кроме того, неизвестно какое из массовых состояний нейтрино обладает наименьшей массой. Эта проблема носит название упорядочения масс нейтрино. Определение упорядочения нейтринных масс является главной целью готовящегося на данный момент эксперимента JUNO.

Целый ряд теоретических моделей генерации малой массы нейтрино был предложен в литературе. Наиболее популярным из них является так называемый качельный механизм, который возникает в том числе и в Теориях великого объединения. В рамках данных теорий предполагается, что нейтрино могут быть майорановскими фермионами, то есть частицами, которые являются своими собственными античастицами. Определение природы нейтрино также является целью экспериментов, в частности экспериментов по поиску двойного безнейтринного бета-распада.

Одним из важнейших является вопрос о наличии CP-нарушения в лептонном секторе. Нарушение CP-симметрии предполагает, что вероятности осцилляций нейтрино и антинейтрино в вакууме различны. На решение данной проблемы нацелены нейтринные эксперименты с длинной базой, в частности T2K, NO $\nu$ A, DUNE, Hyper-Kamiokande и другие.

В рамках минимально расширенной Стандартной модели предсказывается, что вследствие наличия у нейтрино ненулевой массы, они также должны обладать нетривиальными электромагнитными свойствами. В частности, к ним относится аномальный магнитный момент нейтрино. Наиболее полный обзор электромагнитных свойств и взаимодействий нейтрино дан в работе [1]. В силу наличия в астрофизических объектах сильных магнитных полей ожидается, что электромагнитные свойства нейтрино могут наиболее ярко проявиться именно в астрофизике.

**Объектом** исследования диссертационной работы являются фундаментальные свойства нейтрино, в частности их электромагнитные взаимодействия. **Предметом** диссертационной работы являются флейворные и спиновые осцилляции астрофизических нейтрино. Возникновение спиновых осцилляций нейтрино может быть вызвано взаимодействием аномального магнитного момента нейтрино с магнитным полем. Явление спиновых осцилляций нейтрино может повлиять на потоки астрофизических нейтрино и их флейворный состав,

таким образом предоставляя возможность для экспериментального изучения электромагнитных свойств нейтрино.

**Актуальность** исследования обусловлена тем, что на данный момент действуют или находятся в процессе подготовки большое количество экспериментов, целью которых является поиск нейтрино от астрофизических источников. Особый интерес вызывают нейтрино от сверхновых и нейтрино высоких энергий. Будущие эксперименты по детектированию нейтрино от сверхновых, такие как JUNO, Hyper-Kamiokande, DUNE, LENA и другие, могут предоставить статистику в десятки тысяч событий и более. Эксперименты IceCube, Baikal-GVD, KM3NeT нацелены на наблюдение потоков астрофизических нейтрино высоких энергий, в частности, на определение их источников и флейворного состава. Кроме того, имеется большое количество теоретических работ, посвящённых моделированию потоков нейтрино от астрофизических объектов, в особенности от сверхновых.

### **Состояние научной разработки темы**

Электромагнитные свойства нейтрино являются объектом повышенного интереса как теоретических, так и экспериментальных исследований [1]. Особый интерес вызывают магнитные моменты нейтрино. В работах [2, 3, 4] получены экспериментальные ограничения сверху на эффективный магнитный момент нейтрино. Имеются также и новые предложения по изучению электромагнитных свойств нейтрино, в частности с помощью когерентного упругого рассеяния тритиевых нейтрино на атомах гелия-4 [5]. Современный обзор теории электромагнитных свойств нейтрино приведён в работе [1]. В работе [6] развита теория электромагнитного рассеяния нейтрино на мишени с учётом эффектов смешивания и осцилляций нейтрино.

Магнитный момент нейтрино в рамках минимально расширенной Стандартной модели был впервые вычислен в работах [7, 8]. Возможность возникновения спиновых осцилляций нейтрино в магнитном поле была впервые рассмотрена в статье [9], спин-флейворная прецессия для случая майорановских нейтрино рассмотрена в [10]. Эффекты влияния вещества на спиновые осцилляции нейтрино обсуждались в работах [11, 12]. Резонансное усиление спин-флейворных осцилляций нейтрино в веществе изучено в статьях [13, 14]. В [15, 16] показано, что спиновые осцилляции нейтрино могут быть вызва-

ны слабыми взаимодействием с движущимся веществом при условии наличия поперечного тока или поляризации вещества. В работах [17, 18] обсуждается возможность поиска CP-нарушения в осцилляциях нейтрино от взрывов сверхновых. В работах [19, 20, 21, 22] осцилляции нейтрино в магнитном поле рассматриваются в квантово-полево-м формализме. В работах [23, 24, 25] проведено вторичное квантование уравнений движения для майорановских нейтрино в гамильтоновом формализме.

Осцилляции нейтрино в сверхновых с учётом эффектов взаимодействия с магнитным полем рассмотрены в [12, 13, 14, 26, 27, 28, 29]. Спиновые осцилляции, вызванные взаимодействием индуцированного веществом магнитного момента нейтрино с магнитным полем, рассмотрены в [28, 29, 30]. Коллективные эффекты в осцилляциях нейтрино от сверхновых изучены в работе [31]. В статьях [32, 33] были одновременно учтены коллективные эффекты и взаимодействие нейтрино с магнитным полем сверхновой.

Осцилляции нейтрино в вакууме были рассмотрены с использованием волновых пакетов в работах [34, 35, 36]. В статьях [37, 38, 39, 40] разработана квантово-полевая теория нейтринных осцилляций, основанная на лоренц-ковариантных волновых пакетах. В [41] вычислена длина когерентности осцилляций нейтрино с использованием разработанного авторами квантово-полевого подхода. В [42, 43] рассмотрена эволюция волновых пакетов нейтрино в веществе. Коллективные осцилляции нейтрино изучены с использованием волновых пакетов в работе [44].

Поиск CP-нарушения в лептонном секторе является целью нейтринных экспериментов с длинной базой, таких как T2K [45], NO $\nu$ A [46], DUNE [47], T2HK [48].

**Целью** диссертационной работы является описание процесса осцилляций нейтрино при их распространении в условиях сильных магнитных полей и плотного вещества, характерных для астрофизических объектов.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

- 1) разработан новый подход к вычислению осцилляций дираковских нейтрино в магнитном поле,
- 2) указанный подход обобщён на случай осцилляций майорановских нейтрино в магнитном поле и веществе сверхновой,

- 3) развит формализм для описания осцилляций нейтрино в магнитном поле с использованием волновых пакетов.

### **Методы исследования**

При выполнении диссертационной работы использовались строгие методы современной теоретической физики, в частности квантовой теории поля и физики элементарных частиц. Для символьных вычислений использовались пакеты Maple и Wolfram Mathematica, а для численных расчётов были реализованы алгоритмы на языках программирования Python и C.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

- 1) разработан новый подход для описания флейворных и спиновых осцилляций нейтрино в магнитном поле и веществе, основанный на использовании спинового оператора, который является интегралом движения для нейтрино в магнитном поле; предложенный подход позволяет описать эволюцию потоков нейтрино в произвольных астрофизических средах;
- 2) получены с использованием разработанного нового подхода явные выражения для вероятностей флейворных и спиновых осцилляций дираковских нейтрино в магнитном поле;
- 3) получено численное решение уравнения для эволюции майорановского нейтрино в магнитном поле и веществе сверхновой; показано, что взаимодействие нейтрино с магнитным полем может приводить к наблюдаемому в экспериментах изменению состава потока нейтрино от сверхновой;
- 4) получены новые выражения для вероятностей осцилляций нейтрино в магнитном поле с учётом расхождения волновых пакетов; показано, что в отличие от осцилляций на вакуумных частотах, осцилляции на магнитных частотах не затухают даже на космологических масштабах.

### **Научная новизна:**

- 1) с использованием развитого нового подхода к описанию нейтрино в магнитном поле показано, что в общем случае вероятности флейворных осцилляций нейтрино в магнитном поле являются суперпозицией

- осцилляций на вакуумных и магнитных частотах; в частности, показано, что спиновые осцилляции могут модифицировать флейворный состав потоков нейтрино, наблюдаемый экспериментально;
- 2) впервые вычислены вероятности осцилляций майорановских нейтрино в магнитном поле и веществе с учётом возможности наличия ненулевых майорановских CP-нарушающих фаз и показано, что могут возникать новые резонансы в осцилляциях нейтрино при условиях, которые характерны для взрывов сверхновых звёзд;
  - 3) впервые вычислены длины когерентности для случая осцилляций нейтрино в магнитном поле; получен диапазон возможных флейворных составов потоков нейтрино высоких энергий от точечного источника, наблюдаемых наземными нейтринными телескопами, с учётом возможных эффектов взаимодействия нейтрино с космическим магнитным полем.

### **Структура и объём диссертации.**

Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения. Объём диссертации составляет 119 страниц, она включает 22 рисунка. Список литературы состоит из 201 наименования.

Первая глава диссертации посвящена обзору свойств нейтрино и описанию нейтрино в рамках Стандартной модели физики элементарных частиц и за её пределами. В частности, рассмотрены процессы осцилляций нейтрино в вакууме и веществе, а также вопросы, связанные с нарушением CP-инвариантности в осцилляциях нейтрино. Кроме того, приведён краткий обзор на тему возможности наличия электромагнитного взаимодействия нейтрино.

Во второй главе рассмотрен процесс флейворных и спиновых осцилляций дираковских нейтрино в магнитном поле. Разработан подход к описанию осцилляций нейтрино в магнитном поле, основанный на использовании стационарных решений уравнения Дирака. Вычислены вероятности флейворных и спиновых осцилляций нейтрино в магнитном поле. Показано, что вероятности осцилляций являются комбинацией осцилляций на вакуумной и магнитной частотах. В качестве примера рассмотрены осцилляции дираковских нейтрино в межзвёздном магнитном поле.

В третьей главе разработанный в Главе 2 подход обобщается на случай майорановских нейтрино. Рассматриваются осцилляции майорановских нейтри-

но в среде, характерной для взрывов сверхновых, то есть в сильном магнитном поле и плотном веществе. Показано, что при наличии ненулевых майорановских CP-нарушающих фаз могут возникать новые резонансы в осцилляциях нейтрино-антинейтрино. На основе простейшей модели сверхновой показано, что наличие данных резонансов может привести к наблюдаемой диспропорции между потоками электронных нейтрино и антинейтрино.

В четвёртой главе процесс осцилляций нейтрино в магнитном поле рассматривается в формализме волновых пакетов. Вычислены вероятности осцилляций с учётом эффекта расхождения волновых пакетов. Показано, что длины когерентности для осцилляций на магнитных частотах существенно превосходят по величине таковые для осцилляций на вакуумных частотах. Рассмотрены осцилляции нейтрино в межзвёздном магнитном поле с учётом данных эффектов.

В Заключении кратко изложены результаты диссертационной работы.

### **Апробация результатов диссертационной работы.**

Результаты работы вошли в 10 публикаций автора в изданиях, индексируемых базой данных Scopus: [49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58].

Кроме того, по результатам диссертации были сделаны 19 докладов на российских и международных конференциях:

- 1) “Wave packet treatment of neutrino flavour and spin oscillations in galactic and extragalactic magnetic fields”, The First Edition of the African Conference on High Energy Physics, Рабат, Марокко, 23-27 октября 2023 (устный доклад).
- 2) “Supernova neutrino oscillations as a probe of leptonic CP-violation”, The XXVII International Scientific Conference of Young Scientists and Specialists (AYSS-2023), Дубна, Россия, 29 октября - 3 ноября 2023 (устный доклад).
- 3) “Осцилляции майорановских нейтрино при взрывах сверхновых и CP-нарушение”, II Всероссийская школа для студентов и молодых учёных по физике высоких энергий и ускорительной технике, Саров, Россия, 24-29 июля 2023 (устный доклад).

- 4) “Oscillations of Majorana neutrinos in supernova and CP violation”, 23rd JINR-ISU Baikal Summer School on Physics of Elementary Particles and Astrophysics, Большие Коты, Россия, 11-18 июля 2023 (устный доклад).
- 5) “CP-violating effects in oscillations of supernova Majorana neutrinos”, XIV International School on Neutrino Physics and Astrophysics, Саров, Россия, 18-23 июля 2022 (устный доклад).
- 6) “Oscillations of Majorana neutrinos in supernova and CP violation”, Bologna, Italy, 6 - 13 июля 2022 (устный и стендовый доклад).
- 7) “CP-violating effects in oscillations of supernova Majorana neutrinos”, 30th International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics, Seoul, Korea, 30 мая - 4 июня 2022 (стендовый доклад).
- 8) “Majorana neutrino oscillations in a magnetic field and CP violation”, EuCAPT Astroneutrino Theory Workshop 2021, Prague, Czech Republic, 20 сентября - 1 октября 2021 (устный доклад).
- 9) “The interplay of neutrino flavor and spin oscillations in a magnetic field”, EuCAPT Astroneutrino Theory Workshop 2021, Prague, Czech Republic, 20 сентября - 1 октября 2021 (устный доклад).
- 10) “Effects of nonzero Majorana CP phases on oscillations of supernova neutrinos”, 17th International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics (TAUP 2021), онлайн-конференция, 26 августа - 3 сентября 2021 (стендовый доклад).
- 11) “Interplay of neutrino spin and three-flavour oscillations in a magnetic field”, The European Physical Society conference on high energy physics 2021 (EPS-HEP 2021), онлайн-конференция, 28 июля - 6 августа 2020 (стендовый доклад).
- 12) “Neutrino oscillations in a magnetic field: the three-flavor case”, 40th International Conference on High Energy Physics (ICHEP2020), онлайн-конференция, 26 августа - 3 сентября 2021 (стендовый доклад).
- 13) “Neutrino oscillations in a magnetic field and CP violation: The three-flavor case”, The XXIX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2020), онлайн-конференция, 22 июня - 2 июля 2020 (стендовый доклад).
- 14) “Neutrino eigenstates and flavour, spin and spin-flavour oscillations in a constant magnetic field”, The European Physical Society Conference on

- High-Energy physics 2019 (EPS-HEP 2019), Ghent, Belgium, 10 – 17 июля 2019 (стендовый доклад).
- 15) “Neutrino eigenstates and flavour, spin and spin-flavour oscillations in a constant magnetic field”, 39th International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2018), Ghent, Belgium, 2018, (стендовый доклад).
  - 16) “Oscillations and exact eigenstates of neutrinos in a magnetic field”, 39th International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2018), Ghent, Belgium, 2018, (стендовый доклад).
  - 17) “Neutrino flavour, spin and spin-flavour oscillations and consistent account for a constant magnetic field”, XXVIII International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2018), Heidelberg, Germany, 3 - 9 июня 2018 (стендовый доклад).
  - 18) “Neutrino spin and spin-flavour precession in transversally moving or polarized matter and arbitrary constant magnetic field”, 15th International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics (TAUP 2017), Sudbury, Canada, 24-28 июля 2017 (стендовый доклад).
  - 19) “Neutrino spin precession and oscillations in transversal matter currents”, The European Physical Society Conference on High-Energy physics 2017 (EPS-HEP 2017), Венеция, Италия, 6-12 июля 2017 (стендовый доклад).

### **Теоретическая и практическая значимость**

Общая теоретическая значимость проведённого исследования заключается в том, что разработан новый формализм для описания спиновых и флейворных осцилляций нейтрино в магнитном поле на основе спинового оператора, который является интегралом движения.

Практическая значимость работы заключается в том, что исследованные в диссертации эффекты важны для моделирования потоков нейтрино от астрофизических источников. Проведённое в диссертации моделирование эволюции потоков нейтрино необходимо для анализа данных от будущих нейтринных экспериментов, в частности, для поиска проявлений электромагнитных взаимодействий нейтрино.

### **Достоверность и обоснованность результатов**

Достоверность результатов диссертации обуславливается использованием в ней апробированных методов теоретической физики. Полученные соискателем выражения в предельных случаях сводятся к достоверным и хорошо известным в литературе результатам. Кроме того, все результаты диссертации прошли апробацию: вошли в 10 опубликованных автором статей и 19 сделанных автором докладов на российских и международных конференциях.

### **Личный вклад автора**

Вклад соискателя во всех опубликованных работах был определяющим. Все выносимые на защиту положения получены лично соискателем.

## Глава 1. Введение в физику нейтрино

Во Главе 1 рассмотрены основные проблемы физики нейтрино. Первая часть главы посвящена описанию нейтрино в рамках минимально расширенной Стандартной модели физики элементарных частиц. Рассмотрены смешивание и осцилляции нейтрино, а также нарушение CP-симметрии в осцилляциях нейтрино. Вторая часть посвящена обзору электромагнитных свойств нейтрино. В третьей части приведён обзор астрофизических источников нейтрино и экспериментов по их детектированию. Данная глава носит вводный характер.

### 1.1 Описание нейтрино в рамках Стандартной модели и за её пределами

Предположение о существовании нейтрино - лёгкого незаряженного фермиона - было впервые выдвинуто Вольфгангом Паули, чтобы объяснить непрерывность энергетического спектра электронов бета-распада. На данный момент экспериментально установлено, что имеется три типа, или *флейвора*, нейтрино: электронные нейтрино, мюонные нейтрино и тау нейтрино, каждое из которых имеет соответствующее лептонное число. Кроме того, существуют и антинейтрино.

#### 1.1.1 Дираковские и майорановские нейтрино

Существуют две теории фермионных полей - теория Дирака и теория Майораны. В рамках дираковской теории предполагается, что произвольное фермионное поле может быть представлено в виде суммы левой и правой киральных компонент

$$\psi_D = \psi_L + \psi_R, \quad (1.1)$$

где по определению

$$\psi_{L,R} = \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \psi. \quad (1.2)$$

Здесь  $\psi_L$  и  $\psi_R$  являются *независимыми* компонентами поля.

В рамках теории фермионов, предложенной Этторе Майораной [59], предполагается, что компоненты поля не являются независимыми и связаны соотношением  $\psi_R = (\psi_L)^c$ . В таком случае мы можем записать для майорановского поля

$$\psi_M = \psi_L + (\psi_L)^c. \quad (1.3)$$

Легко видеть, что для поля (1.3) выполняется соотношение

$$\psi_M = \psi_M^c, \quad (1.4)$$

то есть майорановская частица является своей собственной античастицей. В частности, это означает, что майорановские фермионы должны быть электрически нейтральными частицами.

Массовые слагаемые для дираковских и майорановских нейтрино имеют следующий вид

$$\mathcal{L}_m^D = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_i \overline{\nu_i^R} \nu_i^L, \quad (1.5)$$

$$\mathcal{L}_m^M = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_i (\nu_i^L)^T C \nu_i^L, \quad (1.6)$$

где  $C$  - матрица зарядового сопряжения.

В отличие от дираковского массового слагаемого (1.5), майорановское массовое слагаемое (1.6) нарушает инвариантность относительно глобального фазового преобразования  $\nu_i \rightarrow e^{i\alpha} \nu_i$ . Это означает, что в рамках майорановской теории нейтрино полное лептонное число  $L = L_e + L_\mu + L_\tau$  не является сохраняющейся величиной. В частности, в случае, если нейтрино действительно являются майорановскими нейтрино, должен быть возможен процесс двойного безнейтринного бета-распада  $n + n \rightarrow p + p + e^- + e^-$  [60], поиск которого является целью большого количества экспериментов. До сих пор указанный процесс экспериментально не обнаружен, но существуют экспериментальные ограничения на характерное время его протекания. В статье [61] недавно получен новый предел на характерное время двойного безнейтринного бета-распада  $^{128}\text{Te}$ :  $T_{\frac{1}{2}} > 3.6 \times 10^{24}$  лет.

Майорановские фермионы естественным образом возникают в ряде теорий за пределами Стандартной модели, например в Теориях великого объединения и в суперсимметричных моделях. В частности, они требуются для реализации так называемого качельного механизма генерации малой массы нейтрино [62]. Обзор теории майорановских фермионов можно найти в работах [63, 64].

### 1.1.2 Смешивание нейтрино и осцилляции нейтрино

Гипотеза о существовании смешивания и осцилляций нейтрино впервые была выдвинута Бруно Понтекорво в работах [65, 66]. На момент публикации данных работ мюонное нейтрино ещё не было открыто, и Понтекорво обсуждал возможность осцилляций нейтрино-антинейтрино по аналогии с осцилляциями нейтральных каонов. После экспериментального открытия второго поколения нейтрино Маки, Накагава и Саката рассмотрели возможность смешивания между двумя массовыми состояниями нейтрино [67]. В дальнейшем теория осцилляций нейтрино была развита в статьях Биленького, Грибова и Понтекорво [68, 69].

Согласно современной теории смешивания, электронные, мюонные и тау нейтрино (или антинейтрино) являются суперпозицией состояний с определённой массой, которые называют *массовыми состояниями* нейтрино, то есть

$$\nu_\alpha = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} \nu_i, \quad (1.7)$$

где  $\alpha = e, \mu, \tau$  - флейвор нейтрино, а индекс  $i = 1, 2, 3$  нумерует состояния нейтрино с определённой массой. Унитарная матрица  $U$  называется матрицей смешивания, или же матрицей *Понтекорво-Маки-Накагавы-Сакаты*. Для перехода от описания нейтрино к антинейтрино нужно заменить матрицу смешивания  $U$  на комплексно сопряжённую  $U^*$ . Матрица смешивания может быть параметризована с помощью трёх углов смешивания и одной фазы следующим образом

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

где по определению  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  и  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ . Здесь  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{13}$  и  $\theta_{23}$  - углы смешивания, а  $\delta$  - дираковская CP-нарушающая фаза.

Если нейтрино является майорановским фермионом, то в параметризации матрицы смешивания возникают две дополнительные фазы, которые называют майорановскими CP-нарушающими фазами. В таком случае матрица смешивания имеет вид

$$U_M = U \cdot D, \quad (1.9)$$

где  $U$  задана формулой (1.8), а

$$D = \text{diag}(e^{i\alpha_1}, e^{i\alpha_2}, 1). \quad (1.10)$$

Здесь  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  - майорановские CP-нарушающие фазы.

Смешивание нейтрино приводит к возникновению осцилляций нейтрино, то есть феномену, при котором нейтрино меняет свой изначальный флейвор при распространении на макроскопическое расстояние. Перейдём к рассмотрению осцилляций нейтрино в вакууме.

Так как массовые состояния являются стационарными при распространении нейтрино в вакууме, их эволюция описывается выражением

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i(0)\rangle, \quad (1.11)$$

где энергия массивного нейтрино равна  $E_i = \sqrt{m_i^2 + p^2}$ . Вероятность того, что нейтрино, изначально имеющее флейвор  $\alpha$ , при детектировании будет иметь флейвор  $\beta$ , записывается в виде

$$P_{\alpha\beta}(t) = |\langle \nu_\beta(0) | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \left| \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} U_{\beta i}^* e^{-iE_i t} \right|^2. \quad (1.12)$$

В ультррелятивистском приближении, то есть когда  $p \gg m_i$ , мы можем записать  $E_i \approx p + m_i^2/2p$ . Кроме того, мы можем считать, что  $t \approx L$ , где  $L$  - расстояние, пройденное нейтрино. В таком случае, после некоторых преобразований можно получить итоговое выражения для вероятности нейтринных осцилляций

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta}(L) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>k} \text{Re}(U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta k} U_{\alpha k}^*) \sin^2 \left( \frac{\pi L}{2L_{ik}} \right) \\ &+ 2 \sum_{i>k} \text{Im}(U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta k} U_{\alpha k}^*) \sin \left( \frac{\pi L}{L_{ik}} \right), \end{aligned} \quad (1.13)$$

Параметр	$\sin^2 \theta_{12}$	$\sin^2 \theta_{23}$	$\sin^2 \theta_{13}$	$\delta, ^\circ$
Значение	$0.303^{+0.012}_{-0.011}$	$0.572^{+0.018}_{-0.023}$	$0.02203^{+0.00056}_{-0.00059}$	$197^{+42}_{-25}$

Таблица 1 — Экспериментальные значения параметров смешивания нейтрино из глобального анализа данных [70].

Параметр	$\Delta m_{21}^2, 10^{-5} \text{ эВ}^2$	$\Delta m_{31}^2, 10^{-3} \text{ эВ}^2$
Значение	$7.41^{+0.21}_{-0.20}$	$2.511^{+0.028}_{-0.027}$

Таблица 2 — Экспериментальные значения разниц квадратов масс нейтрино из глобального анализа данных [70].

где введены длины осцилляций нейтрино

$$L_{ik} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{ik}^2}, \quad (1.14)$$

а  $E$  - энергия нейтрино. Отметим, что при выводе вероятностей нейтринных осцилляций мы считали, что волновые функции массовых состояний нейтрино являются плоскими волнами.

Таким образом, вероятность того, что нейтрино флейвора  $\alpha$  превратится в нейтрино флейвора  $\beta$ , является функцией пройденного расстояния. Это наблюдаемый экспериментами феномен получил название *осцилляций нейтрино*. Вероятность осцилляций зависит от таких параметров, как углы смешивания, CP-нарушающая фаза, разницы квадратов масс и энергия нейтрино. Значения параметров осцилляций нейтрино, полученные в результате глобального анализа данных нейтринных экспериментов, можно найти например в работах [70, 71]. В Таблицах 1 и 2 приведены результаты для случая прямой иерархии масс нейтрино.

Чтобы получить вероятность осцилляций антинейтрино, мы должны заменить матрицу смешивания  $U$  на комплексно сопряжённую  $U^*$ . Легко показать, что вероятность осцилляций антинейтрино записывается как

$$\begin{aligned} \bar{P}_{\alpha\beta}(L) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>k} \text{Re}(U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta k} U_{\alpha k}^*) \sin^2 \left( \frac{\pi L}{2L_{ik}} \right) \\ &\quad - 2 \sum_{i>k} \text{Im}(U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta k} U_{\alpha k}^*) \sin \left( \frac{\pi L}{L_{ik}} \right). \end{aligned} \quad (1.15)$$

От вероятности осцилляций нейтрино (1.13) она отличается лишь знаком у третьего слагаемого, содержащего мнимую часть от элементов матрицы смешивания. Таким образом, CP-нарушающая фаза  $\delta$  описывает разницу между

осцилляциями нейтрино и антинейтрино. Отметим, что майорановские CP-нарушающие фазы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  не входят в выражения для вакуумных осцилляций нейтрино. В работе [72] показано, что невозможно различить дираковские и майорановские нейтрино путем наблюдения за процессами осцилляций нейтрино в вакууме. Более того, как было показано в [73], в случае взаимодействия нейтрино с веществом вероятности осцилляций также не зависят от майорановских CP-нарушающих фаз. В Главе 3 данной диссертации показано, что взаимодействие майорановских нейтрино с магнитным полем индуцирует осцилляции нейтрино-антинейтрино, вероятности которых зависят от майорановских CP-нарушающих фаз.

Рассмотрим теперь также поведение вероятностей нейтринных осцилляций при других дискретных преобразованиях, а именно T- и CPT-преобразованиях. Введём следующие величины, которые характеризуют нарушение соответствующих дискретных симметрий:

- 1)  $\Delta P_{\alpha\beta}^T(L) = P_{\alpha\beta}(L) - P_{\beta\alpha}(L)$ ,
- 2)  $\Delta P_{\alpha\beta}^{CP}(L) = P_{\alpha\beta}(L) - \bar{P}_{\alpha\beta}(L)$ ,
- 3)  $\Delta P_{\alpha\beta}^{CPT}(L) = P_{\alpha\beta}(L) - \bar{P}_{\beta\alpha}(L)$ .

Из формул (1.13) и (1.15) следует, что

$$\Delta P_{\alpha\beta}^T = \Delta P_{\alpha\beta}^{CP} = 4 \sum_{i>k} \text{Im}(U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta k} U_{\alpha k}^*) \sin\left(\frac{\pi L}{L_{ik}}\right), \quad (1.16)$$

то есть CP- и T-нарушающие слагаемые идентичны.

Можно показать, что

$$\text{Im}(U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta k} U_{\alpha k}^*) = J \sum_{\gamma, l} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{ikl}, \quad (1.17)$$

где величину  $J$  называют инвариантом Ярлског [74], а  $\varepsilon_{ikl}$  - символ Леви-Чивиты. При выборе стандартной параметризации матрицы смешивания (1.8) или (1.9) его можно записать в виде

$$J = c_{12} s_{12} c_{23} s_{23} c_{13}^2 s_{13} \sin \delta. \quad (1.18)$$

Отсюда следует, что CP- и T-нарушение в осцилляциях нейтрино в вакууме наблюдаются только при  $\delta \neq 0$ . Антисимметрия (1.17) по индексам  $\alpha$  и  $\beta$  приводит к тому, что CP-нарушение не проявляется в каналах выживания нейтрино  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha$ . Кроме того, из (1.13) и (1.15) следует, что  $\Delta P_{\alpha\beta}^{CPT} = 0$ ,

что является следствием СРТ-инвариантности при осцилляциях нейтрино в вакууме.

Можно показать, что

$$\Delta P_{e\mu}^{CP} = \Delta P_{\tau e}^{CP} = \Delta P_{\mu\tau}^{CP} = \Delta P^{CP}, \quad (1.19)$$

где

$$\Delta P^{CP} = 4J_{e\mu}^{12}(\sin \Delta_{21} + \sin \Delta_{32} + \sin \Delta_{13}), \quad (1.20)$$

и было введено обозначение

$$J_{e\mu}^{12} = \frac{1}{8} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} \sin \delta. \quad (1.21)$$

Здесь  $\Delta_{ik} = \Delta m_{ik}^2/2E$  - фазы осцилляций.

Для экспериментов с короткой базой  $\Delta_{12} \ll 1$ . Легко показать, что в таком случае  $\Delta P_{\alpha\beta}^{CP} = 0$ . Отсюда следует, что измерение СР-нарушающей фазы  $\delta$  возможно лишь в экспериментах с длинной базой. В данных экспериментах в качестве источника как правило используют пучки ускорительных мюонных нейтрино и антинейтрино с энергиями  $O(1 \text{ ГэВ})$ , а в детекторе измеряют количество электронных нейтрино и антинейтрино. Это позволяет оценить величину  $\Delta P_{\mu e}^{CP}$  и извлечь из неё информацию о СР-нарушающей фазе  $\delta$ .

На данный момент лучшее ограничение на значение СР-нарушающей фазы было получено экспериментом Т2К в работе [45], оно приведено в Таблице 1. Будущие эксперименты Т2НК, NO $\nu$ A и DUNE могут значительно улучшить этот результат и достигнуть ошибки измерения примерно 20 градусов (на уровне  $1\sigma$ ). Длина базы в эксперименте Т2К составляет 295 километров, в экспериментах Т2НК, NO $\nu$ A [46] и DUNE [47] - 295, 810 и 1300 километров соответственно. Так как в данных экспериментах пучок нейтрино распространяется через земную кору на большие расстояния, важно учесть эффекты взаимодействия нейтрино с веществом, которые будут рассмотрены далее. Детальный обзор теории и возможных экспериментов в области лептонного СР-нарушения дан например в работе [75].

### 1.1.3 Осцилляции нейтрино в веществе

В этом разделе мы рассмотрим осцилляции нейтрино, распространяющихся в веществе. Будем считать, что вещество состоит из нейтронов, протонов и электронов. Кроме того, мы ограничимся только случаем электрически нейтральной среды, в которой количество электронов и протонов равны друг другу. Как было впервые показано в работе Вольфенштейна [76], эволюция нейтрино в таком случае описывается системой уравнений

$$i\frac{d\mathbf{v}}{dt} = (UH_{vac}U^\dagger + V)\mathbf{v}, \quad (1.22)$$

где введено обозначение

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}, \quad (1.23)$$

а гамильтониан  $H_{vac}$  и потенциал  $V$  заданы соотношениями

$$H_{vac} = \text{diag}(0, \Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2), \quad (1.24)$$

$$V = \text{diag}(\sqrt{2}G_F n_e, 0, 0). \quad (1.25)$$

Потенциал  $V$  называют потенциалом Вольфенштейна. Здесь  $n_e$  [см<sup>-3</sup>] - плотность электронов среды. Так как мы рассматриваем электрически нейтральную среду, то  $n_e = n_p$ , где  $n_p$  - плотность протонов. Плотность нейтронов в уравнение не входит и на эволюцию нейтрино не влияет.

В общем случае аналитически решить уравнение (1.22) довольно сложно, однако существует ряд приближенных методов, например приведённых в работах [77, 78]. Ниже мы рассмотрим приближение двух поколений нейтрино, которое даёт хорошую точность например для описания осцилляций солнечных нейтрино. В данном приближении вероятность перехода электронного нейтрино в мюонное записывается как

$$P_{e\mu}(L) = \sin^2 2\tilde{\theta} \sin^2(\omega L), \quad (1.26)$$

где вводится эффективный угол смешивания  $\tilde{\theta}$ , определяемый формулой

$$\sin^2 2\tilde{\theta} = \frac{\Delta^2 \sin^2 2\theta}{(\Delta^2 \cos 2\theta - A)^2 + \Delta^2 \sin^2 2\theta}. \quad (1.27)$$

Частота осцилляций определяется как разность собственных значений гамильтониана, то есть  $\omega = E_2 - E_1$ . Для краткости были введены обозначения  $\Delta = \Delta m_{21}^2$  и  $A = 2\sqrt{2}G_F n_e$ .

Важной особенностью вероятности осцилляций (1.26) является то, что при определённом значении плотности вещества, а именно при  $A = \Delta^2 \cos 2\theta$ , амплитуда осцилляций достигает единицы, то есть возникает резонансное усиление осцилляций нейтрино. В работе Михеева и Смирнова [79] было показано, что данное резонансное усиление может наблюдаться при распространении нейтрино в неоднородном веществе Солнца. Этот эффект носит название эффекта Михеева-Смирнова-Вольфенштейна. Общепринятое объяснение проблемы дефицита солнечных нейтрино учитывает эффект Михеева-Смирнова-Вольфенштейна [71]. Кроме того, ожидается, что данный эффект важен для осцилляций нейтрино от сверхновых [80].

Рассмотрим теперь осцилляции антинейтрино. В случае антинейтрино мы должны заменить потенциал  $A$  на  $-A$  [81]. В таком случае имеем

$$\sin^2 2\tilde{\theta} = \frac{\Delta^2 \sin^2 2\theta}{(\Delta^2 \cos 2\theta + A)^2 + \Delta^2 \sin^2 2\theta} < 1, \quad (1.28)$$

то есть резонансное усиление осцилляций не возникает ни при каком значении плотности вещества. Таким образом, в случае наличия взаимодействия нейтрино с веществом, различие в процессах осцилляций нейтрино и антинейтрино может быть обусловлено не только наличием CP-нарушающей фазы  $\delta$ , но и самим взаимодействием с веществом. Кроме того, в данном случае  $\Delta P_{\alpha\beta}^{CPT} \neq 0$ , то есть взаимодействие с веществом нарушает CPT-симметрию в осцилляциях нейтрино. Этот феномен называют индуцированным CPT-нарушением, и он рассмотрен в работе [82].

#### 1.1.4 Масса нейтрино

Наблюдение осцилляций атмосферных и солнечных нейтрино на данный момент позволяет с высокой точностью измерить значения разниц квадратов масс  $\Delta m_{21}^2$  и  $\Delta m_{31}^2$ . Однако, текущие экспериментальные данные не позволяют определить, является ли  $\Delta m_{31}^2$  положительной или отрицательной величиной.

Это допускает возможность существования двух различных *иерархий масс* нейтрино:

- 1) прямой иерархии масс, при которой  $m_1 < m_2 < m_3$ ,
- 2) обратной иерархии масс, при которой  $m_3 < m_1 < m_2$ .

Иерархия масс нейтрино может быть измерена в осцилляционных экспериментах. Наиболее перспективными являются два способа. Во-первых, это измерение вероятности выживания электронного антинейтрино  $P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}$ . Примером является эксперимент JUNO [83], в котором будет измеряться спектр электронных антинейтрино от ядерных реакторов, находящихся на расстоянии 53 километра от детектора. Ожидается, что будет достигнута чувствительность  $3\sigma$  за шесть лет сбора данных. Во-вторых, это эксперименты с длинной базой, такие как NOvA и DUNE. В них измеряется вероятность осцилляций  $P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e}$ . Сложностью для данных экспериментов является то, что измеряемые величины зависят от неизвестной CP-нарушающей фазы  $\delta$ . Кроме того, ожидается, что поток нейтрино от взрыва сверхновой также может нести информацию о иерархии масс нейтрино.

На данный момент порядок величины нейтринных масс неизвестен. Ограничение массы нейтрино сверху является целью множества экспериментов. Данные эксперименты чувствительны не к массам нейтрино по отдельности, а к некоторым их комбинациям. В частности, эксперименты по измерению спектра электронов при бета-распаде ограничивают эффективную массу электронного нейтрино, определённую как

$$m_\nu^2 = \sum_{i=1}^3 |U_{ei}|^2 m_i^2. \quad (1.29)$$

По состоянию на 2024 год лучшее лабораторное ограничение сверху на эффективную массу электронного нейтрино получено экспериментом KATRIN и составляет  $m_\nu < 0.8$  эВ [84]. Ожидается, что в будущем KATRIN достигнет чувствительности к массе нейтрино на уровне 0.2 эВ.

Существует также ряд космологических ограничений на массы нейтрино. В частности, лучшее ограничение сверху на сумму масс нейтрино составляет  $\sum_{i=1}^3 m_i < 0.12$  эВ [85, 86]. Данное ограничение, однако, является модельнозависимым. Как показано в работах [87, 88, 89], неопределённости в параметрах космологической модели могут сильно повлиять на ограничения масс нейтрино, полученные из космологических данных.

Одним из методов ограничения массы нейтрино являются также эксперименты по поиску двойного безнейтринного бета-распада. Они чувствительны к эффективной массе майорановского нейтрино  $m_{\beta\beta} = |\sum_{i=1}^3 U_{ei}^2 m_i|$ . Лучшие ограничения получены экспериментами GERDA и KamLAND-Zen и находятся на уровне  $m_{\beta\beta} < 0.08 - 0.18$  эВ [90, 91]. Однако, у этого метода есть два недостатка. Во-первых, результаты подвержены значительной систематической ошибке из-за неточности вычисления ядерных матричных элементов двойного безнейтринного бета-распада [60]. Во-вторых, данные ограничения справедливы только если нейтрино действительно являются майорановскими фермионами.

Массы нейтрино также можно ограничить снизу. Из наблюдения осцилляций нейтрино следует, что  $\Delta m_{12}^2$  и  $\Delta m_{13}^2$  являются ненулевыми величинами. В таком случае нулевой массой может обладать только самое лёгкое нейтрино, то есть  $\nu_1$  для случая прямой иерархии масс и  $\nu_3$  для случая обратной иерархии масс. Отсюда следует, что  $m_2^2 \geq \Delta m_{21}^2$ , а также  $m_3^2 \geq \Delta m_{31}^2$  для прямой иерархии масс и  $m_1^2 \geq |\Delta m_{31}^2|$  для обратной иерархии масс.

## 1.2 Электромагнитные свойства нейтрино

Массивные нейтрино могут принимать участие в электромагнитных взаимодействиях [1]. Нетривиальные электромагнитные характеристики нейтрино возникают за счёт радиационных поправок, которые можно описать с помощью диаграммы Фейнмана, показанной на Рисунке 1.1. В частности, как было показано в работах [7, 8], массивные нейтрино в рамках минимально расширенной Стандартной модели должны обладать малым, но ненулевым аномальным магнитным моментом.

В этом разделе мы рассмотрим общую теорию электромагнитных свойств нейтрино и экспериментальные ограничения на электромагнитные характеристики нейтрино.

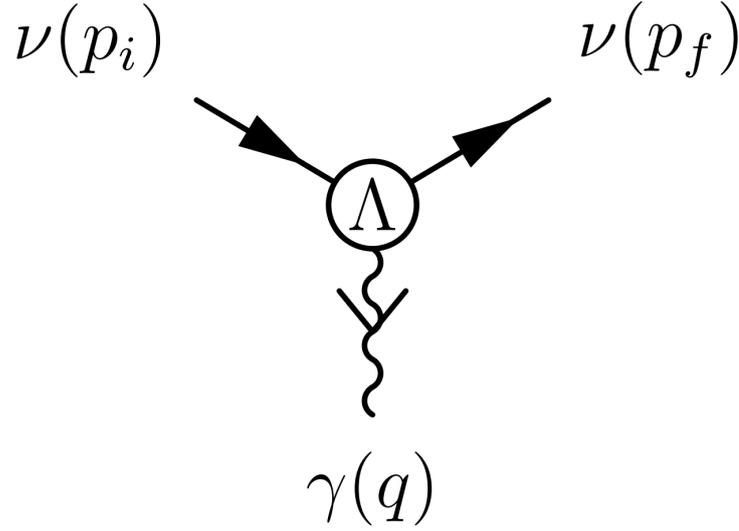


Рисунок 1.1 — Эффективная вершина взаимодействия нейтрино с фотоном.

### 1.2.1 Электромагнитная вершинная функция нейтрино

Взаимодействие массовых состояний нейтрино с электромагнитным полем описывается гамильтонианом следующего вида

$$H_{em} = \bar{\nu}(x)\Lambda_{\mu}\nu(x)A^{\mu}(x), \quad (1.30)$$

где  $\nu = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)^T$ , а  $A^{\mu}$  - векторный потенциал электромагнитного поля. Здесь  $\Lambda$  - так называемая вершинная функция. Как было показано в работах [1, 92, 93, 94], вершинную функцию можно записать в следующем виде:

$$\Lambda_{\mu}(q) = (\gamma_{\mu} - q_{\mu}\not{q}/q^2)[\mathbb{F}_Q(q^2) + \mathbb{F}_A(q^2)q^2\gamma_5] - i\sigma_{\mu\nu}q^{\nu}[\mathbb{F}_M(q^2) + i\mathbb{F}_E(q^2)\gamma_5], \quad (1.31)$$

где  $q = p_i - p_f$  - переданный фотону четырёхмерный импульс. Здесь  $\gamma_{\mu}$  - матрицы Дирака, а  $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_{\mu}, \gamma_{\nu}]$ .

Вершинная функция параметризуется с помощью четырёх формфакторов:

- 1) зарядового формфактора  $\mathbb{F}_Q$ ,
- 2) анапольного формфактора  $\mathbb{F}_A$ ,
- 3) электрического формфактора  $\mathbb{F}_E$ ,
- 4) магнитного формфактора  $\mathbb{F}_M$ .

Каждый из формфакторов  $\mathbb{F}$  является эрмитовой матрицей размером 3 на 3 [1]. Их недиагональные элементы часто называют *переходными* электромагнитными характеристиками, так как они ответственны за переходы между различными массовыми состояниями нейтрино. Структура электромагнитных формфакторов нейтрино зависит от того, являются ли они дираковскими или майорановскими частицами. Исходя из эрмитовости гамильтониана (1.30) и из соображений СРТ-инвариантности можно показать [1, 92, 93, 94], что:

- 1) в случае дираковских нейтрино  $\mathbb{F}_{Q,M,A}$  являются вещественными симметричными матрицами, а  $\mathbb{F}_E$  мнимая и антисимметричная,
- 2) в случае майорановских нейтрино  $\mathbb{F}_{Q,M,E}$  являются мнимыми антисимметричными матрицами, а  $\mathbb{F}_A$  вещественна и антисимметрична.

### 1.2.2 Заряд и зарядовый радиус нейтрино

Взаимодействие нейтрино с реальным фотоном (то есть при  $q^2 = 0$ ) описывается его электрическим зарядом  $\mathbb{F}_Q(0) = q_\nu$ , магнитным моментом  $\mathbb{F}_M(0) = \mu$ , электрическим моментом  $\mathbb{F}_E(0) = \varepsilon$  и анапольным моментом  $\mathbb{F}_A(0) = a$ . В рамках Стандартной модели нейтрино является нейтральной частицей, поэтому  $q_\nu = 0$ . В некоторых теориях физики за пределами Стандартной модели не запрещено наличие у нейтрино малого электрического заряда - так называемого *миллизаряда*. Анализ данных эксперимента GEMMA [2] по рассеянию реакторных антинейтрино позволяет получить [95] ограничение на миллизаряд нейтрино  $|q_\nu| < 1.5 \times 10^{-12} e_0$ , где  $e_0$  - модуль заряда электрона. Лучшее астрофизическое ограничение на заряд нейтрино получено в [96] и составляет  $|q_\nu| < 1.3 \times 10^{-19} e_0$ . Более жёсткое экспериментальное ограничение на заряд нейтрино следует из нейтральности атома водорода:  $|q_\nu| < 3 \times 10^{-21} e_0$  [97]. Ниже мы не учитываем возможные эффекты, связанные с ненулевым миллизарядом нейтрино.

Даже в случае нулевого заряда, зарядовый формфактор может давать нетривиальный вклад в электромагнитное взаимодействие нейтрино за счёт *зарядового радиуса*. Разложим формфактор  $\mathbb{F}_Q$  по  $q^2$  в окрестности нуля:

$$\mathbb{F}_Q(q^2) = \mathbb{F}_Q(0) + q^2 \left. \frac{d\mathbb{F}_Q}{dq^2} \right|_{q^2=0} + \dots \quad (1.32)$$

Первое слагаемое для нейтрино равно нулю. Второе слагаемое описывает электромагнитное взаимодействие через зарядовый радиус, который определяется как

$$\langle r^2 \rangle = 6 \left. \frac{d\mathbb{F}_Q}{dq^2} \right|_{q^2=0}. \quad (1.33)$$

В рамках Стандартной модели для дираковских нейтрино предсказываются следующие значения зарядовых радиусов [1]

$$\begin{aligned} \langle r_{\nu_e}^2 \rangle &= -0.83 \times 10^{-32} \text{см}^2, \\ \langle r_{\nu_\mu}^2 \rangle &= -0.48 \times 10^{-32} \text{см}^2, \\ \langle r_{\nu_\tau}^2 \rangle &= -0.30 \times 10^{-32} \text{см}^2. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Экспериментальные ограничения на данный момент находятся на уровне  $10^{-32}$  см<sup>2</sup>. Детальное обсуждение вопросов, связанных с миллизарядом и зарядовым радиусом нейтрино можно найти в [1, 98, 99].

### 1.2.3 Магнитный момент нейтрино

В данной диссертации нас особенно будет интересовать магнитный момент нейтрино. Как было сказано выше, матрица магнитных моментов является симметричной и вещественной для дираковских нейтрино, и антисимметричной и мнимой для майорановских. Это означает, что экспериментальное изучение взаимодействия нейтрино с магнитным полем может помочь определить природу массы нейтрино. Матрицу магнитных моментов нейтрино для дираковского и майорановского случая можно параметризовать следующим образом

$$\boldsymbol{\mu}^D = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{12} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{13} & \mu_{23} & \mu_{33} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu}^M = \begin{pmatrix} 0 & i\mu_{12} & i\mu_{13} \\ -i\mu_{12} & 0 & i\mu_{23} \\ -i\mu_{13} & -i\mu_{23} & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.35)$$

где  $\mu_{ik}$  - вещественные параметры. Отсюда следует, что дираковское нейтрино обладает шестью независимыми магнитными моментами, а майорановское только тремя.

Расчёт в минимально расширенной Стандартной модели даёт следующие предсказания для диагональных магнитных моментов дираковских нейтрино [7, 8]

$$\mu_{ii}^D = \frac{3eG_F m_i}{8\sqrt{2}\pi^2} \approx 3.2 \times 10^{-19} \left(\frac{m_i}{\text{eV}}\right) \mu_B, \quad (1.36)$$

где  $\mu_B$  - магнетон Бора. Укажем на работы, в которых проведено рассмотрение электромагнитной вершинной функции нейтрино в произвольной калибровке с точным учётом масс всех частиц и смешивания нейтрино [100, 101], в частности были вычислены магнитный момент и электрический заряд нейтрино. Отметим, что переходные магнитные моменты как минимум на четыре порядка меньше наибольшего из диагональных магнитных моментов из-за подавления механизмом Глэшоу-Илиопулоса-Майани [102].

Поиск магнитного момента нейтрино является целью большого количества экспериментов. На данный момент удалось лишь ограничить их величину сверху. Эксперименты GEMMA [2] и Bogehino [3] изучают упругое рассеяние нейтрино на электронах мишени. В эксперименте GEMMA источником нейтрино служит ядерный реактор, а в Bogehino измеряется поток солнечных нейтрино. Электромагнитный вклад в сечение рассеяния электронного антинейтрино на электроном имеет вид

$$\frac{d\sigma_{EM}}{dT_e} = \pi r_0^2 \mu_{eff}^2 \left( \frac{1}{T_e} - \frac{1}{E_\nu} \right), \quad (1.37)$$

где  $E_\nu$  - энергия нейтрино,  $T_e$  - энергия отдачи электрона, а  $r_0 = 2.818 \times 10^{-13}$  см - классический радиус электрона. Наблюдаемой величиной в экспериментах является эффективный магнитный момент  $\mu_{eff}$ :

$$\mu_{eff}^2 = \sum_{j=1}^3 \left| \sum_{k=1}^3 U_{ek} (\mu_{jk} - i\varepsilon_{jk}) \right|^2, \quad (1.38)$$

где  $\mu_{jk}$  и  $\varepsilon_{jk}$  - магнитные и электрические моменты массивных нейтрино.

Ограничения на эффективный магнитный момент, полученные GEMMA и Bogehino, составляют  $\mu_{eff} < 2.8 \times 10^{-11} \mu_B$  и  $\mu_{eff} < 2.9 \times 10^{-11} \mu_B$ , соответственно. В работе [103] с использованием данных от Bogehino ограничиваются переходные магнитные моменты майорановского нейтрино. Недавно коллаборация XENONnT, изучающая потоки нейтрино от Солнца, объявила о

установлении нового лучшего ограничения на магнитный момент нейтрино на уровне  $\mu_{eff} < 6.4 \times 10^{-12} \mu_B$  [4].

Существует целый ряд астрофизических ограничений на магнитные моменты нейтрино. Например, в статье [104] получено ограничение сверху на магнитный момент нейтрино на основе наблюдений за остыванием красных гигантов:  $\mu_\nu = \left( \sum_{ij} (|\mu_{ij}|^2 + |\epsilon_{ij}^2|) \right)^{\frac{1}{2}} < 3 \times 10^{-12} \mu_B$ . Обзор астрофизических ограничений на магнитный момент нейтрино приведён в работах [98, 99].

Таким образом, в настоящее время разница между теоретическими предсказаниями минимально расширенной Стандартной модели и экспериментальными ограничениями составляет примерно семь порядков. Некоторые теории за пределами Стандартной модели предсказывают значения магнитных моментов нейтрино на порядки выше, чем даёт минимально расширенная Стандартная модель. Например, в моделях с  $L - R$  симметрией магнитный момент нейтрино может достигать величин порядка  $10^{-16} \mu_B$  [105]. В некоторых суперсимметричных моделях предсказываются магнитные моменты в интервале  $10^{-14} \div 10^{-12} \mu_B$  [106, 107]. Таким образом, эксперименты по измерению магнитного момента нейтрино могут служить проверкой теорий за пределами минимально расширенной Стандартной модели.

Глава 2 диссертации посвящена осцилляциям нейтрино с учётом взаимодействия их магнитных моментов с магнитным полем. Так как магнитный момент нейтрино очень мал, то чтобы значительно повлиять на эволюцию нейтрино, магнитное поле должно быть либо очень велико, либо наблюдаться на огромных масштабах. Обе эти ситуации реализуются в астрофизике, поэтому наблюдение астрофизических нейтрино может стать перспективным способом изучения электромагнитных свойств нейтрино.

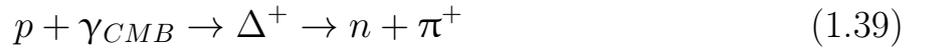
### 1.3 Нейтрино в астрофизике

На данный момент в экспериментах наблюдаются астрофизические нейтрино трёх типов:

- 1) солнечные нейтрино,
- 2) нейтрино от взрывов сверхновых,
- 3) космические нейтрино высоких энергий.

Осцилляции солнечных нейтрино хорошо изучены. Ниже нас будут интересовать в основном осцилляции нейтрино от сверхновых и осцилляции нейтрино высоких энергий. В литературе также обсуждается возможность существования других типов астрофизических нейтрино. Одним из них является поток реликтовых нейтрино - нейтрино, рождённых в первые секунды после Большого взрыва. Согласно предсказаниям теории, реликтовые нейтрино обладают очень низкой энергией - порядка 1 мэВ и ниже [108], что затрудняет их детектирование. Экспериментальное обнаружение реликтовых нейтрино может стать аргументом в пользу космологической модели Большого взрыва. Поиск реликтовых нейтрино является целью эксперимента PTOLEMY [109].

Другим гипотетическим типом нейтрино внеземного происхождения являются нейтрино сверхвысоких энергий, то есть энергий 10 ПэВ и выше, в частности космогенные нейтрино. Предсказывается, что космогенные нейтрино могут рождаться при распространении космических лучей сверхвысоких энергий в межзвёздном пространстве за счёт взаимодействия с реликтовыми фотонами в процессе [110]



с последующим распадом заряженного пиона  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ , и антимюона  $\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$ . Поиск нейтрино сверхвысоких энергий - цель экспериментов ARA [111] и ARIANNA [112].

### 1.3.1 Поток нейтрино от взрыва сверхновых

Взрывы сверхновых являются одним из самых высокоэнергетичных процессов, наблюдаемых во Вселенной, причём большая часть энергии в них выделяется в виде нейтрино. Нейтрино от взрывов сверхновых чрезвычайно трудно зарегистрировать. На данный момент они были задетектированы лишь однажды в истории, в 1987 году от события SN1987A. Сверхновая SN1987A находилась Большом Магеллановом Облаке, на расстоянии 51.4 килопарсека от Земли. Независимо друг от друга четыре нейтринных детектора - Камиоканде-2 [113], Баксанская нейтринная обсерватория [114], Ирвин-Мичиган-Брукхевен [115] и эксперимент LMC [116] - объявили о регистрации в сумме около 30

событий. Несмотря на скромную статистику, данные от этих экспериментов позволили прояснить процессы, происходящие в сверхновых, а также ограничить некоторые свойства нейтрино [97]. В частности было установлено, что средняя энергия нейтрино от сверхновой составляет  $\sim 10$  МэВ.

Будущие детекторы обещают быть намного более чувствительными, чем детекторы 1987 года. В частности, детектор JUNO при взрыве сверхновой на расстоянии примерно 10 килопарсек от Земли должен быть способен зарегистрировать около 5000 электронных антинейтрино в канале обратного бета-распада и 2000 нейтрино всех флейворов в канале упругого рассеяния нейтрино на протоне [83]. Hyper-Kamiokande в похожих условиях может задетектировать около 20000 нейтрино [117], примерно 90% из которых как и в JUNO детектируются в канале обратного бета-распада. В отличие от JUNO и Hyper-Kamiokande, детектор DUNE наиболее чувствителен к электронным нейтрино: ожидается до 3000 тысяч событий в канале  $\nu_e + {}^{40}\text{Ar} \rightarrow {}^{40}\text{K}^* + e^-$ , в то время как канал  $\bar{\nu}_e + {}^{40}\text{Ar} \rightarrow {}^{40}\text{Cl}^* + e^+$  будет давать второй по значимости вклад и примерно 300 событий.

Так как характерная энергия нейтрино от сверхновых существенно ниже порогов рождения мюонов и тау-лептонов (100 МэВ и 3.5 ГэВ соответственно), то мюонные и тау нейтрино и антинейтрино взаимодействуют с детектором только посредством нейтральных токов, в то время как нейтрино и антинейтрино электронного флейвора взаимодействуют и через нейтральные, и через заряженные токи. Поэтому наблюдаемыми детектором величинами являются три потока нейтрино: поток электронных нейтрино  $\Phi(\nu_e)$ , поток электронных антинейтрино  $\Phi(\bar{\nu}_e)$  и средний поток остальных  $\Phi(\nu_x) = [\Phi(\nu_\mu) + \Phi(\nu_\tau) + \Phi(\bar{\nu}_\mu) + \Phi(\bar{\nu}_\tau)]/4$ .

Сегодня эволюция сверхновых и излучаемых ими потоков нейтрино изучается с помощью компьютерных симуляций. По результатам симуляций в излучении нейтрино при взрывах сверхновых выделяют три качественно различные стадии [118]:

- 1) первая стадия - стадия нейтронизации, на которой сверхновая излучает в основном электронные нейтрино с незначительной примесью нейтрино других типов, потоки нейтрино удовлетворяют соотношению  $\Phi(\nu_e) \gg \Phi(\nu_x) \gg \Phi(\bar{\nu}_e)$ ; стадия нейтронизации длится примерно первые 20 миллисекунд после взрыва,

- 2) вторая стадия - стадия аккреции; на стадии аккреции потоки нейтрино удовлетворяют соотношениям  $\Phi(\nu_e) \gg \Phi(\bar{\nu}_e) \gg \Phi(\nu_x)$ ,
- 3) завершается эволюция сверхновой стадией охлаждения, на которой потоки нейтрино различных флейворов имеют один порядок величины:  $\Phi(\nu_e) \sim \Phi(\bar{\nu}_e) \sim \Phi(\nu_x)$ .

За счёт осцилляций нейтрино в среде сверхновой, в частности, осцилляций в магнитном поле, наблюдаемые экспериментами флейворные составы потоков нейтрино будут отличаться от описанных выше. Изучению осцилляций нейтрино в сверхновых посвящена Глава 3.

### 1.3.2 Космические нейтрино высоких энергий

Нейтрино высоких энергий как правило называют нейтрино с энергиями от 30 ТэВ до 10 ПэВ. Нейтрино высоких энергий внеземного происхождения были впервые обнаружены экспериментом IceCube в 2013 году [119]. Последующие годы сбора данных подтвердили существование так называемого *диффузного* потока нейтрино высоких энергий [120, 121, 122], то есть изотропного потока, который является суммой потоков нейтрино от множества источников. Недавно эксперимент Baikal-GVD также сообщил о наблюдении диффузного потока нейтрино высоких энергий [123]. Энергетический спектр диффузного потока нейтрино высоких энергий описывается степенным законом

$$\frac{d\Phi^{\nu+\bar{\nu}}}{dE} = C_0 \Phi_0 \left( \frac{E}{100 \text{ ТэВ}} \right)^{-\gamma}, \quad (1.40)$$

где  $\Phi_0 = 1.66_{-0.27}^{+0.25}$ ,  $\gamma = 2.5 \pm 0.07$  - спектральный индекс и  $C_0 = 3 \cdot 10^{-18} \text{ ГэВ}^{-1} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ .

В настоящее время источники нейтрино высоких энергий точно не установлены. Теоретические модели предлагают множество источников-кандидатов, таких как активные ядра галактик, гамма-всплески, сверхновые и гиперновые, остатки сверхновых, двойные системы, пульсары, магнетары и множество других [124, 125, 126, 127]. Активные ядра галактик, в частности блазары и квазары, находятся в числе наиболее вероятных источников. Анализ полученных

за 9.5 лет экспериментом IceCube данных указал, что поток высокоэнергетических нейтринных от блазара TXS 0506+056 на 3.5 стандартных отклонения превышает фон [128]. Это стало первым в истории свидетельством в пользу обнаружения точечного источника высокоэнергетических нейтрино. Дальнейшие исследования значительно улучшили наши знания об астрофизических источниках нейтрино. Последний анализ данных IceCube [129] выделяет три возможных источника излучения нейтрино: блазары TXS 0506+056 и PKS 1424+240, а также активную галактику NGC 1068, причём для последней уровень значимости достигает  $4.2\sigma$ . Недавно Baikal-GVD также сообщил о нейтринном событии высокой энергии, пришедшем из направления TXS 0506+056, за которым последовала радиовспышка, наблюдаемая радиотелескопом RATAN-600 [130]. Другие потенциальные источники также рассматриваются в литературе. В частности, не было обнаружено существенного вклада от гамма-всплесков [131]. Показано, что основной вклад в диффузный поток нейтрино высоких энергии вносят внегалактические источники, но вклад от галактических источников возможен [132, 133, 134, 135]. В серии работ [136, 137, 138] показано, что высокоэнергетические нейтрино могут происходить из ядер радиоблазаров. Ожидается, что после завершения строительства Baikal-GVD [139, 140] и будущих нейтринных телескопов, таких как IceCube-Gen2 [141], KM3NeT [142] и P-ONE [143], станет возможным собрать достаточно экспериментальных данных для окончательной идентификации источников нейтрино высокой энергии.

Считается, что нейтрино высоких энергий тесно связаны с ускорителями космических лучей. В рамках адронного ( $pp$ ) и фотоадронного ( $p\gamma$ ) сценариев ожидается, что высокоэнергетические протоны и ядра, образующиеся внутри астрофизического объекта, взаимодействуют с окружающим газом и излучением, создавая заряженные и нейтральные пионы. Нейтральные пионы распадаются и испускают гамма-лучи высокой энергии, в то время как заряженные пионы производят нейтрино и антинейтрино в цепочке реакций  $\pi^{+(-)} \rightarrow \mu^{+(-)} + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ , за которым следует распад  $\mu^{+(-)} \rightarrow e^{+(-)} + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu) + \nu_e(\bar{\nu}_e)$  [144]. Это приводит к флейворному составу  $\nu_e : \nu_\mu : \nu_\tau = 1 : 2 : 0$ . Отметим, что современные детекторы нейтрино высоких энергий практически не различают нейтрино и антинейтрино. Однако, различить  $\nu_e$  и  $\bar{\nu}_e$  возможно при детектировании с помощью резонанса Глэшоу [145]. Альтернативные механизмам распада пионов, сценарии распада мюонов [146] и распада нейтронов предсказывают соотношение флейворов  $0 : 1 : 0$  и  $1 : 0 : 0$  соответственно. Из-за

феномена нейтринных осцилляций флейворный состав, наблюдаемый наземными нейтринными телескопами, отличается от флейворного состава в источнике. Этой теме посвящена Глава 4 диссертации.

## 1.4 Выводы

В данной главе приведено краткое введение в современные проблемы физики нейтрино. В первой части мы рассмотрели описание нейтрино в рамках минимально расширенной Стандартной модели, причём особое внимание было уделено феномену осцилляций нейтрино, изучению которого посвящена диссертация. Во второй части рассматриваются электромагнитные свойства нейтрино, в частности магнитные моменты. Рассмотрен как случай дираковских, так и майорановских нейтрино. В третьей части приведён обзор теории и экспериментальных данных касательно нейтрино, рождённых в астрофизических источниках. Особо мы акцентируем внимание на нейтрино от сверхновых и нейтрино высоких энергий, которые рассматриваются в далее в диссертационной работе.

## Глава 2. Флейворные и спиновые осцилляции нейтрино в магнитном поле

Астрофизические объекты, такие как сверхновые, нейтронные звёзды, магнетары, блазары и другие, могут обладать довольно сильными магнитными полями. Как известно, нейтрино обладают очень малыми, но всё же ненулевыми аномальными магнитными моментами. Сильные магнитные поля астрофизических объектов может существенно повлиять на эволюцию нейтрино, распространяющихся в них. В частности, взаимодействие нейтрино с магнитным полем может привести к модификации картины нейтринных осцилляций. Предсказывается, что оно вызывает так называемые *спиновые осцилляции*, или же *спиновую прецессию* нейтрино, то есть процесс, в котором направление спина нейтрино меняется по гармоническому закону с пройденным расстоянием. Релятивистские правоспиральные нейтрино являются правокиральными, и в дираковском случае не могут участвовать в слабом взаимодействии - они будут являться стерильными частицами, невидимыми для детектора. В майорановском же случае правые нейтрино - это антинейтрино. Таким образом, взаимодействие нейтрино с сильным магнитным полем может привести к наблюдаемой в экспериментах модификации флейворного состава потока. Изучение осцилляций нейтрино в астрофизических объектах может предоставить информацию как о свойствах нейтрино, в частности его магнитных моментах, так и о свойствах самих этих объектов.

Механизм спиновой прецессии нейтрино в магнитном поле был впервые предложен в работе [9]. В дальнейшем спиновая прецессия нейтрино в магнитном поле более подробно рассматривались для дираковских нейтрино в работах [7, 8]. В работе [10] для случая майорановских нейтрино было впервые рассмотрено явление так называемых *спин-флейворных осцилляций* - процесса, в котором одновременно меняются и спин, и флейвор нейтрино. В статье [11] была сделана попытка объяснить дефицит солнечных нейтрино процессом спин-флейворных осцилляций. Было показано, что магнитного момента порядка  $10^{-10} \mu_B$  достаточно, чтобы вызвать существенный дефицит в наблюдаемом потоке нейтрино. Данная величина магнитного момента, однако, не согласуется с современными экспериментальными ограничениями. В статьях [12, 13, 14] был предсказан эффект резонансного усиления спиновых и спин-флейворных

осцилляций при взаимодействии нейтрино с магнитным полем и веществом. Обсуждается потенциальная значимость данного эффекта для осцилляций солнечных нейтрино и нейтрино в сверхновых. В серии работ [147, 148, 149, 150] обсуждается решение проблемы солнечных нейтрино с учётом эффектов спиновых и спин-флейворных осцилляций как субдоминантных. Отметим, что в приведённых выше работах используется уравнение эволюции, сформулированное в терминах эффективного гамильтониана, имеющего размерность 2 на 2:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_a \\ \nu_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{aa} & H_{ab} \\ H_{ba} & H_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_a \\ \nu_b \end{pmatrix}.$$

Подразумевается, что оба состояния  $\nu_a$  и  $\nu_b$  являются одним из возможных состояний  $\{\nu_e^L, \nu_e^R, \nu_\mu^L, \nu_\mu^R\}$ . Таким образом, в данных работах рассматривались лишь *попарные* переходы между двумя возможными состояниями нейтрино, в то время как наличие остальных состояний игнорировалось. Полноценное уравнение, описывающее эволюцию нейтрино, имеющих два возможных флейвора и две спиральности должно быть сформулировано в терминах эффективного Гамильтониана размером 4 на 4, либо 6 на 6 для реалистичного случая трёх поколений нейтрино. Такие уравнения решены в работах [20, 22, 51, 54, 151, 152]. Было показано, что картина осцилляций значительно меняется при полноценном учёте четырёх возможных состояний. В наших работах [50, 51, 52, 57] впервые были получены явные аналитические выражения для вероятностей флейворных и спиновых осцилляций дираковских нейтрино в магнитном поле с учётом всех возможных переходов между тремя флейворными и двумя спиральными состояниями нейтрино.

Цель данной главы - развить теоретический аппарат, подходящий для последовательного описания процессов флейворных и спиновых осцилляций нейтрино в магнитном поле в случае как двух, так и трёх ароматов нейтрино. В следующих главах данный подход будет обобщён на случай майорановских нейтрино, а также для описания осцилляций нейтрино в магнитном поле в формализме волновых пакетов.

## 2.1 Осцилляции нейтрино в магнитном поле

В этом разделе, следуя нашим работам [50, 51, 52, 57], изложен новый подход к описанию осцилляций нейтрино в магнитном поле.

### 2.1.1 Взаимодействие массивных нейтрино с магнитным полем

Взаимодействие массивных и обладающих магнитными моментами нейтрино с магнитным полем описывается лагранжианом взаимодействия вида

$$-\mathcal{L}_B = \bar{\nu}_L \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \nu_R + \text{э.с.}, \quad (2.1)$$

где  $\boldsymbol{\mu}$  - матрица магнитных моментов нейтрино, имеющая вид (1.35),  $\nu_{L,R}$  заданы соотношением

$$\nu_{L,R} = \begin{pmatrix} \nu_e^{L,R} \\ \nu_\mu^{L,R} \\ \nu_\tau^{L,R} \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

а  $F_{\alpha\beta}$  - тензор электромагнитного поля, а  $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ . В этой главе мы будем предполагать, что нейтрино является дираковской частицей и что матрица магнитных моментов, записанная в массовом базисе, является диагональной. Таким образом, мы пренебрегаем эффектами, связанными с возможностью наличия переходных магнитных моментов нейтрино. Данные эффекты будут рассмотрены в Главе 3. Заметим, что предположение об отсутствии переходных магнитных моментов с высокой точностью согласуется с предсказанием минимально расширенной Стандартной модели, вычисления в рамках которой показывают, что из-за ГИМ-подавления [102] переходные (недиагональные) магнитные моменты должны иметь величину как минимум на четыре порядка меньше, чем диагональные. В этом случае волновые функции массовых состояний нейтрино являются решениями следующего модифицированного уравнения Дирака:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_i - \frac{\boldsymbol{\mu}_i}{2} \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta}) \nu_i(x) = 0, \quad (2.3)$$

где  $\mu_i$  - диагональные магнитные моменты нейтрино. Для случая взаимодействия магнитного момента нейтрино с магнитным полем уравнение (2.3) может быть переписано в виде

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_i - \mu_i \Sigma \mathbf{B}) \nu_i(x) = 0, \quad (2.4)$$

где  $\mathbf{B}$  - вектор магнитного поля и

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

В этой главе для описания нейтрино мы будем использовать плосковолновые решения, то есть предполагать, что волновая функция может быть представлена в виде плоской волны:

$$\nu_i(x) = e^{ipx} \nu_i(p, t). \quad (2.6)$$

Обобщение на случай волновых пакетов будет дано в Главе 4.

Для плосковолновых решений уравнение (2.4) можно переписать в виде

$$(\gamma^\mu p_\mu - m_i - \mu_i \Sigma \mathbf{B}) \nu_i(p, t) = 0. \quad (2.7)$$

Уравнение (2.7) допускает стационарные решения и может быть записано в гамильтоновой форме

$$H_i(p) \nu_i(p, t) = E(p) \nu_i(p, t), \quad (2.8)$$

где гамильтониан имеет следующий вид

$$H_i = \gamma_0 \boldsymbol{\gamma} \mathbf{p} + m_i \gamma_0 + \mu_i \gamma_0 \Sigma \mathbf{B}. \quad (2.9)$$

Собственные значения гамильтониана (2.9) имеют вид

$$E_i^s = \sqrt{m_i^2 + p^2 + \mu_i^2 B^2 + 2\mu_i s \sqrt{m_i^2 B^2 + p^2 B_\perp^2}}, \quad (2.10)$$

где  $B_\perp$  обозначает перпендикулярную импульсу нейтрино компоненту магнитного поля,  $p = |\mathbf{p}|$ ,  $i = 1, 2, 3$ , а  $s = \pm 1$ . Данное выражение было получено в работе [153] (см. также [154]), где авторы рассмотрели излучение нейтрона, движущегося во внешнем магнитном поле. Обобщение было получено в [155] для нейтрино во вращающемся магнитном поле. Индекс  $s$  нумерует стационарные состояния массивного нейтрино в магнитном поле.

С целью классификации стационарных состояний удобно использовать оператор, который является интегралом движения. В случае движения нейтральной частицы в магнитном поле сохраняющимися величинами являются проекции магнитного поля  $\mathbf{B}$  на векторы [154, 156]

$$\boldsymbol{\mu} = m\boldsymbol{\Sigma} - i\gamma_0\gamma_5[\boldsymbol{\Sigma} \times \mathbf{p}], \quad (2.11)$$

$$\mathbf{s} = \gamma_0\boldsymbol{\Sigma} + \frac{\gamma_5}{m}\mathbf{p}. \quad (2.12)$$

Для классификации состояний нейтрино мы будем использовать проекцию вектора (2.11) на вектор магнитного поля, то есть

$$S_i = \frac{m_i}{\sqrt{m_i^2 B^2 + p^2 B_\perp^2}} \left[ \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{B} - \frac{i}{m_i} \gamma_0 \gamma_5 [\boldsymbol{\Sigma} \times \mathbf{p}] \mathbf{B} \right]. \quad (2.13)$$

Нормировочный коэффициент в (2.13) введён в предположении, что вектор магнитного поля  $\mathbf{B}$  не равен нулю. Оператор (2.13) удовлетворяет соотношениям

$$[S_i, H_i] = 0, \quad (2.14)$$

$$S_i^2 = 1, \quad (2.15)$$

то есть действительно является интегралом движения для нейтрино в магнитном поле, а его собственные значения равны  $s = \pm 1$ . В пределе продольного магнитного поля  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_\parallel$  оператор (2.13) переходит в

$$S_i = \frac{\boldsymbol{\Sigma} \mathbf{B}_\parallel}{|\mathbf{B}_\parallel|} = \frac{\boldsymbol{\Sigma} \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}, \quad (2.16)$$

то есть в оператор спиральности.

Таким образом, мы можем провести классификацию стационарных состояний нейтрино с использованием оператора  $S_i$ :

$$S_i |\mathbf{v}_i^s\rangle = s |\mathbf{v}_i^s\rangle, \quad (2.17)$$

$$\langle \mathbf{v}_i^s | \mathbf{v}_k^{s'} \rangle = \delta_{ik} \delta_{ss'}, \quad (2.18)$$

где  $s, s' = \pm 1$ .

## 2.1.2 Общие выражения для вероятностей флейворных и спиновых осцилляций нейтрино: случай трёх флейворов

Теперь мы переходим к расчёту вероятностей осцилляций нейтрино в магнитном поле, следуя нашим работам [50, 51, 52, 57]. По определению они равны

$$P_{\nu_{\alpha}^h \rightarrow \nu_{\beta}^{h'}}(t) = \left| \langle \nu_{\beta}^{h'}(0) | \nu_{\alpha}^h(t) \rangle \right|^2 = \left| \sum_{i,k} U_{\beta i}^* U_{\alpha i} \langle \nu_i^{h'}(0) | \nu_i^h(t) \rangle \right|^2, \quad (2.19)$$

где  $U$  - матрица смешивания,  $h, h' = \pm 1$  - спиральности начального и конечного состояний нейтрино,  $\alpha, \beta = \{e, \mu, \tau\}$  и  $i, k = \{1, 2, 3\}$ . Во избежание путаницы сразу же оговорим, что  $h, h' = L, R$  у нас будут обозначать спиральность, а  $s, \sigma = \pm 1$  являются собственными значениями спинового оператора (2.13), которые нумеруют стационарные состояния.

Как следует из (2.19) вероятности осцилляций выражаются через амплитуды переходов между различными спиральными состояниями нейтрино  $\langle \nu_i^{h'}(0) | \nu_i^h(t) \rangle$ . Для их вычисления удобно воспользоваться стационарными состояниями нейтрино. Решение нестационарного уравнения Шрёдингера, в нашем случае описывающего эволюцию спирального состояния нейтрино, можно представить в виде разложения по решениям стационарного уравнения Шрёдингера в следующем виде

$$|\nu_i^h\rangle = \sum_s |\nu_i^s\rangle \langle \nu_i^s | \nu_i^h \rangle. \quad (2.20)$$

Для удобства введём следующие обозначения:

$$\langle \nu_i^s | \nu_i^L \rangle = c_i^s, \quad (2.21)$$

$$\langle \nu_i^s | \nu_i^R \rangle = d_i^s. \quad (2.22)$$

Существенно, что данные коэффициенты не зависят от времени.

Таким образом для эволюции спирального состояния массивного нейтрино в магнитном поле во времени мы получаем:

$$|\nu_i^L(t)\rangle = \sum_s \langle \nu_i^s | \nu_i^L \rangle |\nu_i^s(t)\rangle = \sum_s e^{-iE_i^s t} c_i^s |\nu_i^s(0)\rangle. \quad (2.23)$$

Используя свойство ортонормированности базиса стационарных состояний, можно показать, что

$$\langle \mathbf{v}_i^{h'}(t) | \mathbf{v}_i^h(0) \rangle = \sum_s e^{-iE_i^s t} \langle \mathbf{v}_i^{h'} | \mathbf{v}_i^s \rangle \langle \mathbf{v}_i^s | \mathbf{v}_i^h \rangle = \sum_s e^{-iE_i^s t} \langle \mathbf{v}_i^{h'} | P_i^s | \mathbf{v}_i^h \rangle, \quad (2.24)$$

где были введены проекторы на стационарные состояния

$$P_i^\pm = |\mathbf{v}_i^\pm\rangle \langle \mathbf{v}_i^\pm| = \frac{1 \pm S_i}{2}. \quad (2.25)$$

Данные проекционные операторы образуют полную ортонормированную систему.

Искомые амплитуды переходов между спиральными состояниями нейтрино могут быть записаны в виде разложения по плоским волнам:

$$\langle \mathbf{v}_i^{h'}(t) | \mathbf{v}_i^h(0) \rangle = \sum_s C_{is}^{h'h} e^{-iE_i^s t}, \quad (2.26)$$

где были введены следующие обозначения для коэффициентов разложения

$$C_{is}^{h'h} = \langle \mathbf{v}_i^{h'} | P_i^s | \mathbf{v}_i^h \rangle. \quad (2.27)$$

Так как данные коэффициенты не зависят от времени, они могут быть определены из начальных условий, то есть

$$C_{is}^{h'h} = \langle \mathbf{v}_i^{h'}(0) | P_i^s | \mathbf{v}_i^h(0) \rangle. \quad (2.28)$$

В дальнейших расчётах мы будем пользоваться ультрарелятивистским приближением и считать, что в начальный момент времени в процессах слабого взаимодействия рождается левоспиральное нейтрино. В ультрарелятивистском случае выражение для энергии нейтрино (2.10) может быть приближено записано как

$$E_i^s \approx p + \frac{m_i^2}{2p} + \mu_i s B_\perp. \quad (2.29)$$

Кроме того, в качестве начального состояния  $\mathbf{v}_i^L(0)$  можно использовать ультрарелятивистский предел решений уравнения Дирака:

$$|\mathbf{v}_i^L(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}\left(\frac{m_i}{p}\right), \quad |\mathbf{v}_i^R(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathcal{O}\left(\frac{m_i}{p}\right). \quad (2.30)$$

Тогда мы можем записать следующие приближенные выражения для коэффициентов разложения (2.28)

$$C_{is}^{LL} \approx \frac{1}{2} \left( 1 + s \frac{m_i B_{\parallel}}{\sqrt{m_i^2 B_{\parallel}^2 + (m_i^2 + p^2) B_{\perp}^2}} \right), \quad (2.31)$$

$$C_{is}^{RL} \approx -\frac{s}{2} \frac{p B_{\perp}}{\sqrt{m_i^2 B_{\parallel}^2 + (m_i^2 + p^2) B_{\perp}^2}}. \quad (2.32)$$

Отметим, что коэффициент  $C_{is}^{RL}$ , который описывает переход из левого в правое спиновое состояние, равен нулю в случае  $B_{\perp} = 0$ . Это означает, что переворот спина вызывается взаимодействием с поперечной компонентой магнитного поля.

Используя (2.19), (2.26), (2.31), (2.32) и отбрасывая слагаемые порядка  $\mathcal{O}(m_i^2/p^2)$ , получаем выражения для вероятностей флейворных и спиновых осцилляций нейтрино в магнитном поле:

$$P_{\nu_{\alpha}^L \rightarrow \nu_{\beta}^L}(x) = \frac{1}{4} \sum_{i,j=1}^3 U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta j} U_{\alpha j}^* \sum_{s,s'=\pm 1} e^{-i(E_i^s - E_j^{s'})x}, \quad (2.33)$$

$$P_{\nu_{\alpha}^L \rightarrow \nu_{\beta}^R}(x) = \frac{1}{4} \sum_{i,j=1}^3 U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta j} U_{\alpha j}^* \sum_{s,s'=\pm 1} s s' e^{-i(E_i^s - E_j^{s'})x}. \quad (2.34)$$

Отметим, что для получения данных выражений нам не потребовалось использовать явный вид волновых функций стационарных состояний.

Частоты, характеризующие осцилляции нейтрино, определяются выражением

$$E_i^s - E_j^{s'} \approx \frac{\Delta m_{ij}^2}{2p} + (\mu_i s - \mu_j s') B_{\perp}, \quad (2.35)$$

то есть вероятности осцилляций нейтрино в магнитном поле являются комбинацией осцилляций на вакуумных частотах  $\omega_{ij}^{vac} = \Delta m_{ij}^2/4p$  и магнитных частотах  $\omega_i^B = \mu_i B_{\perp}$ .

Выражение (2.33) можно преобразовать к виду:

$$P_{\nu_{\alpha}^L \rightarrow \nu_{\beta}^L}(x) = \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 \cos^2(\mu_i B_{\perp} x) \quad (2.36)$$

$$+ \sum_{i>j} 2 \cos(\mu_i B_{\perp} x) \cos(\mu_j B_{\perp} x) \left[ \operatorname{Re}(A_{ij}^{\alpha\beta}) \cos\left(\frac{\Delta m_{ij}^2}{2p} x\right) + \operatorname{Im}(A_{ij}^{\alpha\beta}) \sin\left(\frac{\Delta m_{ij}^2}{2p} x\right) \right],$$

где введены амплитуды осцилляций  $A_{ij}^{\alpha\beta} = U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta j} U_{\alpha j}^*$ . Данное выражение было впервые получено в нашей работе [52]. Частный случай формулы (2.36) для случая двух флейворов нейтрино был получен в нашей статье [51]. В недавно опубликованной работе других авторов выражение (2.36) было получено в рамках разработанного авторами квантово-полевого подхода к описанию осцилляций нейтрино [22].

Вероятность осцилляций (2.36) сильно упрощается, если предположить, что  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$ . В таком случае:

$$P_{\nu_{\alpha}^L \rightarrow \nu_{\beta}^L}(x) = \cos^2(\mu B_{\perp} x) \left[ \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 + 2 \sum_{i>j} A_{ij}^{\alpha\beta} \cos\left(\frac{\Delta m_{ij}^2}{2p} x\right) \right]. \quad (2.37)$$

Выражение в квадратных скобках является вероятностью флейворных осцилляций нейтрино в вакууме.

Следует особо отметить, что из (2.37), что флейворные осцилляции нейтрино на вакуумной частоте  $\omega_{ij}^{vac} = \Delta m_{ij}^2 / 2p$  модулируются осцилляциями на магнитной частоте  $\omega_i^B = \mu_i B_{\perp}$ . В случае произвольных магнитных моментов картина взаимного влияния осцилляций на вакуумных и магнитных частотах является более сложной.

Теперь мы преобразуем формулы для вероятностей спиновых осцилляций (2.34). Так как правые нейтрино являются стерильными, мы не можем наблюдать состояния  $\nu_{e,\mu,\tau}^R$ . Однако, наблюдаемой величиной может быть дефицит активных левых нейтрино. Поэтому представляет интерес величина суммы вероятностей переходов активного левого нейтрино в правые нейтрино разных флейворов  $P_{\nu_{\alpha}^L \rightarrow \nu^R} = P_{\nu_{\alpha}^L \rightarrow \nu_e^R} + P_{\nu_{\alpha}^L \rightarrow \nu_{\mu}^R} + P_{\nu_{\alpha}^L \rightarrow \nu_{\tau}^R}$ , для которой мы получили

$$P_{\nu_{\alpha}^L \rightarrow \nu^R}(x) = \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 \sin^2(\mu_i B_{\perp} x). \quad (2.38)$$

Таким образом, суммарная вероятность спиновых осцилляций зависит только от магнитных частот  $\omega_i^B = \mu_i B_{\perp}$ , но не от вакуумных частот осцилляций.

Пользуясь выражениями (2.33) и (2.34), можно показать, что

$$\sum_{\beta, h'} P_{\nu_{\alpha}^h \rightarrow \nu_{\beta}^{h'}} = 1, \quad (2.39)$$

то есть сумма вероятностей переходов из некоторого фиксированного начального состояния во все возможные конечные состояния, рассчитанная в рамках

нашего подхода, является единицей. Равенство единице суммы вероятностей всех возможных переходов является следствием унитарности матрицы смешивания  $U_{\alpha i}$ .

Рассмотрим теперь предел нулевого магнитного поля. В случае отсутствия поперечной компоненты магнитного поля спиновый оператор (2.13) переходит в обыкновенный оператор спиральности, а коэффициенты разложения имеют следующую форму:

$$C_{is}^{h'h} = \frac{\delta_{hh'}}{2}(1 + s\xi), \quad (2.40)$$

где  $\xi = B_{\parallel}/|B_{\parallel}|$  - знак проекции продольной компоненты магнитного поля  $\mathbf{B}_{\parallel}$  на импульс нейтрино  $\mathbf{p}$ .

Используя соотношение (2.40), можно показать, что формула (2.36) в случае отсутствия поперечной компоненты магнитного поля сводится к выражению

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta}(x) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>k} \text{Re} (U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta k} U_{\alpha k}^*) \sin^2 \left( \frac{E_i - E_k}{2} \right) x \\ &+ 2 \sum_{i>k} \text{Im} (U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta k} U_{\alpha k}^*) \sin (E_i - E_k) x, \end{aligned} \quad (2.41)$$

где

$$E_i - E_k \approx \frac{(m_i + \mu_i |B_{\parallel}|)^2}{2p} - \frac{(m_k + \mu_k |B_{\parallel}|)^2}{2p}. \quad (2.42)$$

В пределе  $B_{\parallel} \rightarrow 0$  из (2.41) с использованием (2.42) можно получить известную формулу для вероятностей осцилляций нейтрино в вакууме.

### 2.1.3 Вероятности флейворных и спиновых осцилляций нейтрино в магнитном поле: случай двух флейворов

В данном разделе получены выражения для вероятностей флейворных и спиновых осцилляций ультрарелятивистских дираковских нейтрино в магнитном поле для случая двух поколений нейтрино [50, 51, 52, 57]. Для определённости мы также будем предполагать, что изначально в источнике рождается электронное нейтрино.

Матрица смешивания в случае двух флейворов параметризуется следующим образом:

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.43)$$

Заметим, что она не содержит CP-нарушающих фаз, так как для дираковских нейтрино CP-нарушение проявляется только при учёте трёх поколений нейтрино. Однако, в случае майорановских нейтрино матрица смешивания может содержать CP-нарушающую фазу даже в случае двух флейворов нейтрино [164].

Согласно формуле (2.35), вероятности спиновых и флейворных осцилляций нейтрино в магнитном поле представляются в виде суммы осцилляций на следующих частотах [51]

$$\begin{aligned} E_1^+ - E_1^- &= 2\mu_1 B_\perp, \\ E_2^+ - E_2^- &= 2\mu_2 B_\perp, \\ E_2^+ - E_1^+ &= \frac{\Delta m^2}{2p} + (\mu_2 - \mu_1) B_\perp, \\ E_2^- - E_1^- &= \frac{\Delta m^2}{2p} - (\mu_2 - \mu_1) B_\perp, \\ E_2^+ - E_1^- &= \frac{\Delta m^2}{2p} + (\mu_1 + \mu_2) B_\perp, \\ E_2^- - E_1^+ &= \frac{\Delta m^2}{2p} - (\mu_1 + \mu_2) B_\perp, \end{aligned} \quad (2.44)$$

и с амплитудами, определяемыми выражениями (2.31) и (2.32).

Используя формулы (2.33) для вероятности флейворных осцилляций, получаем следующее выражение

$$\begin{aligned} P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^L}(x) = \sin^2 2\theta \left\{ \cos(\mu_1 B_\perp x) \cos(\mu_2 B_\perp x) \sin^2 \frac{\Delta m^2}{4p} x \right. \\ \left. + \sin^2(\mu_+ B_\perp x) \sin^2(\mu_- B_\perp x) \right\}, \end{aligned} \quad (2.45)$$

где введены обозначения  $\mu_\pm = \frac{1}{2}(\mu_1 \pm \mu_2)$ . В пределе нулевого магнитного поля и/или нулевых магнитных моментов формула (2.45) редуцируется к известному выражению для вероятности флейворных осцилляций нейтрино в случае двух флейворов нейтрино.

Для вероятности спиновых осцилляций нейтрино  $\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R$  мы получаем

$$P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R}(x) = \left\{ \sin(\mu_+ B_\perp x) \cos(\mu_- B_\perp x) + \cos 2\theta \sin(\mu_- B_\perp x) \cos(\mu_+ B_\perp x) \right\}^2 - \sin^2 2\theta \sin(\mu_1 B_\perp x) \sin(\mu_2 B_\perp x) \sin^2 \frac{\Delta m^2}{4p} x. \quad (2.46)$$

В этой формуле появились слагаемые, зависящие от частоты вакуумных осцилляций нейтрино  $\omega_{vac} = \frac{\Delta m^2}{4p}$ , которые отсутствовали в выражениях, полученных для случая одного флейвора в работах [7, 9]. В пределе нулевого угла смешивания формула (2.46) редуцируется к

$$P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R} = \sin^2(\mu_1 B_\perp d). \quad (2.47)$$

Таким образом, формула (2.46) является обобщением известного выражения для спиновой прецессии нейтрино в магнитном поле на случай двух флейворов. Отметим, что в формуле (2.47) появилась зависимость только от магнитного момента  $\mu_1$ , так как в пределе нулевого угла смешивания  $\nu_e = \nu_1$ , то есть в отсутствие смешивания электронное нейтрино обладает магнитным моментом  $\mu_1$ . В пределе  $\theta = \frac{\pi}{2}$  можно получить аналогичную формулу, но с заменой  $\mu_1$  на  $\mu_2$ .

Для вероятности осцилляций  $\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^R$  мы имеем:

$$P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^R}(x) = \sin^2 2\theta \left\{ \sin^2(\mu_- B_\perp x) \cos^2(\mu_+ B_\perp x) + \sin(\mu_1 B_\perp x) \sin(\mu_2 B_\perp x) \sin^2 \frac{\Delta m^2}{4p} x \right\}. \quad (2.48)$$

Аналогичная формула была ранее получена в работе [151]. Суммарная вероятность перехода нейтрино  $\nu_e^L$  в стерильные  $\nu_e^R$  и  $\nu_\mu^R$  состояния согласно (2.38) равна

$$P_{\nu_e^L \rightarrow \nu^R}(x) = \cos^2 \theta \sin^2 \mu_1 B x + \sin^2 \theta \sin^2 \mu_2 B x. \quad (2.49)$$

Отметим, что в проведённом нами исследовании [50, 51, 52, 57] мы одновременно учитываем (в отличии от [151]) возможность переходов  $\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R$  и  $\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^R$ .

Для полноты приведём также выражение для вероятности выживания электронного левого нейтрино:

$$P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^L}(x) = \left\{ \cos(\mu_+ B_\perp x) \cos(\mu_- B_\perp x) - \cos 2\theta \sin(\mu_+ B_\perp x) \sin(\mu_- B_\perp x) \right\}^2 - \sin^2 2\theta \cos(\mu_1 B_\perp x) \cos(\mu_2 B_\perp x) \sin^2 \frac{\Delta m^2}{4p} x. \quad (2.50)$$

В предельных случаях  $\theta = 0$  и  $\theta = \frac{\pi}{2}$  оно переходит в

$$P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^L} = 1 - \sin^2(\mu_1 B_\perp x) \quad (\text{случай } \theta = 0), \quad (2.51)$$

$$P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^L} = 1 - \sin^2(\mu_2 B_\perp x) \quad \left(\text{случай } \theta = \frac{\pi}{2}\right). \quad (2.52)$$

то есть  $P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^L} = 1 - P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R}$ .

Используя выражения (2.45), (2.46), (2.48) и (2.50), можно показать, что

$$P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^L} + P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R} + P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^R} + P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^L} = 1, \quad (2.53)$$

то есть условие (2.39) действительно выполняется.

Применим полученные нами результаты для конкретного случая  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ . Как показано ниже, в этом случае формулы (2.45), (2.46), (2.48) и (2.50) несколько упрощаются.

Рассмотрим для начала вероятность спин-флейворных осцилляций нейтрино в магнитном поле  $\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^R$ . В работе [16] данная вероятность осцилляций вычислена в приближении двух возможных состояний нейтрино:  $\nu_e^L$  и  $\nu_\mu^R$ . В таком случае вероятность осцилляций оказывается пропорциональной переходному магнитному моменту нейтрино во флейворном базисе  $\mu_{e\mu} = \frac{1}{2}(\mu_1 - \mu_2) \sin 2\theta$ , то есть одновременное изменение спина и флейвора нейтрино происходит за счёт переходного магнитного момента во флейворном базисе. Данная вероятность равна нулю в случае равенства двух магнитных моментов  $\mu_1$  и  $\mu_2$ . Однако, вычисленная нами вероятность (2.48) ненулевая и равна

$$P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^R}(x) = \sin^2(\mu B_\perp x) \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta m^2}{4p} x. \quad (2.54)$$

Её можно переписать в виде произведения

$$P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^R} = P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^L}^{cust} P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R}^{cust}, \quad (2.55)$$

где

$$P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R}^{cust} = \sin^2(\mu B_\perp x), \quad (2.56)$$

а  $P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^L}^{cust}$  обозначает вероятность флейворных осцилляций нейтрино

$$P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^L}^{cust} = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta m^2}{4p} x. \quad (2.57)$$

Таким образом, полученная нами формула для вероятности спин-флейворных осцилляций в пределе равных магнитных моментов разбивается на

произведение двух вероятностей: вероятность изменения флейвора нейтрино и вероятность переворота спина. Переход из состояния  $\nu_e^L$  в состояние  $\nu_\mu^R$  может быть интерпретирован как последовательный переход  $\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^L \rightarrow \nu_\mu^R$ . Так как в работе [16] при описании эволюции нейтрино рассматривались только два состояния  $\nu_e^L$  и  $\nu_\mu^R$  и не учитывалась возможность последовательного перехода  $\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^L \rightarrow \nu_\mu^R$ , то вычисленная там вероятность осцилляций равна нулю в случае  $\mu_1 = \mu_2$ . Используемый в работе [16] подход может быть справедлив в случае, когда осцилляции возможны только между двумя состояниями нейтрино, а в остальных каналах они существенно подавлены.

Аналогичным образом мы можем упростить вероятность флейворных осцилляций нейтрино в магнитном поле  $\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^L$ :

$$P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^L} = (1 - \sin^2(\mu B_\perp x)) \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta m^2}{4p} x = \left(1 - P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R}^{cust}\right) P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^L}^{cust}. \quad (2.58)$$

Видим, что известное выражение для вероятности вакуумных флейворных осцилляций модифицируется фактором  $1 - P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R}^{cust}$ , который можно интерпретировать как вероятность того, что спин нейтрино не изменил своего направления в присутствии магнитного поля.

Аналогичный множитель  $1 - P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^L}^{cust}$  появляется в выражении для спиновых осцилляций  $\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R$ :

$$\begin{aligned} P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R} &= \left[1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2}{4p} x\right)\right] \sin^2(\mu B_\perp x) \\ &= \left(1 - P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^L}^{cust}\right) P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R}^{cust}. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Вероятность выживания электронного левого нейтрино  $P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^L}$  выражается через произведение вероятностей сохранения флейвора и сохранения спиральности:

$$\begin{aligned} P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^L} &= (1 - \sin^2(\mu B_\perp x)) \left[1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2}{4p} x\right)\right] = \\ &= \left(1 - P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^L}^{cust}\right) \left(1 - P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R}^{cust}\right). \end{aligned} \quad (2.60)$$

Таким образом, мы показали, что вероятности осцилляций осцилляций нейтрино в магнитном поле представляют собой наложение вероятностей процессов флейворных и спиновых осцилляций. В случае  $\mu_1 \neq \mu_2$  формулы несколько усложняются, однако в целом имеют всё те же отличительные черты, что были описаны выше, а именно:

- 1) вероятность флейворных осцилляций в магнитном поле начитает зависеть от магнитной частоты  $\omega_i^B = \mu_i B_\perp$ ,
- 2) вероятности спиновых и спин-флейворных осцилляций приобретают зависимость от частоты флейворных осцилляций  $\omega_{ij}^{vac} = \Delta m_{ij}^2 / 2p$ ,
- 3) вероятность спин-флейворных осцилляций остаётся ненулевой даже в случае  $\mu_1 = \mu_2$ .

## 2.2 Осцилляции нейтрино в межзвёздном магнитном поле

В этом разделе рассматриваются осцилляции нейтрино в межзвёздном магнитном поле [50, 51, 52, 57]. Известно, что магнитные поля существуют на астрофизических масштабах. Магнитные поля галактик достигают  $\sim 10 \div 100$  микрогаусс и наблюдаются на масштабах десятков килопарсек [157]. В галактических кластерах также обнаружены магнитные поля порядка 1 микрогаусс [158].

Для характерных длин спиновых и флейворных осцилляций в магнитном поле можно получить оценки

$$L_i^B = \frac{\pi}{\mu_i B_\perp} = 2.17 \cdot \left( \frac{B}{\text{мкГс}} \right)^{-1} \left( \frac{\mu_i}{10^{-11} \mu_B} \right)^{-1} \text{ кпк.} \quad (2.61)$$

$$L_{ij}^{vac} = \frac{4\pi p}{\Delta m_{ij}^2} = 5.02 \cdot \left( \frac{\Delta m_{ij}^2}{\text{эВ}^2} \right)^{-1} \left( \frac{p}{\text{ГэВ}} \right) \cdot 10^{-13} \text{ пк.} \quad (2.62)$$

Из приведённой выше оценки для длины осцилляций в магнитном поле  $L_i^B$  следует, что при характерной напряжённости галактического магнитного поля, флейворные и спиновые осцилляции на магнитных частотах могут наблюдаться на галактических масштабах при величинах магнитного момента нейтрино от  $\sim 10^{-13} \mu_B$  и выше.

Источниками нейтрино в нашей Галактике может выступать множество объектов, в частности взрывы сверхновых, сверхмассивная чёрная дыра в центре Галактики, остатки сверхновых, пульсары и другие. Из приведённого в этой главе исследования следует, что взаимодействие нейтрино от этих источников с галактическим магнитным полем может привести к значительной модификации

флейворного состава потоков нейтрино при величинах магнитного момента нейтрино от  $10^{-13}\mu_B$  и выше. При распространении нейтрино от внегалактических источников значимые эффекты могут возникнуть и при меньших величинах магнитных моментов.

На Рисунке 2.1 приведена зависимость вероятности осцилляций нейтрино с энергией 10 ЭэВ (то есть  $10^{19}$  эВ) в галактическом магнитном поле на масштабе парсек. Указанная энергия выбрана для иллюстративных целей и соответствует нейтрино сверхвысоких энергий, которые не обнаружены на данный момент, но являются предметом поисков будущих нейтринных экспериментов.

В рассматриваемом здесь нами случае вероятность осцилляций совпадает с вакуумной, так как на масштабах  $\sim 1$  парсек эффекты взаимодействия с магнитным полем не проявляются в соответствии с (2.36) и (2.61).

На Рисунке 2.2 приведена зависимость вероятности осцилляций нейтрино с энергией 10 ЭэВ в галактическом магнитном поле на масштабе сотен парсек. Видно, что флейворные осцилляции на вакуумных частотах  $\omega_{ij}^{vac} = \Delta m_{ij}^2/2p$  модулируются осцилляциями на магнитных частотах  $\omega_i^B = \mu_i B_{\perp}$  в соответствии с формулой (2.37).

Ранее мы рассматривали только случай, когда три магнитных момента нейтрино равны. Однако, на данный момент нет ни теоретических, ни экспериментальных указание на равенство магнитных моментов. На Рисунке 2.3 мы приводим зависимость вероятности осцилляций нейтрино с энергией 10 ЭэВ в галактическом магнитном поле в случае магнитных моментов нейтрино для другого соотношения магнитных моментов нейтрино, а именно  $\mu_1 = 10^{-12}\mu_B$ ,  $\mu_2 = 2 \times 10^{-12}\mu_B$  и  $\mu_3 = 2 \times 10^{-12}\mu_B$ . В данном случае картина осцилляций нейтрино в магнитном поле значительно усложняется по сравнению со случаем, показанным на Рисунке 2.1. Однако, общая закономерность сохраняется: вероятность является суммой осцилляцией на магнитных и вакуумных частотах.

На Рисунке 2.4 показана вероятность спиновых осцилляций нейтрино в галактическом магнитном поле. Рассмотрены случаи  $\mu_2/\mu_1 = 1$  и  $\mu_2/\mu_1 = 2$  при фиксированной величине  $\mu_1 = 10^{-12}\mu_B$ . Величина магнитного момента  $\mu_3$  в данном случае не важна, так как в соответствии с формулой (2.38) слагаемое с  $\mu_3$  подавлено малым множителем  $|U_{e3}|^2 \approx 0.02$ .

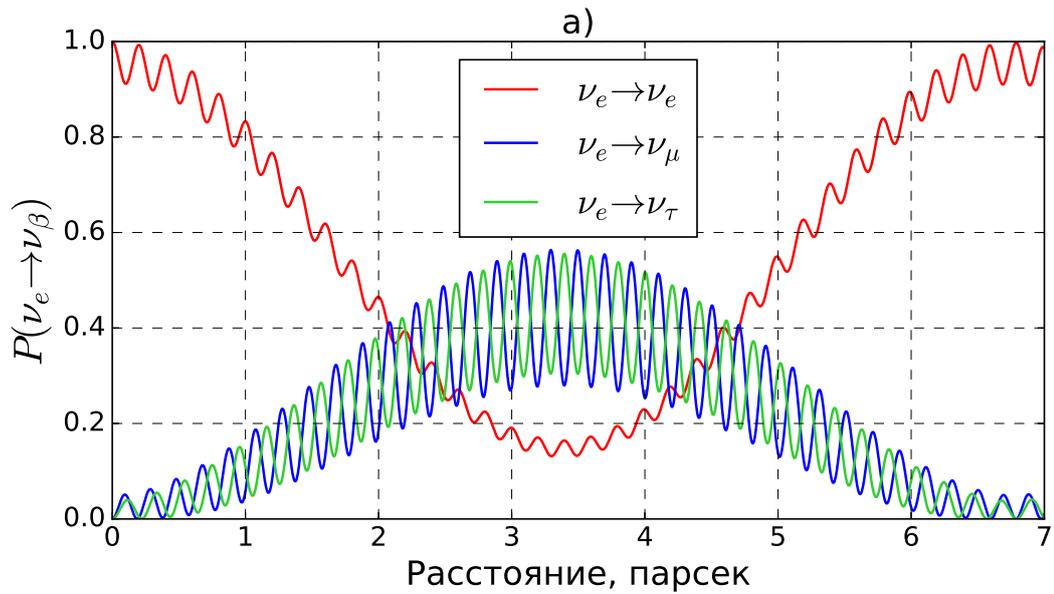


Рисунок 2.1 — Вероятности флейворных осцилляций нейтрино в галактическом магнитном поле. Случай  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ .

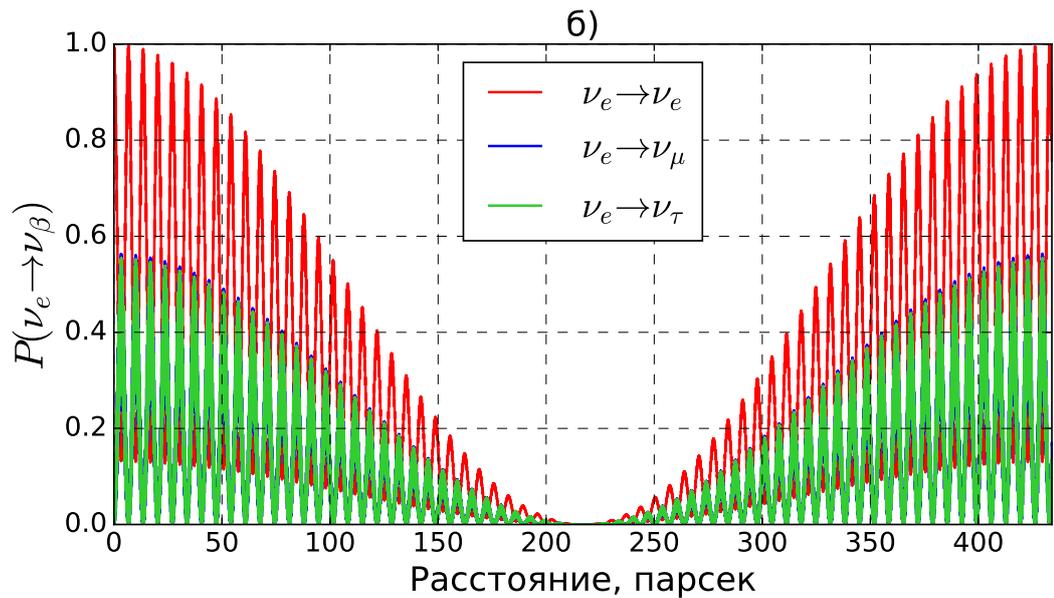


Рисунок 2.2 — Вероятности флейворных осцилляций нейтрино в галактическом магнитном поле. Случай  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ .

### 2.3 Выводы

В Главе 2 диссертации разработан и применён новый подход к описанию процессов флейворных, спиновых и спин-флейворных осцилляций нейтрино во

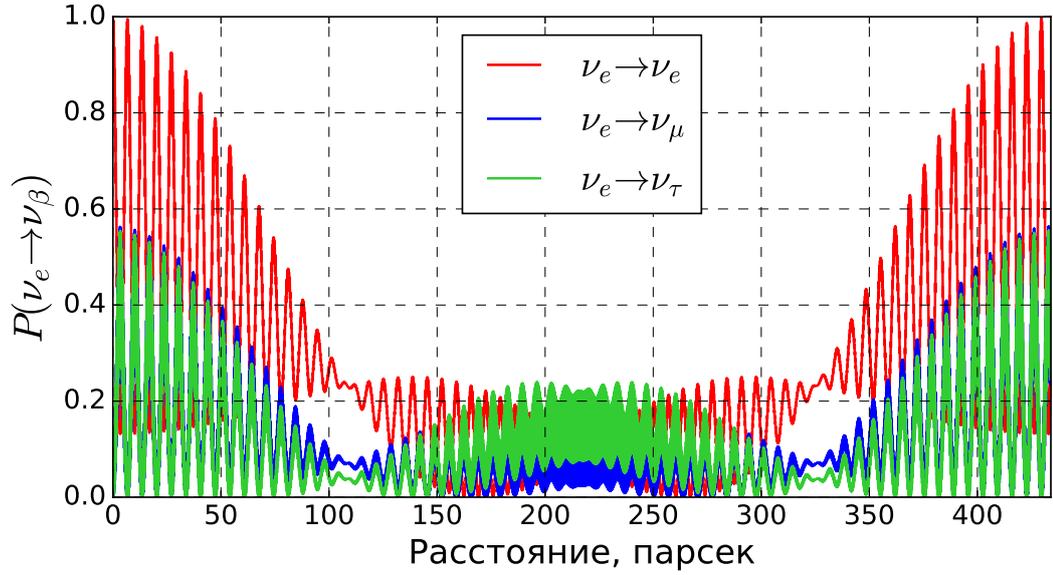


Рисунок 2.3 — Вероятности флейворных осцилляций нейтрино в галактическом магнитном поле. Случай  $\mu_1 = 10^{-12}\mu_B$ ,  $\mu_2 = 2 \times 10^{-12}\mu_B$  и  $\mu_3 = 2 \times 10^{-12}\mu_B$

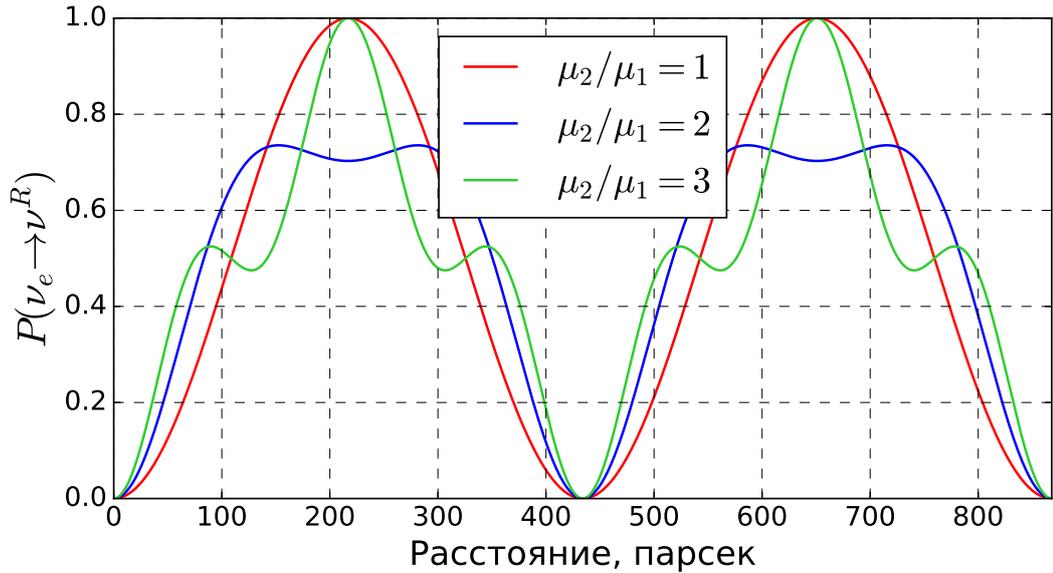


Рисунок 2.4 — Вероятности спиновых осцилляций нейтрино в галактическом магнитном поле.

внешнем магнитном поле. Наш подход основан на использовании стационарных решений уравнения Дирака в магнитном поле для описания эволюции потоков нейтрино. Для классификации стационарных состояний мы используем спиновый оператор, который является интегралом движения. Нами получены общие формулы для вероятности осцилляций, справедливые для произвольной пара-

метризации матрицы смешивания и, вообще говоря, произвольного количества типов нейтрино.

На основе полученных общих формул нами проанализированы явные выражения для вероятностей флейворных, спиновых и спин-флейворных осцилляций дираковских нейтрино в магнитном поле в случае двух и трёх поколений нейтрино. Выявлены новые характерные особенности в осцилляциях нейтрино. Показано, что в общем случае флейворные осцилляции в магнитном поле на вакуумных частотах  $\omega_{ij}^{vac} = \Delta m_{ij}^2/2p$  модулируются осцилляциями на магнитных частотах  $\omega_i^B = \mu_i B_{\perp}$ .

В качестве примера реализации открытых новых закономерностей нами рассмотрен случай осцилляций нейтрино в галактическом магнитном поле. Показано, что влияние магнитного поля Галактики на осцилляции нейтрино может существенно модифицировать флейворный состав потоков нейтрино, которые могут наблюдаться в наземных лабораториях. Результаты данной главы изложены в наших работах [50, 51, 52, 57].

### Глава 3. Осцилляции нейтрино в магнитном поле сверхновой и CP-нарушение

В данном разделе мы исследуем влияние ненулевых дираковских и майорановских CP-нарушающих фаз на осцилляции нейтрино в магнитном поле сверхновой. Результаты данной главы опубликованы в наших работах [55, 56]. Рассматривается случай как дираковских, так и майорановских нейтрино. Показано, что для случая майорановских нейтрино в присутствии сильных магнитных полей и плотной материи, ненулевые CP-нарушающие фазы могут индуцировать новые резонансы, в частности в канале осцилляций  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ . Мы также рассматриваем другие возможные каналы осцилляций. Наличие данных резонансов может привести к новым явлениям в осцилляциях нейтрино, доступным для наблюдения в экспериментах. В частности, мы показываем, что осцилляции нейтрино-антинейтрино в сочетании с майорановским CP-нарушением могут повлиять на соотношение  $\bar{\nu}_e/\nu_e$  для нейтринных потоков, исходящих от взрыва сверхновой. Таким образом, изучение потоков нейтрино от сверхновых в будущих экспериментах, таких как JUNO, DUNE и Hyper-Kamiokande, может дать представление о природе CP-нарушения и природе массы нейтрино.

Наличие CP-симметрии подразумевает, что уравнения движения системы остаются инвариантными при CP-преобразовании, то есть комбинации преобразований зарядового сопряжения (C) и пространственной чётности (P). В 1964 году наблюдение распада нейтрального каона [159] подтвердило, что CP-симметрия нарушается в слабых взаимодействиях, тем самым открыв обширную область исследований CP-нарушения.

В настоящее время CP-нарушение является темой интенсивных исследований в физике элементарных частиц, а также имеет важные последствия в космологии. В 1967 году А.Д. Сахаров показал, что существование CP-нарушения является необходимым условием для генерации барионной асимметрии посредством бариогенеза в ранней Вселенной [160]. Обзор возможных сценариев бариогенеза можно найти в [161].

На данный момент CP-нарушение в кварковом секторе хорошо исследовано. Количественно оно описывается CP-нарушающей фазой в матрице смешивания кварков - матрице Кабиббо-Кобаяши-Маскавы. Величина CP-нару-

шения выражается инвариантом Ярлског  $\mathcal{J}_{CKM} = (3.18 \pm 0.15) \times 10^{-5}$  [71], который слишком мал, чтобы вызвать бариогенезис на масштабе электро-слабого фазового перехода [161]. Однако, в дополнение к экспериментально подтвержденному CP-нарушению в кварковом секторе, может существовать CP-нарушение в лептонном, или же нейтринном, секторе (см. [75] для обзора). Лептонное CP-нарушение играет важную роль в бариогенезе посредством сценариев лептогенеза [162].

Лептонное CP-нарушение чрезвычайно трудно обнаружить из-за слабости нейтринных взаимодействий. На данный момент лучшие ограничения на величину дираковской CP-нарушающей фазы получены коллаборациями T2K [45] и NOvA [46]. Ограничение, полученное в результате глобального анализа данных, приведено в Таблице 1. Будущие эксперименты, такие как DUNE и Hyper-Kamiokande, должны значительно улучшить эти результаты.

Свойства CP-нарушения в нейтринном секторе зависят от того, является ли нейтрино дираковской или майорановской частицей. Матрица смешивания нейтрино в стандартной параметризации имеет следующий вид

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\alpha_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

где  $\delta$  - дираковская CP-нарушающая фаза, а дополнительные фазы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  называют майорановскими CP-нарушающими фазами. Майорановские фазы появляются только если нейтрино являются майорановскими частицами.

Как было показано в работах [72, 73], майорановские CP-нарушающие фазы невозможно измерить в экспериментах, изучающих флейворные осцилляции нейтрино (см. также [163, 164] для недавнего обсуждения этой проблемы). Тем не менее, в работе [165] авторы показали, что в принципе возможно измерить майорановские CP-нарушающие фазы в осцилляциях нейтрино-антинейтрино, вызванных наличием у нейтрино ненулевой массы. Однако, вероятность данного процесса подавлена множителем  $m_\nu^2/E^2$ , где  $m_\nu$  - масса нейтрино, а  $E$  - его энергия, поэтому наблюдение такого процесса является чрезвычайно сложным. В настоящее время эксперименты по безнейтринному двойному бета-распаду считаются наиболее реалистичным способом определения природы массы нейтрино и измерения майорановских CP-нарушающих фаз.

В этой главе мы изучаем осцилляции нейтрино-антинейтрино, порождаемые взаимодействием с магнитным полем в астрофизических средах, и ищем возможные проявления CP-нарушающих фаз в потоках нейтрино от сверхновых [55, 56]. Ниже мы покажем, что CP-нарушающие эффекты действительно могут повлиять на осцилляции нейтрино в сверхновых. Следовательно, наблюдение потоков нейтрино от сверхновых будущими экспериментами потенциально может помочь как определить природу массы нейтрино, так и предоставить дополнительную информацию о CP-нарушающих фазах.

### 3.1 Взаимодействие дираковских и майорановских нейтрино с веществом и магнитным полем

В этом разделе мы кратко опишем теорию майорановских нейтрино и их взаимодействий (см. например [63]). Известно, что произвольный дираковский спинор может быть представлен как сумма двух независимых компонент с различной киральностью:

$$\Psi_D = \Psi_L + \Psi_R. \quad (3.2)$$

Дираковский спинор имеет четыре степени свободы. В рамках майорановской теории фермионов предполагается, что левая и правая компоненты поля не являются независимыми и удовлетворяют соотношению  $\Psi_R = (\Psi_L)^c$ . Таким образом, майорановский спинор имеет следующий вид

$$\Psi_M = \Psi_L + (\Psi_L)^c = \begin{pmatrix} i\sigma_2 \xi_i^* \\ \xi_i \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

где  $\xi_i$  - двухкомпонентные спиноры. Майорановское поле имеет только две степени свободы. Для него выполняется соотношение

$$\Psi_M^c = \Psi_M, \quad (3.4)$$

которое означает, что майорановские фермионы являются истинно нейтральными частицами. В частности, они не могут обладать электрическим зарядом.

Массовое слагаемое майорановского типа  $\mathcal{L}_m$  вводится следующим образом

$$-\mathcal{L}_m = i\frac{m_i}{2}(\xi_i^T \sigma_2 \xi_i - \xi_i^\dagger \sigma_2 \xi_i^*). \quad (3.5)$$

Отметим, что в рамках классической теории поля майорановское массовое слагаемое (3.5) зануляется, если мы считаем компоненты биспинора  $(\xi_i)_a$  коммутирующими переменными. Чтобы избежать этой проблемы, предполагают, что компоненты  $(\xi_i)_a$  являются грассмановыми, то есть антикоммутирующими переменными [166]. Кроме того, в работах [23, 24, 25] показано, что классическая теория массивных майорановских нейтрино может быть корректно построена в рамках гамильтонова формализма без использования грассмановых переменных.

Майорановское массовое слагаемое нейтрино может быть сгенерировано с помощью так называемого качельного механизма, который естественным образом возникает в низкоэнергетическом пределе некоторых теорий, выходящих за рамки Стандартной модели [167]. Интересной особенностью майорановского массового слагаемого является то, что оно нарушает суммарное лептонное число на две единицы, что делает возможными процессы с нарушением сохранения лептонного числа, такие как двойной безнейтринный бета-распад  $(0\nu\beta\beta)$ . Эксперименты по поиску двойного безнейтринного бета-распада потенциально чувствительны к разнице фаз майорановских CP-нарушающих фаз  $\alpha_1 - \alpha_2$  [75].

Майорановское условие  $\nu_i^c = \nu_i$  накладывает существенные ограничения на структуру полей флейворных нейтрино. В отличие от случая дираковских нейтрино, когда матрица смешивания для правой составляющей поля может быть записана произвольным образом, поскольку правые нейтрино стерильны, для майорановских нейтрино выполняются следующие соотношения

$$\nu_\alpha^L = \sum_i U_{\alpha i} \nu_i^L, \quad (3.6)$$

$$\nu_\alpha^R = (\nu_\alpha^L)^c = \sum_i U_{\alpha i}^* (\nu_i^L)^c, \quad (3.7)$$

и

$$\nu_\alpha = \nu_\alpha^L + \nu_\alpha^R = \sum_i U_{\alpha i} \nu_i^L + \sum_i U_{\alpha i}^* (\nu_i^L)^c, \quad (3.8)$$

где  $\alpha = e, \mu, \tau$ . Таким образом, матрица смешивания для правых полей в майорановской теории нейтрино является комплексно сопряжённой к матрице смешивания левых полей. Это объясняется тем фактом, что левые поля описывают нейтрино  $\nu_\alpha^L$ , а правые - антинейтрино  $(\nu_\alpha^L)^c$ . Очевидно, что флейворные поля как и массовые удовлетворяют майорановскому условию  $\nu_\alpha^c = \nu_\alpha$ .

Теперь рассмотрим взаимодействие майорановских нейтрино с магнитным полем и веществом. Известно, что массивные нейтрино должны обладать ненулевым аномальным магнитным моментом и, следовательно, взаимодействовать с магнитным полем. Взаимодействие дираковских нейтрино с магнитным полем рассматривалось в Главе 2. Оно описывается лагранжианом

$$\mathcal{L}_{mag}^D = \sum_{i,k} \frac{\mu_{ik}}{2} \left[ \overline{\nu}_i^R \sigma_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \nu_k^L + \overline{\nu}_i^L \sigma_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \nu_k^R \right] \quad (3.9)$$

$$= \sum_{\alpha,\beta} \frac{\mu_{\alpha\beta}}{2} \left[ \overline{\nu}_\alpha^R \sigma_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \nu_\beta^L + \overline{\nu}_\alpha^L \sigma_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \nu_\beta^R \right]. \quad (3.10)$$

В случае дираковских нейтрино взаимодействие с магнитным полем вызывает спиновую прецессию, которая изучалась ранее в Главе 2. В случае майорановских нейтрино взаимодействие с магнитным полем описывается лагранжианом следующего вида

$$\mathcal{L}_{mag}^M = \sum_{i,k} \frac{\mu_{ik}}{2} \left[ \overline{(\nu_i^L)^c} \sigma_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \nu_k^L + \overline{\nu}_i^L \sigma_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} (\nu_k^L)^c \right] \quad (3.11)$$

$$= \sum_{\alpha,\beta} \frac{\mu_{\alpha\beta}}{2} \left[ \overline{(\nu_\alpha^L)^c} \sigma_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \nu_\beta^L + \overline{\nu}_\alpha^L \sigma_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} (\nu_\beta^L)^c \right]. \quad (3.12)$$

Из формы лагранжиана ясно, что взаимодействие с магнитным полем может индуцировать осцилляции нейтрино-антинейтрино  $\nu_\alpha \leftrightarrow \bar{\nu}_\beta$ . Как было сказано ранее, майорановское условие накладывает определённые ограничения на магнитные моменты нейтрино. Поскольку майорановское нейтрино является истинно нейтральной частицей, оно не может обладать диагональными электрическими и магнитными дипольными форм-факторами. Однако возможны недиагональные электромагнитные характеристики, в частности, переходные магнитные моменты. Матрица магнитных моментов майорановского нейтрино  $\mu_{ik}$  является антисимметричной и эрмитовой, а следовательно имеет только недиагональные элементы, которые являются чисто мнимыми величинами, то есть  $\mu_{ik}^M = i\mu_{ik} = -\mu_{ki}^M$  для  $i \neq k$ .

Матрицы магнитных моментов дираковских и майорановских нейтрино можно параметризовать следующим образом

$$\mu^D = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{12} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{13} & \mu_{23} & \mu_{33} \end{pmatrix}, \quad \mu^M = \begin{pmatrix} 0 & i\mu_{12} & i\mu_{13} \\ -i\mu_{12} & 0 & i\mu_{23} \\ -i\mu_{13} & -i\mu_{23} & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

Рассмотрим теперь взаимодействие нейтрино с веществом. Как было сказано в Главе 1, взаимодействие нейтрино с веществом описываются лагранжианом

$$\mathcal{L}_{mat} = \sum_{\alpha} V_{\alpha}^{(f)} \bar{\nu}_{\alpha} \gamma_0 \frac{(1 + \gamma_5)}{2} \nu_{\alpha}, \quad (3.14)$$

где

$$V^{(f)} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \text{diag} (n_n - 2n_e, n_n, n_n) \quad (3.15)$$

есть потенциал Вольфенштейна, которой описывает взаимодействие нейтрино с электрически нейтральной неподвижной материей, состоящей из электронов, протонов и нейтронов. Поскольку для майорановских полей выполняется соотношение  $\bar{\Psi} \gamma_{\mu} \Psi = 0$ , то для майорановских нейтрино нужно заменить  $(1 + \gamma_5)$  на  $\gamma_5$  в лагранжиане (3.14). Тогда лагранжиан взаимодействия с веществом принимает следующую форму для майорановских и дираковских нейтрино, соответственно:

$$\mathcal{L}_{mat}^M = - \sum_{\alpha} \frac{V_{\alpha}^{(f)}}{2} \left[ \bar{\nu}_{\alpha}^L \gamma_0 \nu_{\alpha}^L - (\bar{\nu}_{\alpha}^L)^c \gamma_0 (\nu_{\alpha}^L)^c \right], \quad (3.16)$$

$$\mathcal{L}_{mat}^D = - \sum_{\alpha} \frac{V_{\alpha}^{(f)}}{2} \bar{\nu}_{\alpha}^L \gamma_0 \nu_{\alpha}^L. \quad (3.17)$$

Хорошо известно [72, 73] что, в процессах флейворных осцилляций нельзя различить дираковские и майорановские нейтрино. Однако, электромагнитные характеристики дираковских и майорановских нейтрино существенно различаются. Кроме того, взаимодействие дираковских нейтрино с магнитным полем приводит к переходу нейтрино в стерильные состояния, а в майорановском случае к переходу нейтрино в антинейтрино. Поэтому мы можем ожидать, что взаимодействие нейтрино с сильными магнитными полями астрофизических объектов может привести к разным закономерностям в их осцилляциях для дираковского и майорановского случаев. В частности, следуя работе [165], в которой рассмотрено CP-нарушение в осцилляциях нейтрино-антинейтрино, мы можем ожидать появление нетривиальных эффектов в случае наличия ненулевых майорановских CP-нарушающих фаз.

Ранее CP-нарушение в осцилляциях нейтрино от сверхновых рассматривалось без учёта эффектов взаимодействия с магнитным полем в работах [17, 18]. Было показано, что величина дираковской CP-нарушающей фазы может повлиять на потоки нейтрино от сверхновых  $\nu_e$  и  $\bar{\nu}_e$  только в том случае, если потоки

мюонных и тау-нейтрино (антинейтрино) различаются на нейтриносфере. В работе [32] рассматривались осцилляции майорановских нейтрино в магнитном поле сверхновой с учётом дираковской CP-нарушающей фазы, однако майорановские CP-нарушающие фазы учтены не были. Авторы не обнаружили значительных эффектов, связанных с наличием CP-нарушающей фазы  $\delta$ .

Ниже мы покажем следуя работам [55, 56], что наличие майорановских CP-нарушающих фаз может значительно повлиять на эволюцию потоков нейтрино в сверхновых. Для расчёта вероятностей осцилляций нейтрино мы обобщим формализм, ранее развитый в Главе 2, на случай майорановских нейтрино.

### 3.2 Вероятности осцилляций нейтрино в магнитном поле и веществе сверхновой

В этом разделе мы обобщаем формализм, разработанный в Главе 2, чтобы учесть взаимодействие нейтрино с веществом и возможность наличия у них переходных магнитных моментов. Учёт переходных магнитных моментов особенно важен для случая майорановских нейтрино. Используя лагранжианы (3.11) и (3.16), можно получить [25, 55] следующие уравнения, описывающие эволюцию нейтрино, взаимодействующего с веществом и магнитным полем:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_i)\hat{\nu}_i(x) - \sum_k (\mu_{ik} \Sigma \mathbf{B} + V_{ik}^{(m)} \gamma^0 \gamma_5) \hat{\nu}_k(x) = 0, \quad (3.18)$$

где  $V^{(m)} = U^\dagger V^{(f)} U$  - потенциал вещества в базисе массивных нейтрино, а  $V^{(f)}$  - потенциал Вольфенштейна (3.15). Очевидно, что при наличии ненулевой плотности электронной компоненты вещества  $n_e$  и/или переходных магнитных моментов, три уравнения системы (3.18) не являются независимыми. Это является следствием того факта, что при указанных выше условиях массовые состояния нейтрино не являются стационарными состояниями.

Отметим, что указанное выше уравнение записано для оператора поля  $\hat{\nu}_i$ , а не для классического  $c$ -числового поля. Можно показать, что классический аналог уравнения (3.18) для случая майорановских нейтрино не имеет решений в виде плоских волн, что затрудняет одночастичную интерпретацию теории. Для получения одночастичной интерпретации теории майорановских нейтрино

необходимо проведение вторичного квантования [166, 168]. При этом одночастичная волновая функция задаётся следующим соотношением:

$$\mathbf{v}_i^h(\mathbf{x}, t) = \langle 0 | \hat{\mathbf{v}}_i(\mathbf{x}, t) | i, h, \mathbf{p} \rangle, \quad (3.19)$$

где  $|i, h, \mathbf{p}\rangle$  - одночастичное состояние массивного нейтрино с массой  $i$ , спиральностью  $h$  и импульсом  $\mathbf{p}$ .

Одночастичные волновые функции (3.19) являются решениями следующего уравнения, которое имеет решения в виде плоских волн:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}(x) = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{pmatrix} \mathbf{v}(x), \quad (3.20)$$

где введён столбец массовых состояний нейтрино  $\mathbf{v} = (\mathbf{v}_1^L, \mathbf{v}_2^L, \mathbf{v}_3^L)^T$  и гамильтониан

$$H_{ik} = \delta_{ik} \gamma_0 \boldsymbol{\gamma} \mathbf{p} + m_i \delta_{ik} \gamma_0 + \mu_{ik} \gamma_0 \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{B} + V_{ik}^{(m)} \gamma_5. \quad (3.21)$$

Вероятности осцилляций нейтрино могут быть записаны как

$$P_{\mathbf{v}_\alpha^s \rightarrow \mathbf{v}_\beta^{s'}}(x) = |\langle \mathbf{v}_\beta^{s'}(0) | \mathbf{v}_\alpha^s(x) \rangle|^2 = \left| \sum_{i,k} \left( U_{\beta k}^{s'} \right)^* U_{\alpha i}^s \langle \mathbf{v}_k^{s'}(0) | \mathbf{v}_i^s(x) \rangle \right|^2, \quad (3.22)$$

где  $\mathbf{v}_\alpha$  и  $\mathbf{v}_\beta$  - флейворные состояния нейтрино, а  $U^s$  - матрицы смешивания для левокиральных ( $s = L$ ) и правокиральных ( $s = R$ ) нейтрино. Как и в предыдущем разделе, мы будем рассматривать ультрарелятивистское нейтрино, движущееся вдоль оси  $x$ . Для случая майорановских нейтрино матрицы смешивания левых и правых полей связаны комплексным сопряжением, то есть  $U^L = U$ ,  $U^R = U^*$ . Для дираковских нейтрино матрица смешивания правых нейтрино  $U^R$  может быть выбрана произвольным образом. Как и в Главе 2, мы для удобства расчётов будем предполагать, что  $U^R = U^L = U$  в дираковском случае.

Далее нашей задачей будет вычислить амплитуды переходов  $\langle \mathbf{v}_k^{s'}(0) | \mathbf{v}_i^s(x) \rangle$ . Отметим, что в отличие от формулы (2.19), в формулу (3.22) входят слагаемые с индексами  $i \neq k$ . Это является следствием упомянутой выше нестационарности массовых состояний нейтрино.

Введём волновые функции, описывающие массовые состояния нейтрино с определенной спиральностью

$$\begin{aligned}
|\psi_1^L\rangle &= \begin{pmatrix} |L\rangle \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & |\psi_1^R\rangle &= \begin{pmatrix} |R\rangle \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\
|\psi_2^L\rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ |L\rangle \\ 0 \end{pmatrix}, & |\psi_2^R\rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ |R\rangle \\ 0 \end{pmatrix}, \\
|\psi_3^L\rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ |L\rangle \end{pmatrix}, & |\psi_3^R\rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ |R\rangle \end{pmatrix},
\end{aligned} \tag{3.23}$$

где  $|L\rangle$  и  $|R\rangle$  являются собственными векторами оператора спиральности  $\Sigma\mathbf{p}/p$ .

В этом разделе мы рассматриваем нейтрино, рождающиеся при взрывах сверхновых, которые имеют энергии порядка 10 МэВ [118]. Учитывая ограничение сверху на массу нейтрино  $m_\nu < 0.8$  эВ, полученное коллаборацией KATRIN [84], мы можем пользоваться ультрарелятивистским приближением и, следуя формуле (2.30), записать

$$|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{3.24}$$

Формальное решение уравнения эволюции (3.20) с начальными состояниями, определяемыми формулами (3.23), записывается в виде

$$|\psi_i^L(x)\rangle = e^{-iHx} |\psi_i^L\rangle. \tag{3.25}$$

Здесь индексы  $i$  и  $L$  указывают на то, что в начальный момент времени состояние определялось начальным условием (3.23). Поскольку массовое состояние нейтрино с определённой спиральностью, вообще говоря, не является стационарным квантовым состоянием, для  $x > 0$  состояние  $|\psi_i^L(x)\rangle$  не является массовым состоянием нейтрино с массой  $m_i$  с определённой спиральностью. Используя уравнение (3.25), мы можем выразить искомые амплитуды переходов как

$$\langle \mathbf{v}_k^{s'}(0) | \mathbf{v}_i^s(x) \rangle = \langle \psi_k^{s'} | \psi_i^s(x) \rangle. \tag{3.26}$$

Для вычисления этих амплитуд мы обобщим подход, разработанный в статье [51] и описанный в Главе 2. Для этого мы используем спектральное разложение гамильтониана в виде

$$H = \sum_n E_n |n\rangle \langle n|, \quad H |n\rangle = E_n |n\rangle, \quad (3.27)$$

где  $|n\rangle$  - собственные векторы гамильтониана. В таком случае для оператора эволюции мы можем записать

$$e^{-iHx} = \sum_n e^{-iE_n x} |n\rangle \langle n| = \sum_n e^{-iE_n x} P_n, \quad (3.28)$$

где были введены проекторы на стационарные состояния

$$P_n = |n\rangle \langle n|. \quad (3.29)$$

Амплитуды переходов между массивными состояниями нейтрино с определенной спиральностью могут быть представлены в виде разложения по плоским волнам

$$\langle \nu_k^{s'}(0) | \nu_i^s(x) \rangle = \sum_n \langle \psi_k^{s'} | P_n | \psi_i^s \rangle e^{-iE_n x} = \sum_n C_{nki}^{ss'} e^{-iE_n x}, \quad (3.30)$$

где были введены коэффициенты

$$C_{nki}^{ss'} = \langle \psi_k^{s'} | P_n | \psi_i^s \rangle. \quad (3.31)$$

Используя (3.31), мы можем получить следующее выражение для вероятностей осцилляций нейтрино

$$P_{\nu_\alpha^s \rightarrow \nu_\beta^{s'}}(x) = \left| \sum_n \sum_{i,k} \left( U_{\beta k}^{s'} \right)^* U_{\alpha i}^s C_{nki}^{ss'} e^{-iE_n x} \right|^2. \quad (3.32)$$

Их можно также записать в форме

$$P_{\nu_\alpha^s \rightarrow \nu_\beta^{s'}}(x) = \delta_{\alpha\beta} \delta_{ss'} - 4 \sum_{n>m} \text{Re}(A_{\alpha\beta nm}^{ss'}) \sin^2 \left( \frac{\pi x}{L_{nm}} \right) + 2 \sum_{n>m} \text{Im}(A_{\alpha\beta nm}^{ss'}) \sin \left( \frac{2\pi x}{L_{nm}} \right), \quad (3.33)$$

где введены амплитуды осцилляций

$$A_{\alpha\beta nm}^{ss'} = \sum_{i,j,k,l} \left( U_{\beta k}^{s'} \right)^* U_{\alpha i}^s U_{\beta l}^{s'} \left( U_{\alpha j}^s \right)^* \left( C_{nki}^{ss'} \right)^* C_{mlj}^{ss'}, \quad (3.34)$$

и длины осцилляций

$$L_{nm} = 2\pi/(E_n - E_m). \quad (3.35)$$

Формула (3.33) обобщает известное выражение (1.13) для вероятностей осцилляций нейтрино в вакууме на случай взаимодействия нейтрино с магнитным полем и веществом. Аналогичное выражение было получено нами в работе [54] для случая дираковских нейтрино, обладающих только диагональными магнитными моментами. Выражение (3.33) справедливо как для дираковских, так и для майорановских нейтрино [55, 56].

В общем случае коэффициенты разложения (3.31) и собственные значения гамильтониана  $E_n$  невозможно вычислить аналитически. Далее для этого будут использованы численные методы решения задачи на собственные значения и собственные векторы. Отметим, что полученное выражение справедливо для случая нейтрино, распространяющихся в однородном магнитном поле и веществе. Обобщение на случай неоднородных полей будет представлено ниже.

Как и в выражении для вероятности флейворных осцилляций нейтрино в вакууме (1.13), последнее слагаемое (3.33) нарушает T-инвариантность. Однако, в отличие от вакуумного случая, в случае наличия взаимодействия с веществом отсутствует CPT-симметрия. Это происходит за счёт так называемого индуцированного нарушения CPT-симметрии, которое рассматривается в работах [82, 169, 170]. Из-за отсутствия CPT-симметрии мы, вообще говоря, не можем сказать, что T-нарушающее слагаемое является CP-нарушающим, как это было в вакуумном случае. Таким образом, для реалистичной астрофизической среды, в которой взаимодействие с веществом оказывает значительное влияние на эволюцию потоков нейтрино, мы не можем считать, что только последнее слагаемое в (3.33) описывает CP-нарушающие эффекты.

Для дальнейшего изучения проблемы осцилляций нейтрино в астрофизических объектах нам будет полезно ввести две дополнительные величины. Во-первых, используя (3.32), можно вычислить максимальные значения вероятностей в каждом из каналов осцилляций

$$P_{\nu_\alpha^s \rightarrow \nu_\beta^{s'}}^{max} = \left( \sum_n |\mathcal{I}_{n\alpha\beta}^{ss'}| \right)^2, \quad (3.36)$$

где

$$\mathcal{I}_{n\alpha\beta}^{ss'} = \sum_{i,k} (U_{\beta k}^{s'})^* U_{\alpha i}^s C_{nki}^{ss'}. \quad (3.37)$$

Во-вторых, из (3.33) мы выводим усреднённые по расстоянию вероятности осцилляций

$$\langle P_{\nu_\alpha^s \rightarrow \nu_\beta^{s'}}(x) \rangle = \delta_{\alpha\beta} \delta_{ss'} - 2 \sum_{n>m} \text{Re}(A_{\alpha\beta nm}^{ss'}). \quad (3.38)$$

В разделе 3.3 результаты этого раздела будут использованы для исследования качественных закономерностей в осцилляциях дираковских и майорановских нейтрино в магнитном поле и веществе сверхновых. В частности, будет исследована возможность резонансного усиления осцилляций.

Выше были рассмотрены осцилляции нейтрино в предположении, что магнитное поле и вещество, в котором они распространяются, являются однородными. Однако в реалистичных астрофизических объектах плотность вещества и сила магнитного поля значительно меняются с пройденным нейтрино расстоянием. Описание эволюции нейтрино в произвольных неоднородных полях в общем случае возможно лишь с использованием численных методов. Однако для многих реалистичных ситуаций можно получить так называемое *адиабатическое решение*.

Заметим, что для описания эволюции нейтрино в неоднородной среде оператор эволюции можно записать как

$$\prod_{i=0}^N e^{-iH(x_i)\Delta x} \quad (3.39)$$

для малых  $\Delta x$ . Для гамильтониана, зависящего от координаты, в каждой точке справедливо разложение

$$H(x_i) = \sum_n E_n(x_i) |n(x_i)\rangle \langle n(x_i)|. \quad (3.40)$$

Адиабатическое приближение заключается в предположении, что характеристики среды меняются достаточно медленно, и выполняется соотношение

$$\langle n(x_i) | m(x_{i+1}) \rangle \approx \delta_{nm} \text{ при достаточно малых } \Delta x. \quad (3.41)$$

По сути, это означает, что в двух достаточно близких точках пространства собственные состояния системы практически не различаются. Для амплитуд переходов между массовыми состояниями нейтрино с определённой спиральностью мы получаем

$$\langle \nu_k^{s'}(0) | \nu_i^s(x) \rangle = \sum_n \langle \psi_k^{s'} | n(x) \rangle \langle n(0) | \psi_i^s \rangle e^{-i \sum_{i=0}^N E_n(x_i) \Delta x}, \quad (3.42)$$

При достаточно малых  $\Delta x$  сумму можно заменить на интеграл и получить

$$\langle \nu_k^{s'}(0) | \nu_i^s(x) \rangle = \sum_n \tilde{C}_{nki}^{ss'} e^{-i \int_0^x E_n(l) dl}, \quad (3.43)$$

где введены коэффициенты

$$\tilde{C}_{nki}^{ss'} = \langle \Psi_k^{s'} | n(x) \rangle \langle n(0) | \Psi_i^s \rangle. \quad (3.44)$$

Отсюда следует, что в адиабатическом приближении вероятность осцилляций равна

$$P_{\nu_\alpha^s \rightarrow \nu_\beta^{s'}}(x) = \left| \sum_n \sum_{i,k} \left( U_{\beta k}^{s'} \right)^* U_{\alpha i}^s \tilde{C}_{nki}^{ss'} e^{-i \int_0^x E_n(l) dl} \right|^2, \quad (3.45)$$

то есть аналогична по форме полученной нами вероятности осцилляций в однородном веществе и поле (3.33), но с заменой  $C_{nki}^{ss'} \rightarrow \tilde{C}_{nki}^{ss'}$  и  $iE_n x \rightarrow i \int_0^x E_n(l) dl$ .

Адиабатическое приближение применимо лишь при определённых условиях. Например, в работе [81] показано, что для осцилляций нейтрино в веществе Солнца условие адиабатичности имеет

$$\frac{(\Delta m_{21}^2/E)^2 \sin^2 2\theta}{2\sqrt{2}G_F \sin^3 2\tilde{\theta}} \left| \frac{dn_e}{dx} \right|^{-1} \ll 1, \quad (3.46)$$

где  $\tilde{\theta}$  - эффективный угол смешивания (1.27), и оно должно выполняться во всех точках пространства вдоль траектории распространения нейтрино для справедливости адиабатического решения. В наиболее общей форме условия адиабатичности осцилляций нейтрино в веществе и магнитном поле получено в работе [26]. Условия адиабатичности для осцилляций нейтрино в магнитном поле и в веществе сверхновой изучены в работах [28] и [171].

### 3.3 Резонансное усиление осцилляций нейтрино в магнитном поле и веществе

В этом разделе мы изучаем [55, 56] возможность возникновения резонансного усиления осцилляций нейтрино во время взрыва сверхновых. Нас интересуют два типа осцилляций: флейвоновые осцилляции и спиновые осцилляции, индуцируемые взаимодействием магнитного момента нейтрино с магнитным полем.

Эффект резонансного усиления флейворных осцилляций нейтрино в веществе сверхновой на данный момент теоретически хорошо изучен (см. например [171]). В отличие от случая осцилляций солнечных нейтрино, в сверхновых за счёт большей плотности вещества могут возникать два типа резонансов нейтринных осцилляций:

- 1) Н-резонанс при плотности вещества  $n_e \sim 10^{27} \div 10^{28} \text{ см}^{-3}$ ,
- 2) L-резонанс при плотности вещества  $n_e \sim 10^{25} \text{ см}^{-3}$ .

Осцилляции нейтрино в магнитном поле сверхновых менее изучены. В частности, в литературе практически не рассматриваются CP-нарушающие эффекты в осцилляциях нейтрино в магнитном поле сверхновых. Этот вопрос будет далее в Разделе 3.4.

### 3.3.1 Резонансное усиление осцилляций дираковских нейтрино

Возможность резонансного усиления спиновых осцилляций нейтрино в магнитном поле сверхновой была впервые рассмотрена в работах [12, 13, 14]. Авторами была рассмотрена эволюция спина электронных нейтрино в магнитном поле и веществе сверхновых. Она описывается уравнением

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e^L \\ \nu_e^R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_L(r) & \mu_{ee} B(r) \\ \mu_{ee} B(r) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e^L \\ \nu_e^R \end{pmatrix}, \quad (3.47)$$

где магнитный момент электронных нейтрино выражается через магнитные моменты массовых состояний нейтрино как

$$\mu_{ee} = \sum_{i,k} U_{ei} U_{ek}^* \mu_{ik}. \quad (3.48)$$

Потенциал взаимодействия нейтрино с веществом равен

$$C_L = \sqrt{2} G_F (n_e - n_n/2) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} n_B (3Y_e - 1). \quad (3.49)$$

Здесь  $n_B(r)$  - плотность барионов, а  $Y_e(r) = n_e/n_B$  - доля электронов в веществе сверхновой. Из уравнения (3.47) следует, что вероятность спиновой прецессии нейтрино в магнитном поле равна

$$P_{\nu_e^L \rightarrow \nu_e^R}(x) = \frac{2(\mu_{ee} B_{\perp})^2}{2(\mu_{ee} B_{\perp})^2 + C_L^2} \sin^2 \left( \frac{\sqrt{2(\mu_{ee} B_{\perp})^2 + C_L^2}}{2} x \right). \quad (3.50)$$

При выполнении условия  $\mu_{ee}B_{\perp} \ll C_L$ , то есть в случае, когда потенциал взаимодействия нейтрино с веществом значительно больше потенциала взаимодействия с магнитным полем, спиновые осцилляции нейтрино значительно подавлены. В силу чрезвычайной малости магнитного момента нейтрино и большой плотности вещества, условие  $\mu_{ee}B_{\perp} \ll C_L$  выполняется в сверхновых. Однако в точках пространства, где доля электронов  $Y_e \approx 1/3$ , потенциал взаимодействия с веществом становится близким к нулю. В таком случае может наблюдаться резонансное усиление спиновой прецессии нейтрино. В работе [12] было показано, что резонанс может возникать на расстоянии примерно 80 километров от центра сверхновой.

На Рисунке 3.1 показана зависимость амплитуды спиновых осцилляций нейтрино от доли электронов  $Y_e$ . Здесь мы считаем, что напряжённость магнитного поля равна  $B = 10^{13}$  Гаусс. Рассмотрены два случая плотности вещества:  $n_B = 10^{31} \text{ см}^{-3}$  и  $n_B = 10^{32} \text{ см}^{-3}$ . В соответствии с формулой (3.50) при большей плотности вещества ширина резонансной кривой уменьшается.

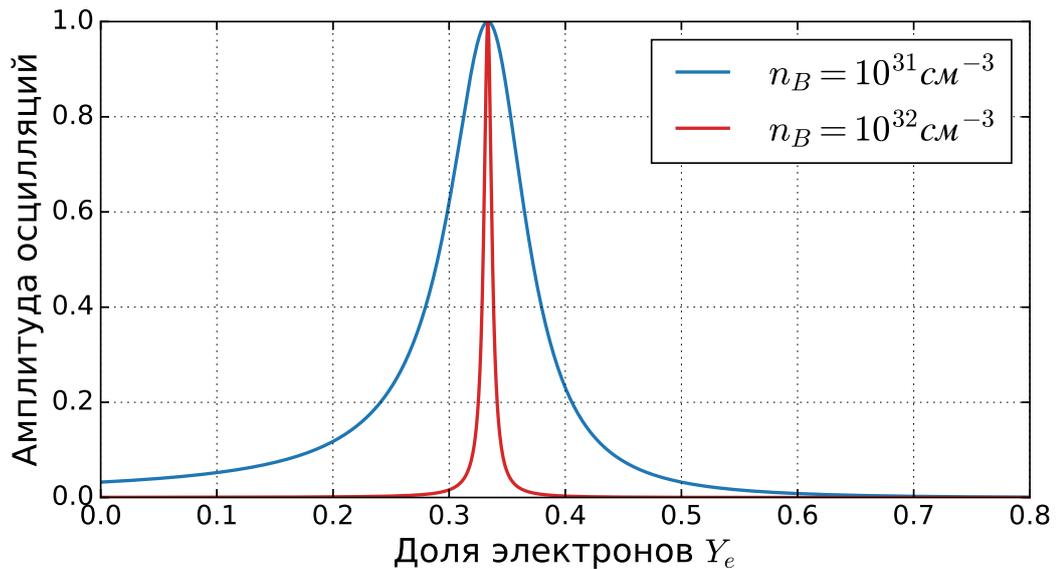


Рисунок 3.1 — Зависимость амплитуды спиновых осцилляций дираковских нейтрино от доли электронов  $Y_e$ .

### 3.3.2 Резонансное усиление осцилляций майорановских нейтрино

В этом разделе мы изучаем [55, 56] резонансы в осцилляциях майорановских нейтрино в веществе и магнитном поле сверхновых. Для этого с помощью численных методов проводится вычисление амплитуды осцилляций по формуле (3.36). При этом считается, что плотность вещества и напряжённость магнитного поля являются постоянными величинами. Расчёт проводится для напряжённости магнитного поля  $B = 10^{13}$  Гаусс и плотности вещества сверхновой  $n_B = 10^{31}$  см<sup>-3</sup>. Случай реалистичных профилей зависимости магнитного поля и плотности вещества от расстояния рассмотрен в следующем разделе. Также считается, что магнитные моменты нейтрино равны  $\mu_{12} = \mu_{13} = \mu_{23} = 10^{-12}\mu_B$ , что не противоречит текущим экспериментальным ограничениям.

На Рисунке 3.2 [55, 56] показаны амплитуды флейворных и спиновых осцилляций нейтрино в магнитном поле и веществе сверхновой в зависимости от доли электронов  $Y_e$ . Амплитуды флейворных осцилляций сильно подавлены большой плотностью вещества. В канале осцилляций  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  резонанс может возникнуть при  $Y_e \sim 10^{-3}$ , что для выбранной нами величины  $n_B = 10^{31}$  см<sup>3</sup> соответствует плотности  $n_e \sim 10^{28}$  см<sup>3</sup>. Согласно моделям сверхновых, такая плотность вещества должна наблюдаться на расстоянии порядка 1000 километров от ядра сверхновой. В этой области магнитное поле сверхновой слабо и им можно пренебречь при описании эволюции нейтрино. В осцилляциях нейтрино-антинейтрино резонансное усиление возникает в случае  $Y_e = 0.5$  в канале  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ , а осцилляции в канале  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$  подавлены.

Резонансное усиление осцилляций  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  впервые было рассмотрено в работе [13] в контексте осцилляций солнечных нейтрино. В этой работе резонансное условие имело вид

$$\sqrt{2}G_F(n_e - n_n) = \Delta m_{21}^2/2E. \quad (3.51)$$

Для энергий нейтрино и плотности вещества, характерных для сверхновых, слагаемым в правой части резонансного условия (3.51) можно пренебречь. В таком случае резонансное условие можно записать в виде:  $Y_e \approx 1/2$ .

Отметим, что в работе [13] и последующих работах на данную тему рассматривались осцилляции нейтрино для случая двух поколений нейтрино. Это

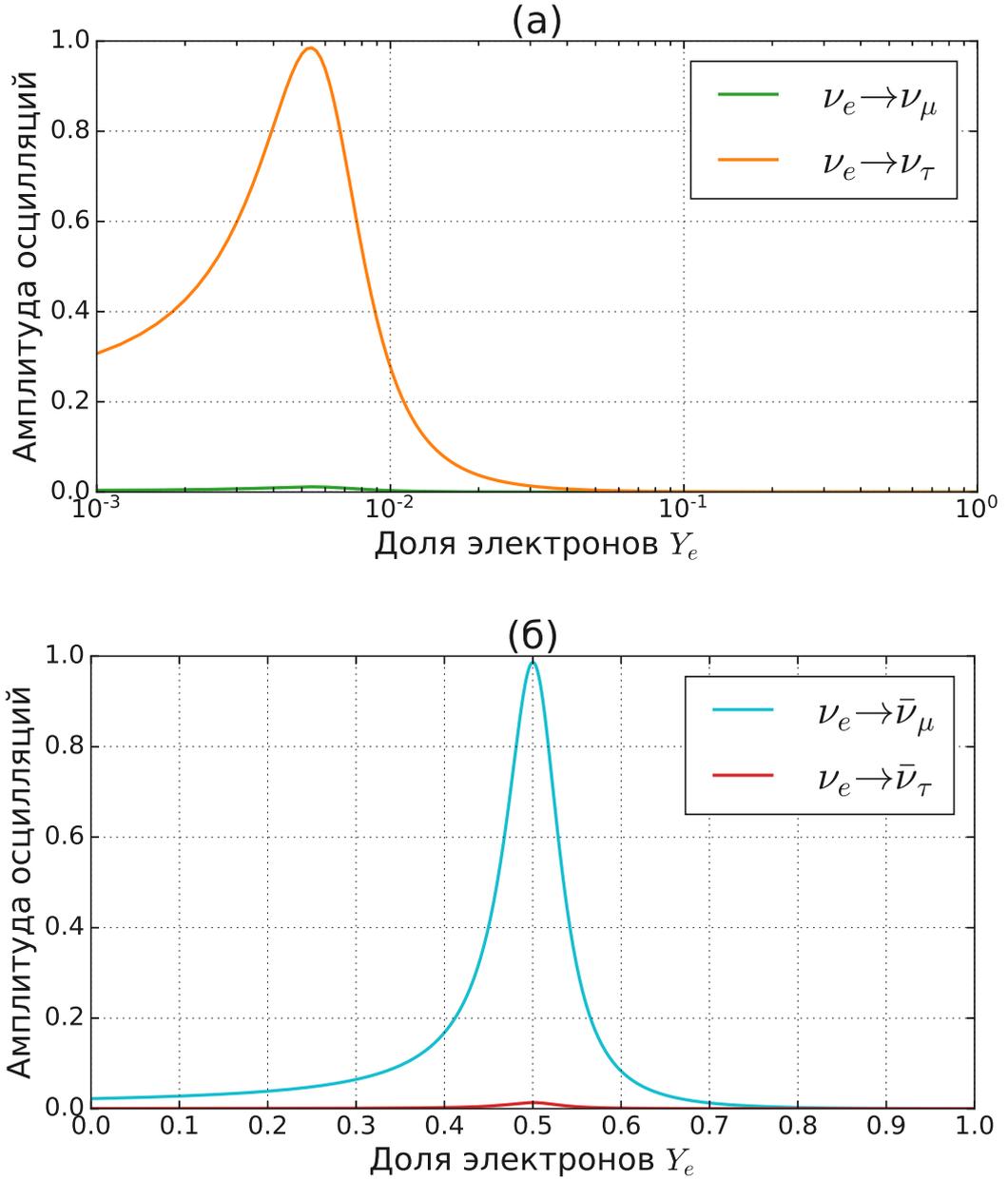


Рисунок 3.2 — Амплитуды осцилляций майрановских нейтрино в веществе и магнитном поле как функции доли электронов  $Y_e$ . а) амплитуды флейворных осцилляций; б) амплитуды осцилляций нейтрино-антинейтрино.

описание является справедливым в случае, если переходы в остальные состояния нейтрино (антинейтрино) подавлены. Однако в рамках приближения двух флейворов нейтрино невозможно учесть эффекты, связанные с наличием ненулевых CP-нарушающих фаз в матрице смешивания нейтрино. Разработанный нами формализм [55, 56] позволяет учесть эти эффекты.

На Рисунке 3.3 показаны амплитуды осцилляций нейтрино-антинейтрино в сверхновой для различных значений майрановских CP-нарушающих фаз  $\alpha_1$

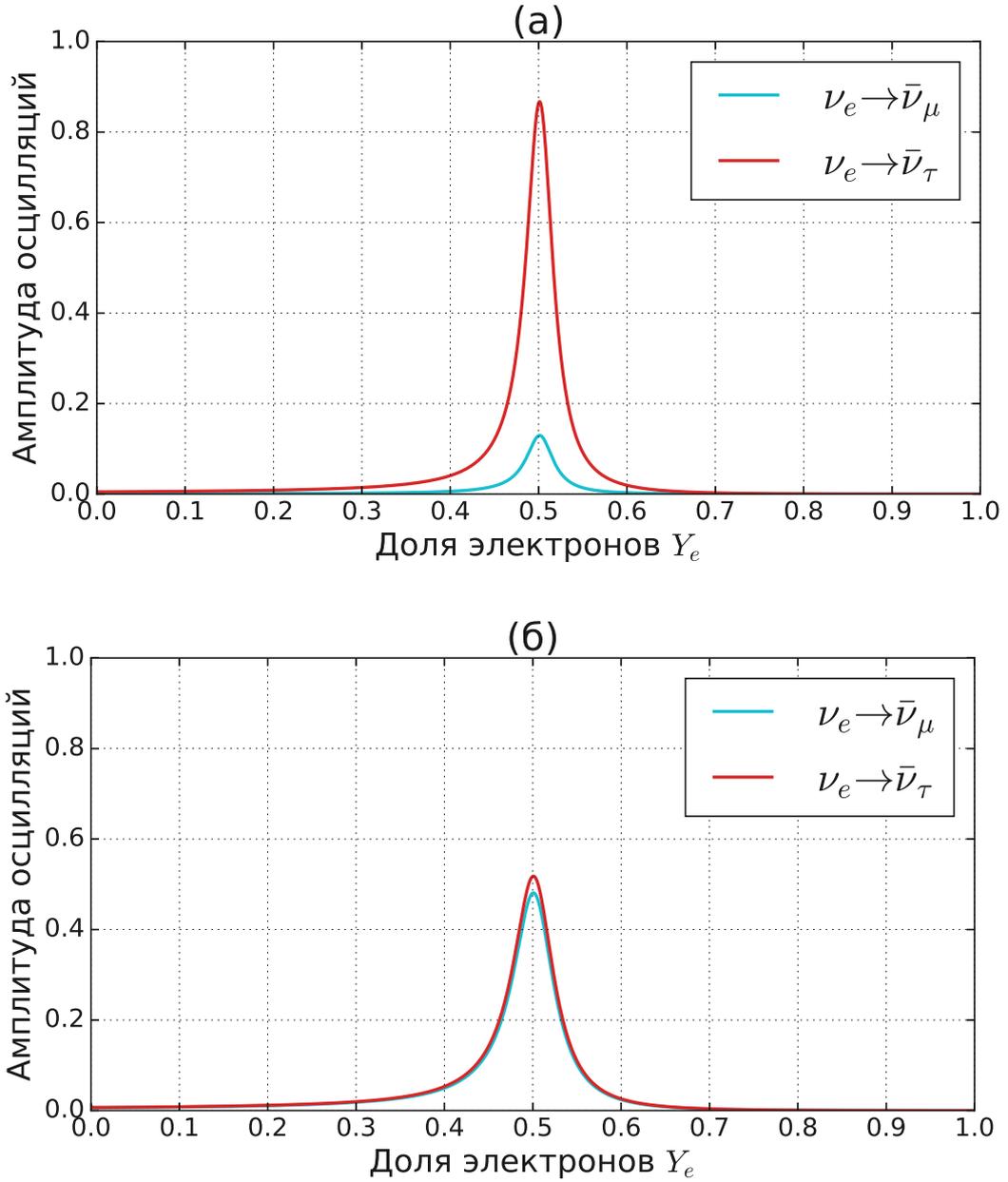


Рисунок 3.3 — Зависимость амплитуд осцилляций нейтрино-антинейтрино от доли электронов  $Y_e$  для различных значений CP-нарушающих фаз. а) Случай  $\delta = 0$ ,  $\alpha_1 = \pi$ ,  $\alpha_2 = 0$ ; б) Случай  $\delta = 0$ ,  $\alpha_1 = \frac{2}{3}\pi$ ,  $\alpha_2 = \frac{2}{3}\pi$ .

и  $\alpha_2$ . Дираковскую CP-нарушающую фазу пока будем считать равной нулю. На Рисунке 3.3 (а) показаны амплитуды осцилляций для случая  $\alpha_1 = \pi$  и  $\alpha_2 = 0$ . В данном случае при  $Y_e = 0.5$  возникает резонансное усиление осцилляций  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ , в то время как осцилляции  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  подавлены. На Рисунке 3.3 (б) показан случай  $\alpha_1 = \frac{2}{3}\pi$  и  $\alpha_2 = \frac{2}{3}\pi$ . В данном случае осцилляции возникают одновременно в двух каналах  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  и  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ .

Таким образом, при определённых значениях майорановских CP-нарушающих фаз может возникать новый резонанс в осцилляциях нейтрино-антинейтрино в среде, характерной для взрывов сверхновых. Рассмотрим подробнее условия возникновения резонанса.

Первый интересующий нас вопрос - это при каких значениях майорановских CP-нарушающих фаз возникает усиление осцилляций. На Рисунке 3.4 показана зависимость амплитуды осцилляций  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  (слева) и  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$  (справа) при  $Y_e = 0.5$  как функции двух майорановских CP-нарушающих фаз  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Красной области на графиках соответствуют значения фаз, при которых амплитуда осцилляций близка к единице, а синей - значения, при которых она близка к нулю. Мы видим, что амплитуды осцилляций  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  максимальны в случае, когда значения обеих майорановских CP-нарушающих фаз близки к 0 или  $2\pi$ . Максимальные значения амплитуды переходов  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$  наблюдаются в случае  $\alpha_1 \approx \pi$ . Суммарная же амплитуда осцилляций  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  и  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$  близка к единице. Таким образом, при  $Y_e = 0.5$  для любых значений майорановских CP-нарушающих фаз наблюдаются переходы электронных нейтрино либо в мюонные антинейтрино, либо в тау антинейтрино.

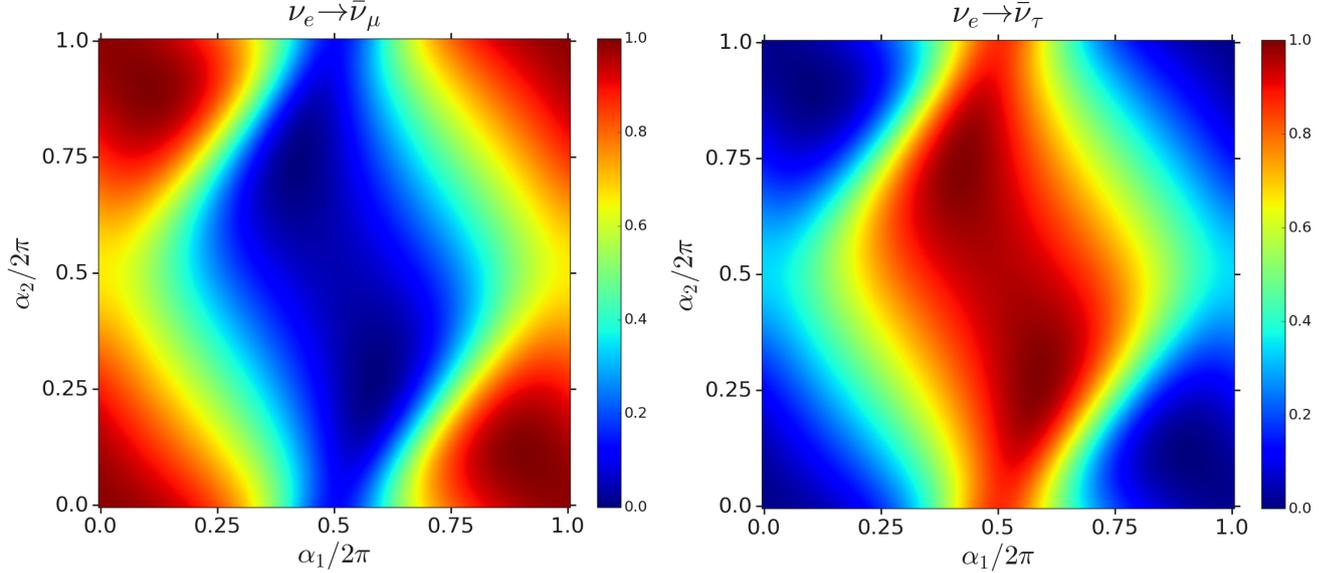


Рисунок 3.4 — Зависимость амплитуд резонансных осцилляций нейтрино-антинейтрино при  $Y_e = 0.5$  от майорановских CP-нарушающих фаз  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Слева: осцилляции  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ ; Справа: осцилляции  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ .

Излучение нейтрино от сверхновых имеет непрерывный энергетический спектр, поэтому важно рассмотреть нейтрино различных энергий. На Рисунок

ке 3.5 показана зависимость амплитуд резонансных осцилляций  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  и  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$  от энергии нейтрино. При энергиях 1 МэВ и выше амплитуды осцилляций практически не зависят от энергии, то есть резонансные осцилляции не меняют форму энергетического спектра потока нейтрино от сверхновой. При энергиях же ниже примерно 0.5 МэВ положение резонанса начинает смещаться от значения  $Y_e = 0.5$ . Такие нейтрино, однако, сложно зарегистрировать. Эксперимент JUNO, например, чувствителен только к нейтрино с энергиями 0.2 МэВ и выше [83].

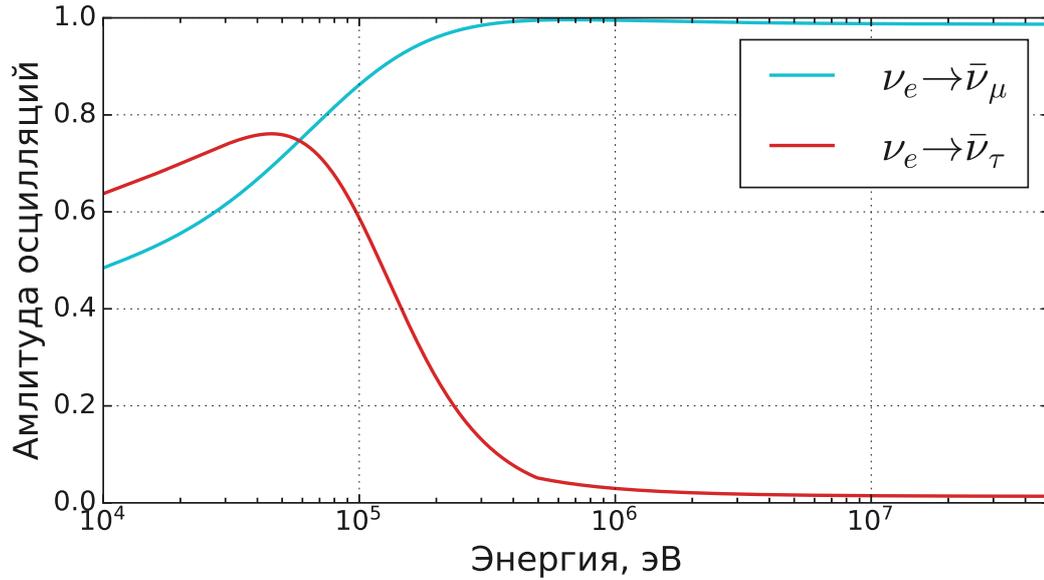


Рисунок 3.5 — Зависимость амплитуд резонансных осцилляций нейтрино ( $Y_e = 0.5$ ) от энергии нейтрино.

Рассмотрим зависимость амплитуд осцилляций от величины дираковской CP-нарушающей фазы  $\delta$  [55, 56]. На Рисунке 3.6 показаны амплитуды резонансных осцилляций в зависимости от величины дираковской CP-нарушающей фазы для различных значений майорановских CP-нарушающих фаз. Хорошо видно, что амплитуды осцилляций сложным образом зависят от величины как дираковской, так и майорановских CP-нарушающих фаз. В этой связи укажем, что будущие нейтринные эксперименты, такие как DUNE [47] и Hyper-Kamiokande [48], с высокой вероятностью ограничат дираковскую CP-нарушающую фазу с точностью до 19 градусов.

Выше были рассмотрены осцилляции майорановских нейтрино в веществе и магнитном поле сверхновой. Показано, что при определённых значениях майорановских CP-нарушающих фаз может наблюдаться резонансное усиление

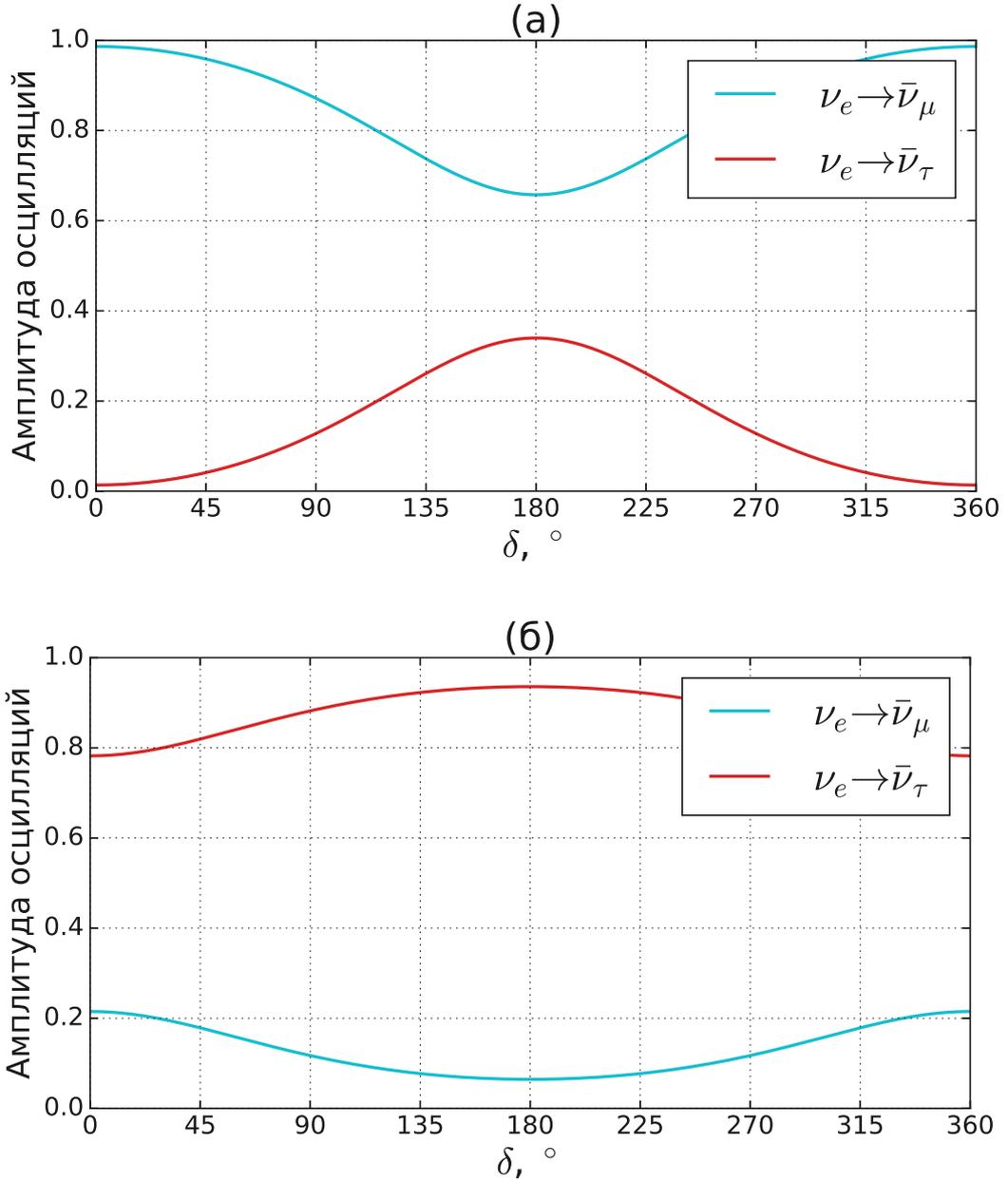


Рисунок 3.6 — Зависимость амплитуд осцилляций нейтрино-антинейтрино при резонансе ( $Y_e = 0.5$ ) от дираковской CP-нарушающей фазы  $\delta$  для различных значений майорановских CP-нарушающих фаз:

а)  $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0$ ; б)  $\alpha_1 = \pi, \alpha_2 = \pi$ .

осцилляций в каналах  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  или  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$  при  $Y_e = 0.5$ . Для реалистичных нейтрино от сверхновой положение резонанса не зависит от энергии нейтрино, величины его магнитных моментов, значений CP-нарушающих фаз, плотности вещества и силы магнитного поля. Однако, амплитуды резонансных осцилляций зависят от величины как дираковской, так и майорановских

CP-нарушающих фаз. В Разделе 3.4 диссертации рассмотрена возможность реализации резонансных условий в реалистических условиях сверхновой.

### 3.4 Резонансное усиление осцилляций нейтрино при взрыве сверхновых

Ранее мы рассмотрели условия возникновения резонансов в осциллирующих нейтрино в магнитном поле и веществе сверхновой. Нами был рассмотрен случай как дираковских, так и майорановских нейтрино. В этом разделе мы подробнее рассмотрим возможность реализации описанных резонансных условий при взрывах сверхновых [55, 56].

Выше было показано, что резонансное усиление спиновых осцилляций нейтрино в сверхновых возникает при определённых значениях доли электронов  $Y_e$ :

- 1)  $Y_e = 1/3$  для дираковских нейтрино,
- 2)  $Y_e = 1/2$  для майорановских нейтрино.

Для описания осцилляций нейтрино необходимо знать профили зависимости плотности вещества и напряжённости магнитного поля от расстояния в сверхновых. На данный момент данные профили получают с помощью численного моделирования процессов, происходящих в сверхновых. Различные модели рассмотрены в работах [172, 173, 174]. Результаты численного моделирования профиля барионной плотности и напряжённости магнитного поля хорошо описываются простой степенной зависимостью [173]

$$n_B(r) = n_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^3, \quad (3.52)$$

$$B(r) = B_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^3, \quad (3.53)$$

где  $r_0 \approx 10$  км. Плотность  $n_0$  в различных моделях достигает значений в  $10^{34}$  см<sup>-3</sup> и выше. Для величины магнитного поля  $B_0$  также имеется неопределённость: консервативной оценкой считается значение в  $B_0 \sim 10^{12}$  Гаусс, однако некоторые авторы допускают поля в  $B_0 \sim 10^{16}$  Гаусс [175, 176].

Зависимость доли электронов  $Y_e$  от расстояния до ядра сверхновой зависит от стадии её эволюции. Согласно численной модели, представленной в

работе [174], в первые  $\sim 100$  миллисекунд после взрыва профиль доли электронов  $Y_e$  имеет следующие особенности. При  $r \approx 10$  км доля электронов лежит в интервале  $Y_e \approx 0.2 \div 0.3$ . Далее при расстояниях в 20-30 километров от ядра она резко падает до значения  $Y_e \approx 0.1$ , после чего начинает расти и достигает  $Y_e \approx 0.5$  при  $r \approx 100$  км. На расстояниях 100 километров от ядра и далее доля электронов незначительно колеблется в окрестности значения  $Y_e = 0.5$ .

Таким образом, из численного моделирования взрывов сверхновых следует, что резонансные условия  $Y_e = 1/3$  и  $Y_e = 1/2$  для дираковских и майорановских нейтрино соответственно могут быть реализованы на стадии нейтронизации на расстоянии примерно в 50-100 километров от ядра сверхновой. На стадии нейтронизации сверхновая излучает в основном электронные нейтрино. В дираковском случае при реализации резонансного усиления осцилляций нейтрино значительная часть электронных нейтрино  $\nu_e^L$  может перейти в правое  $\nu^R$ , то есть стерильное состояние. Данный эффект может как модифицировать детектируемый поток нейтрино, так и оказать влияние на процесс взрыва сверхновой. В работе [177] показано, что перенос энергии стерильными нейтрино может существенно повлиять на динамику эволюции сверхновой. В случае майорановских нейтрино взаимодействие с магнитным полем может индуцировать переходы нейтрино-антинейтрино. В частности, на стадии нейтронизации испускаемые с нейтриносферы электронные нейтрино могут перейти в антинейтрино мюонного и тау флейворов. Как мы показали ранее, вероятности этих переходов зависят от значений как дираковской, так и майорановских CP-нарушающих фаз.

Осцилляции майорановских нейтрино в магнитном поле сверхновых могут привести к двум наблюдаемым эффектам. Во-первых, они могут повлиять на эволюцию сверхновых. Вблизи нейтриносферы происходят процессы захвата нейтрино и антинейтрино:

$$\nu_e + n \rightarrow p + e^-, \quad (3.54)$$

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+. \quad (3.55)$$

В работе [178] показано, что захват нейтрино и антинейтрино может повлиять на величину  $Y_e$  в сверхновой. В частности, было рассмотрено влияние осцилляций нейтрино на величину доли электронов  $Y_e$ . Осцилляции майорановских нейтрино в магнитном поле могут привести к аналогичным эффектам.

Во-вторых, осцилляции нейтрино влияют на флейворный состав потоков нейтрино, которые регистрируются наземными детекторами. Для описания данного эффекта рассмотрим величину

$$r = \frac{\Phi(\bar{\nu}_e)}{\Phi(\nu_e) + \Phi(\bar{\nu}_e)}, \quad (3.56)$$

где  $\Phi(\nu_e)$  и  $\Phi(\bar{\nu}_e)$  - потоки электронных нейтрино и антинейтрино в детекторе. Указанные потоки связаны с начальными потоками нейтрино  $\Phi^0(\nu_e)$  и вероятностями осцилляций следующими соотношениями:

$$\Phi(\nu_e) = \Phi^0(\nu_e)P(\nu_e \rightarrow \nu_e), \quad (3.57)$$

$$\Phi(\bar{\nu}_e) = \Phi^0(\nu_e)P(\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_e). \quad (3.58)$$

Здесь  $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$  и  $P(\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$  являются полными вероятностями осцилляций, которые включают в себя осцилляции нейтрино в магнитном поле, в веществе сверхновой и в вакууме на пути от сверхновой к наземному детектору.

Как мы показали ранее, осцилляции в магнитном поле и в веществе сверхновой имеют резонансный характер, то есть наблюдаются только в ограниченных областях пространства. Кроме того, резонансы в спиновых и флейворных осцилляциях возникают при существенно разных плотностях, и, соответственно, в различных областях пространства. Отсюда следует, что вероятности осцилляций можно факторизовать и представить в виде

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = P^B(\nu_e \rightarrow \nu_e) \sum_{\beta} P^{mat}(\nu_e \rightarrow \nu_{\beta}) P^{vac}(\nu_{\beta} \rightarrow \nu_e), \quad (3.59)$$

$$P(\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = \sum_{\alpha, \beta} P^B(\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_{\alpha}) P^{mat}(\bar{\nu}_{\alpha} \rightarrow \bar{\nu}_{\beta}) P^{vac}(\bar{\nu}_{\beta} \rightarrow \bar{\nu}_e), \quad (3.60)$$

где  $P^B$  - вычисленные нами ранее вероятности осцилляций майорановских нейтрино в магнитном поле,  $P^{mat}$  - вероятности осцилляций нейтрино в веществе сверхновой и  $P^{vac}$  - вероятности вакуумных флейворных осцилляций. Вероятности осцилляций  $P^{mat}$  вообще говоря зависят от профиля плотности вещества сверхновой и могут быть получены с помощью численных методов для каждого конкретного профиля. Кроме того, они зависят от иерархии масс нейтрино, которая на данный момент не установлена.

Предполагается, что на пути от сверхновой до наземного детектора эволюция потока нейтрино описывается вакуумными осцилляциями. Однако,

возможны и другие сценарии, например осцилляции нейтрино в гравитационных волнах [179] или в галактическом магнитном поле [58, 180]. В таком случае флейворный состав потока нейтрино будет отличаться от описываемого формулами (3.59) и (3.60).

Так как на стадии нейтронизации сверхновая излучает в основном электронные нейтрино, при отсутствии осцилляций нейтрино-антинейтрино детектор практически не должен наблюдать антинейтрино. Величина  $r$  (3.56) в таком случае близка к нулю. Однако, в случае майорановских нейтрино и взаимодействии их с магнитным полем могут появиться осцилляции нейтрино-антинейтрино и, соответственно, поток антинейтрино. Таким образом, наблюдение ненулевого значения  $r$  от взрыва сверхновой на стадии нейтронизации может стать следствием того, что нейтрино являются майорановскими частицами и обладают магнитным моментом. Кроме того, в этом случае величина  $r$  должна зависеть от значений как дираковской, так и майорановских CP-нарушающих фаз. Точное значение этой величины зависит от профилей плотности вещества и напряжённости магнитного поля, то есть от используемой модели сверхновой.

### 3.5 Выводы

В этой главе рассмотрены осцилляции нейтрино в характерных для взрывов сверхновых условиях, а именно в плотном веществе и сильном магнитном поле. Изучены случаи как дираковских, так и майорановских нейтрино. Особое внимание мы уделили возможным эффектам, связанным с наличием нарушения CP-симметрии в нейтринном секторе.

Подход к описанию эволюции нейтрино, разработанный в Главе 2, развит и обобщён на случай майорановских нейтрино. Кроме того, учтена возможность наличия переходных магнитных моментов нейтрино и взаимодействия нейтрино с веществом. С помощью разработанного подхода получены выражения для вероятностей осцилляций нейтрино в магнитном поле для случая трёх флейворов нейтрино. В частности, вычислены вероятности осцилляций нейтрино-антинейтрино для майорановского случая.

Для случая осцилляций майорановских нейтрино рассмотрена зависимость амплитуд осцилляций от различных параметров. Так, обнаружено, что при значении доли электронов  $Y_e = 1/2$  и наличии ненулевых значений майорановских CP-нарушающих фаз может возникать резонанс в канале осцилляций  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ , который ранее не рассматривался в литературе. Также изучена зависимость амплитуд осцилляций нейтрино-антинейтрино от CP-нарушающих фаз. Показано, что имеется сложная зависимость от величин как дираковской, так и майорановских CP-нарушающих фаз. Показано, что резонансное условие не зависит от энергии нейтрино в случае реалистичного диапазона энергий детектируемых нейтрино от сверхновых, то есть от  $\approx 0.1$  МэВ и выше.

Используя полученные вероятности осцилляций майорановских нейтрино, мы рассмотрели эволюцию потоков нейтрино при взрыве сверхновой на стадии нейтронизации. Показано, что условия резонансного усиления осцилляций нейтрино-антинейтрино могут быть реализованы на стадии нейтронизации. Рассмотрена эволюция потоков нейтрино на стадии нейтронизации с учётом эффектов взаимодействия с магнитным полем, в частности флейворного состава потока. Показано, что взаимодействие с магнитным полем может привести к появлению антинейтрино в потоке нейтрино от сверхновой на стадии нейтронизации. При этом доля электронных нейтрино в потоке зависит от величин CP-нарушающих фаз.

Таким образом, изучение флейворного состава потока нейтрино от сверхновых может быть полезно с точки зрения решения двух проблем физики нейтрино: определения природы массы нейтрино и, если нейтрино является майорановской частицей, измерения майорановских CP-нарушающих фаз. Для этого, однако, необходимо более точно знать профиль плотности вещества в сверхновой.

Отметим, что нами не был рассмотрен эффект коллективных осцилляций нейтрино в сверхновых [31, 32], который также может повлиять на поток нейтрино. Эффект коллективных осцилляций возникает за счёт взаимодействия нейтрино друг с другом в плотном потоке. Однако, следует учесть, что мы рассмотрели потоки нейтрино только на стадии нейтронизации сверхновой, во время которой коллективные эффекты относительно слабы [118]. На более поздних стадиях их учёт становится более важным. Ожидается, что эксперимент Hyper-Kamiokande сможет отличить потоки нейтрино на стадии нейтронизации от потоков от более поздней стадии, в то время как JUNO будет регистриро-

вать только интегрированный по времени поток [181]. Поэтому для анализа чувствительности JUNO к изученным в главе эффектам важно дополнительно учесть потоки нейтрино, которые возникают на различных стадиях эволюции сверхновых.

В заключении ещё раз подчеркнём, что полученные результаты представляют интерес в свете подготовки новых экспериментов, в частности JUNO, Hyper-Kamiokande и DUNE, которые будут чувствительны к потокам нейтрино от взрыва сверхновой в пределах нашей Галактики.

## Глава 4. Осцилляции нейтрино высоких энергий в межзвёздном магнитном поле

В предыдущих разделах диссертации мы рассматривали осцилляции нейтрино в плосковолновом приближении, то есть считали, что волновые функции нейтрино имеют вид плоской волны. Однако, описание нейтринных осцилляций с помощью плоских волн приводит к ряду парадоксов, которые могут быть разрешены при использовании волновых пакетов (см. например [40, 182]). Кроме того, описание нейтрино с помощью волновых пакетов предсказывает эффект затухания осцилляций нейтрино на больших расстояниях за счёт расхождения волновых пакетов (эффект декогеренции).

Впервые важность описания эволюции нейтрино с помощью волновых пакетов была отмечена в работе [34], далее теория была развита в статьях [35, 36]. В работах [37, 38, 40, 41] был развит квантово-полевой подход к описанию декогеренции в осцилляциях нейтрино. Волновые пакеты также использовались для описания осцилляций нейтрино в веществе [42, 43] и коллективных осцилляций нейтрино [44]. В работе соискателя [58] впервые рассмотрен процесс осцилляций нейтрино в магнитном поле с использованием волновых пакетов.

Эффекты декогеренции за счёт расхождения волновых пакетов особенно важны для описания осцилляций нейтрино высоких энергий, так как они распространяются на масштабах в килопарсек и более. В рамках стандартной картины вакуумных осцилляций считается, что на больших расстояниях осцилляции нейтрино затухают, то есть вероятности осцилляций перестают зависеть от расстояния и принимают вид [183]

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^{std} = \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2. \quad (4.1)$$

В таком случае флейворный состав потока нейтрино, измеренный наземным детектором, может быть представлен в виде

$$r_\alpha = \sum_{\beta} r_\beta^0 \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2, \quad (4.2)$$

где  $r_\beta^0$  - это флейворный состав потока нейтрино, испускаемого источником. В случае рождения нейтрино высоких энергий за счёт распада пионов начальный

и конечный флейворные составы равны  $(r_e^0 : r_\mu^0 : r_\tau^0) = (1 : 2 : 0)$  и  $(r_e : r_\mu : r_\tau) \approx (1 : 1 : 1)$ .

Однако, отметим, что существует ряд сценариев за пределами стандартных вакуумных осцилляций, которые предсказывают, что наблюдаемый флейворный состав в детекторе может значительно отличаться от описанного выше. Если возможен распад нейтрино на более лёгкие частицы, то ожидается [184, 185, 186, 187], что флейворный состав будет иметь вид

$$\nu_e : \nu_\mu : \nu_\tau = |U_{e1}|^2 : |U_{\mu 1}|^2 : |U_{\tau 1}|^2, \quad (\text{для ПИ}) \quad (4.3)$$

$$\nu_e : \nu_\mu : \nu_\tau = |U_{e3}|^2 : |U_{\mu 3}|^2 : |U_{\tau 3}|^2, \quad (\text{для ОИ}) \quad (4.4)$$

где ПИ и ОИ обозначают случаи прямой и обратной иерархию масс нейтрино.

В теориях с псевдодираковскими нейтрино предсказывается существование дополнительных стерильных нейтрино (см. [188, 189] и цитируемую там литературу). Соответственно, могут возникнуть осцилляции между активными и стерильными состояниями, причём длины этих осцилляций будут существенно превышать длины осцилляций между активными нейтрино. В таком случае затухание осцилляций нейтрино не происходит даже на космологических масштабах, а флейворный состав зависит от расстояния до источника. Кроме того, в литературе рассматриваются теории с нарушением лоренц-инвариантности [190] и с квантовой декогеренцией [191]. Обзор эффектов физики за пределами Стандартной модели в осцилляциях космических нейтрино и возможности их обнаружения в будущих нейтринных телескопах даётся в работах [192, 193, 194].

Ниже мы рассматриваем осцилляции нейтрино в магнитном поле в формализме волновых пакетов. Получены выражения для длин когерентности в случае осцилляций нейтрино в магнитном поле. Получены асимптотические выражения для вероятностей осцилляций нейтрино в магнитном поле на больших расстояниях. В качестве приложения результатов рассматриваются осцилляции нейтрино в межзвёздном магнитном поле. Результаты данной главы опубликованы в работе [58].

## 4.1 Осцилляции нейтрино в магнитном поле в формализме волновых пакетов

В этом разделе мы обобщаем подход к проблеме осцилляций нейтрино в магнитном поле, разработанный в статье [51] и изложенный в Главе 2, и учитываем эффекты расхождения волновых пакетов [58].

### 4.1.1 Развитие общего формализма для описания осцилляций нейтрино в магнитном поле с помощью волновых пакетов

Осцилляции нейтрино в магнитном поле описываются следующей системой уравнений Дирака [55, 56]:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_i)\mathbf{v}_i(x) - \sum_k \mu_{ik} \Sigma \mathbf{B} \mathbf{v}_k(x) = 0. \quad (4.5)$$

Матрицы магнитных моментов нейтрино как и ранее мы определяем соотношениями

$$\mu^D = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{12} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{13} & \mu_{23} & \mu_{33} \end{pmatrix}, \quad \mu^M = \begin{pmatrix} 0 & i\mu_{12} & i\mu_{13} \\ -i\mu_{12} & 0 & i\mu_{23} \\ -i\mu_{13} & -i\mu_{23} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

для дираковских и майорановских нейтрино соответственно [1]. В Главе 3 уравнение (4.5) рассматривалось в приближении плоской волны, которое не учитывает потенциально важные эффекты декогеренции в осцилляциях нейтрино на больших расстояниях. Чтобы учесть эффекты расхождения волновых пакетов, мы перепишем уравнение (4.5) в импульсном представлении и получим

$$i\partial_t \mathbf{v}_i(p,t) = [m_i \gamma_0 + \gamma_0 \boldsymbol{\gamma} \mathbf{p}] \mathbf{v}_i(p,t) + \sum_k \mu_{ik} \gamma_0 \Sigma \mathbf{B} \mathbf{v}_k(p,t). \quad (4.7)$$

Здесь преобразование Фурье волновой функции нейтрино определяется как

$$\mathbf{v}_i(x,t) = \int \frac{dp}{(2\pi)^{1/2}} e^{ipx} \mathbf{v}_i(p,t). \quad (4.8)$$

Мы рассматриваем одномерное преобразование Фурье. В работах [39, 40] показано, что учёт трёх измерений не приводит к значительному изменению картины

осцилляций нейтрино, но приводит к разной скорости расплывания волновых пакетов в продольном и поперечном направлениях. Отметим, что уравнение (4.7) по форме эквивалентно уравнению (4.5), но записано в импульсном представлении. Это позволяет решать его описанным в Главе 2 методом.

Мы будем предполагать, что в начальный момент  $t = 0$  волновая функция нейтрино описывается гауссовым волновым пакетом, то есть

$$\mathbf{v}_i(p,0) = f_i(p,p_0)u_i^-(p), \quad (4.9)$$

где

$$f_i(p,p_0) = \frac{1}{(2\pi\sigma_p^2)^{1/4}} \exp\left(-\frac{(p-p_0)^2}{4\sigma_p^2}\right). \quad (4.10)$$

Здесь  $p_0$  - средний импульс массового состояния нейтрино с массой  $m_i$ ,  $\sigma_p$  - ширина волнового пакета в импульсном пространстве, а  $u_i^-(p)$  - решение вакуумного уравнения Дирака с импульсом  $p$  и спиральностью -1.

Начнём с рассмотрения случая дираковского нейтрино с нулевыми переходными магнитными моментами, для которого возможно аналитическое описание осцилляций нейтрино в магнитном поле. Численный анализ для случая наличия ненулевых переходных магнитных моментов, в частности для случая майорановских нейтрино, будет представлен в следующем разделе.

Рассматриваемый нами случай описывается системой уравнений

$$i\partial_t \mathbf{v}_i(p,t) = (m_i\gamma_0 + \gamma_0\boldsymbol{\gamma}\mathbf{p} + \boldsymbol{\mu}_i\gamma_0\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{B}), \quad (4.11)$$

где  $\boldsymbol{\mu}_i \equiv \boldsymbol{\mu}_{ii}$  - диагональные магнитные моменты.

#### 4.1.2 Вероятности осцилляций нейтрино в магнитном поле с учётом декогеренции за счёт расхождения волновых пакетов

В Главе 2 показано, что решение уравнения (4.11) может быть представлено в виде суперпозиции состояний с определённой спиральностью  $h, h' = \pm 1$ , то есть

$$\mathbf{v}_i^h(p,t) = \sum_{s,h'} C_{is}^{hh'} e^{-iE_i^s(p)t} f_i(p,p_0)u_i^{h'}(p). \quad (4.12)$$

Дисперсионное соотношение  $E_i^s(p)$  задаётся собственными значениями гамильтониана  $H_i$  (2.9), которые были вычислены в Главе 2 и равны

$$E_i^s(p) = \sqrt{m_i^2 + p^2 + \mu_i^2 B^2 + 2s\mu_i \sqrt{m_i^2 B^2 + p^2 B_\perp^2}}, \quad (4.13)$$

где  $s = \pm 1$ , где  $\mathbf{B}_\perp$  и  $\mathbf{B}_\parallel$  являются поперечной и продольной компонентами магнитного поля относительно импульса нейтрино  $\mathbf{p}$ .

В ультрарелятивистском пределе, который, очевидно, оправдан для нейтрино высоких энергий, имеем

$$u_i^- \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad u_i^+ \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

В этом случае, как было показано ранее в Главе 2, коэффициенты  $C_{is}^{hh'}$  задаются выражениями (2.31), (2.32)

$$C_{is}^{LL} \approx \frac{1}{2}, \quad C_{is}^{RL} \approx -\frac{s}{2}. \quad (4.15)$$

Чтобы получить вероятности осцилляций нейтрино, необходимо перейти из импульсного представления в координатное. Вообще говоря, обратное преобразование Фурье для решения (4.12) не может быть выражено через известные функции. Однако, аналитические вычисления можно провести когда ширина волнового пакета в импульсном пространстве невелика, а именно выполняется соотношение  $\sigma_p \ll p_0^2/m_i$ , мы можем разложить дисперсионное соотношение (4.13) вблизи среднего импульса  $p_0$ :

$$E_i^s(p) = E(p_0) + v_i^s(p_0)(p - p_0) + \mathcal{O}((p - p_0)^2). \quad (4.16)$$

Величины  $v_i^s(p_0)$  называют групповыми скоростями. Групповые скорости волновых пакетов нейтрино равны

$$v_i^s(p_0) = \left. \frac{\partial E_i^s(p)}{\partial p} \right|_{p=p_0} = \frac{p_0}{E_i^s(p_0)} \left( 1 + \frac{s\mu_i B_\perp}{\sqrt{m_i^2 B^2 + p_0^2 B_\perp^2}} \right). \quad (4.17)$$

При разложении дисперсионного соотношения в ряд (4.16) будем ограничиваться слагаемым с первой производной. Учёт второй производной приводит

к появлению эффектов, связанных расплыванием волновых пакетов [39, 40]. Однако данные эффекты малы и ими можно пренебречь.

Рассмотрим случай поперечного магнитного поля  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_\perp$ . В этом случае выражение для дисперсионного соотношения (4.13) принимает вид

$$E_i^s(p) = \sqrt{m_i^2 + p^2} + s\mu_i B_\perp. \quad (4.18)$$

Тогда групповые скорости волновых пакетов равны  $v_i^s = \frac{p}{\sqrt{m_i^2 + p^2}}$ , то есть совпадают с групповыми скоростями в вакууме и не зависят от спинового числа  $s$ .

Используя разложение (4.16), мы можем свести вычисление образа Фурье волновой функции (4.12) к вычислению гауссова интеграла, и далее получить выражение для вероятностей осцилляций нейтрино:

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha^h \rightarrow \nu_\beta^{h'}}(L, t) &= \left| \sum_i U_{\beta i}^* U_{\alpha i} (u_i^{h'})^\dagger \nu_i^h(L, t) \right|^2 \\ &\sim \sum_{i, j} \sum_{s, \sigma = \pm 1} A_{\alpha\beta ij} C_{is}^{hh'} C_{j\sigma}^{hh'} e^{-i\omega_{ij}^{s\sigma}(p_0)t} \exp\left(-\frac{(L - v_i^s(p_0)t)^2 + (L - v_j^\sigma(p_0)t)^2}{4\sigma_x^2}\right), \end{aligned} \quad (4.19)$$

где  $A_{\alpha\beta ij} = U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta j} U_{\alpha j}^*$ . Параметр  $\sigma_x$  определяет ширину волнового пакета нейтрино в координатном представлении и равен  $\sigma_x = \frac{1}{2\sigma_p}$ , то есть связан с шириной волнового пакета в импульсном представлении  $\sigma_p$  соотношением неопределённостей. Частоты осцилляций  $\omega_{ij}^{s\sigma}(p_0) = E_i^s(p_0) - E_j^\sigma(p_0)$  определены выражением

$$\omega_{ij}^{s\sigma}(p_0) \approx \frac{\Delta m_{ij}^2}{2p_0} + (\mu_i s - \mu_j \sigma) B_\perp. \quad (4.20)$$

Полученная нами вероятность осцилляций (4.19) является функцией как координаты, так и времени. Поскольку время распространения нейтрино от источника к детектору  $t$  не является измеримой величиной, выполним интегрирование по нему, чтобы получить окончательное выражение для вероятностей осцилляций нейтрино в магнитном поле:

$$P_{\nu_\alpha^h \rightarrow \nu_\beta^{h'}}(L) = \sum_{i, j} \sum_{s, \sigma} U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta j} U_{\alpha j}^* C_{is}^{hh'} C_{j\sigma}^{hh'} \exp\left(-i2\pi \frac{L}{L_{osc}^{ijs\sigma}}\right) \exp\left(-\frac{L^2}{(L_{coh}^{ijs\sigma})^2}\right), \quad (4.21)$$

где введены длины осцилляций

$$L_{osc}^{ijs\sigma} = \frac{\pi}{\omega_{ij}^{s\sigma}} \quad (4.22)$$

и так называемые *длины когерентности*

$$L_{coh}^{ijs\sigma} = \frac{2\sqrt{2}\sigma_x}{v_i^s - v_j^\sigma}. \quad (4.23)$$

Вероятности осцилляций (4.21) обобщают выражения, описанные в Главе 2, и учитывают экспоненциальное затухание осцилляций нейтрино на большом расстоянии за счёт расхождения волновых пакетов. Длины когерентности описывают характерный масштаб, на котором в соответствии с формулой (4.21) проявляется затухание осцилляций нейтрино.

Выше в Главе 2 показано, что вероятности осцилляций нейтрино в магнитном поле являются комбинацией осцилляций на магнитных  $\omega_i^B = \mu_i B_\perp$  и вакуумных частотах  $\omega_{ij}^{vac} = \Delta m_{ij}^2/2p$ . Каждой из этих частот соответствует своя длина когерентности. Используя формулу (4.23), мы получаем следующие приближенные выражения для длин когерентности при выполнении условий  $p \gg m_i \gg \mu_i B$ :

$$L_{coh}^{ijss} \sim \frac{4\sqrt{2}\sigma_x p^2}{\Delta m_{ij}^2}, \quad (4.24)$$

$$L_{coh}^{ii-+} \sim \frac{\sigma_x p^3}{\mu_i B m_i^2}, \quad (4.25)$$

$$L_{coh}^{ij-+} \sim L_{coh}^{ijss}. \quad (4.26)$$

Длина когерентности  $L_{coh}^{ijss}$  описывает затухание осцилляций на вакуумных частотах  $\omega_{ij}^{vac} = \Delta m_{ij}^2/4p$  и совпадает с длиной когерентности для вакуумных осцилляций, описанной ранее в литературе. С ростом энергии нейтрино она растёт как квадрат энергии. Длины когерентности  $L_{coh}^{ii-+}$  и  $L_{coh}^{ij-+}$  описывают затухание осцилляций на частотах  $\omega_i^B = \mu_i B$ . В отличие от длин когерентности осцилляций на вакуумных частотах  $\omega_{ij}^{vac}$ , они пропорциональны кубу энергии нейтрино. Следовательно, мы предсказываем, что для достаточно высоких энергий нейтрино осцилляции на магнитных частотах  $\omega_i^B$  будут затухать медленнее осцилляций на вакуумных частотах  $\omega_{ij}^{vac}$ .

Проведём численные оценки для длин когерентности. Используя величину магнитного момента нейтрино  $\mu_i = 10^{-12} \mu_B$ , мы получаем:

$$L_{coh}^{ijss} \sim \left(\frac{p}{1\text{МэВ}}\right)^2 \left(\frac{\Delta m_{ij}^2}{10^{-5}\text{эВ}^2}\right)^{-1} 10^{17} \sigma_x, \quad (4.27)$$

$$L_{coh}^{ii-+} \sim \left(\frac{p}{1\text{МэВ}}\right)^3 \left(\frac{m_i}{1\text{эВ}}\right)^{-1} \left(\frac{B}{1\text{Гс}}\right)^{-1} 10^{30} \sigma_x. \quad (4.28)$$

Мы рассматриваем флейворные и спиновые осцилляции нейтрино в межзвёздном магнитном поле. Астрономические наблюдения показывают, что магнитные поля галактик имеют величину порядка  $1 \div 10$  микрогаусс [157], в галактических кластерах же наблюдаются поля с напряжённостью  $\sim 1$  микрогаусс [158]. Дальнейшие наши расчёты проведём для магнитного поля 1 микрогаусс. Рассмотрим два типа нейтрино: 1) нейтрино высоких энергий, то есть 100 ТэВ и выше; 2) нейтрино от взрывов сверхновых, имеющие характерную энергию порядка 10 МэВ.

Для оценок необходимо значить величину  $\sigma_x$ . Величина ширины волнового пакета в координатном пространстве  $\sigma_x$  зависит от процесса, в котором рождается нейтрино. Напомним, что для случая реакторных нейтрино оценка ширины волнового пакета была получена экспериментом Daya Bay [195]. Для нейтрино высоких энергий и от сверхновых на данный момент не имеется экспериментальных оценок ширины волнового пакета  $\sigma_x$ . В то же время, в работе [183] получены теоретические оценки параметра  $\sigma_x$  для случая нейтрино высоких энергий, рождённых в результате распада пионов:

$$\sigma_x \sim 10^{-3} \text{ см} \left( \frac{10 \text{ ТэВ}}{E} \right). \quad (4.29)$$

Тогда для нейтрино с энергией 100 ТэВ ширина волнового пакета равна  $\sigma_x \sim 10^{-4}$  см. Кроме того, авторы показали, что при наличии сильного магнитного поля в источнике нейтрино волновой пакет может стать более узким. Для случая нейтрино от сверхновых в работе [44] авторы получают оценку  $\sigma_x \sim 10^{-12}$  см.

Используя (4.29), мы получаем оценки длин когерентности для случая осцилляций нейтрино высоких энергий в магнитном поле. Начнём с рассмотрения длин когерентности осцилляций на вакуумных частотах  $w_{ij}^{vac}$ . При  $\sigma_x \sim 10^{-4}$  см получаем  $L_{coh}^{13ss} \sim 10^8$  парсек и  $L_{coh}^{12ss} \sim 10^{10}$  парсек, что по порядку сравнимо с масштабом наблюдаемой части Вселенной. Тогда затухание осцилляций нейтрино высоких энергий на вакуумных частотах  $w_{ij}^{vac}$  может происходить только в случае, если они рождены очень далёкими источниками на расстоянии порядка гигапарсек. Однако, при меньших значениях  $\sigma_x$  декогеренция может наступить и при распространении нейтрино на меньшие расстояния ( $\sim 1$  гигапарсек).

Для осцилляций на магнитных частотах  $\omega_i^B$  получаем оценку длины когерентности:  $L_{coh}^{ii-+} \equiv L_{coh}^B \sim 10^{26}$  парсек, что существенно больше масштаба наблюдаемой части Вселенной. Поэтому, мы заключаем, что затухания осцил-

ляций нейтрино высоких энергий на магнитных частотах  $\omega_i^B$  не происходит для любых реалистичных расстояниях распространения нейтрино.

Для нейтрино от сверхновых с характерными энергиями  $\sim 10$  МэВ мы получаем следующие оценки:

$$L_{coh}^{ijss} \equiv L_{coh}^{vac} \leq \left( \frac{\sigma_x}{10^{-4} \text{ см}} \right) 10^{-3} \text{ парсек}, \quad (4.30)$$

$$L_{coh}^B \sim \left( \frac{\sigma_x}{10^{-4} \text{ см}} \right) 10^{16} \text{ парсек}. \quad (4.31)$$

Для реализации затухания осцилляций длина когерентности должна быть сравнима с расстоянием от источника до детектора, которое составляет  $\sim 10$  килопарсек для случая нейтрино от сверхновых. Отсюда следует, что при распространении нейтрино от взрыва сверхновой к наземному детектору затухание осцилляций на вакуумных частотах  $\omega_{ij}^{vac}$  наступает для любых разумных значений  $\sigma_x$ . Осцилляции на магнитных частотах  $\omega_i^B$  могут затухать только при  $\sigma_x < 10^{-16}$  см, что на четыре порядка меньше оценки для  $\sigma_x$ , приведённой в работе [44].

Таким образом, мы заключаем, что в случае осцилляций нейтрино в межзвёздном магнитном поле затухание осцилляций на вакуумных частотах  $\omega_{ij}^{vac}$  происходит на существенно более малых расстояниях, чем затухание осцилляций на магнитных частотах  $\omega_i^B$ . В частности, для случая нейтрино высоких энергий затухание осцилляций на магнитных частотах  $\omega_i^B$  не должно наступать на физически разумных расстояниях. В таком случае для вероятностей осцилляций нейтрино высоких энергий в межзвёздном магнитном поле из (4.21) мы получаем вероятности осцилляций на расстояниях, превышающих вакуумную длину когерентности:

$$P_{\alpha\beta}(L) = P_{\nu_\alpha^L \rightarrow \nu_\beta^L}(L) \Big|_{L \gg L_{coh}^{vac}} = \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 \cos^2(\pi L / L_i^B), \quad (4.32)$$

$$P_{\nu_\alpha^L \rightarrow \nu^R}(L) \Big|_{L \gg L_{coh}^{vac}} = \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 \sin^2(\pi L / L_i^B), \quad (4.33)$$

где  $L_i^B = \frac{\pi}{\mu_i B_\perp}$ . Отметим, что полученные выражения для вероятностей осцилляций не зависят от энергии нейтрино и не содержат CP-нарушающих слагаемых. В пределе нулевого магнитного поля  $B_\perp \rightarrow 0$  из них воспроизводятся известная асимптотика для вероятностей осцилляций нейтрино в вакууме:

$$P_{\alpha\beta}^{vac} = \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2. \quad (4.34)$$

В проведённом рассмотрении мы ограничивались случаем, когда нейтрино обладают только диагональными магнитными моментами. Однако известно, что могут существовать и переходные магнитные моменты. В частности, майорановские нейтрино обладают только переходными магнитными моментами. Осцилляции обладающих переходными магнитными моментами нейтрино в магнитном поле описываются уравнением (4.7), которое по форме аналогично уравнению (3.18). Решение данного уравнения можно получить численными методами, описанными в Главе 3. Для напряжённостей магнитных полей и энергий, характерных для осцилляций нейтрино высоких энергий (то есть от 100 ТэВ до 10 ПэВ) в межзвёздном магнитном поле, мы получили, что наличие переходных магнитных моментов не оказывает заметного влияния на эволюцию потоков нейтрино.

## 4.2 Флейворные составы потоков нейтрино высоких энергий

В этом разделе мы рассмотрим эволюцию флейворного состава потока астрофизических нейтрино высоких энергий [58]. Нами будут рассмотрены два характерных случая: поток от индивидуальных, или же точечных, источников, и диффузный поток.

### 4.2.1 Флейворный состав потока нейтрино от точечного источника

Дифференциальный поток нейтрино флейвора  $\beta = e, \mu, \tau$ , наблюдаемый наземным нейтринным телескопом, определяется как

$$\frac{d\Phi_{\beta}(L, E)}{dE} = \frac{1}{4\pi L^2} \sum_{\alpha=e, \mu, \tau} \frac{d\Phi_{\alpha}^0(E)}{dE} P_{\alpha\beta}(L), \quad (4.35)$$

где начальные потоки  $d\Phi_{\alpha}^0/dE$ , вообще говоря зависящие от энергии (см. [146, 196]), а  $L$  - расстояние от источника нейтрино до детектора. Поскольку в

рассматриваемом случае осцилляций нейтрино в магнитном поле вероятности не зависят от энергии, уместно рассматривать интегральные потоки нейтрино

$$\Phi_\beta(L) = \frac{1}{4\pi L^2} \sum_\alpha \Phi_\alpha^0 P_{\alpha\beta}(L), \quad (4.36)$$

где

$$\Phi_\beta(L) = \int_{E_{min}}^{E_{max}} \Phi_\beta(L, E) dE, \quad \Phi_\beta^0 = \int_{E_{min}}^{E_{max}} \Phi_\beta^0(E) dE. \quad (4.37)$$

Типичный нейтринный телескоп, такой как Baikal-GVD или IceCube, чувствителен к нейтрино в диапазоне энергий между  $E_{min} \approx 10$  ТэВ и  $E_{max} \approx 10$  ПэВ.

Из (4.36) и (4.32) получаем, что флейворный состав потока нейтрино на расстоянии  $L$  от источника с учётом эффектов взаимодействия с магнитным полем задаётся выражением

$$r_\alpha(L) = \frac{\Phi_\alpha(L)}{\sum_\beta \Phi_\beta(L)} = \frac{\sum_\beta r_\beta^0 \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 \cos^2(\pi L/L_i^B)}{\sum_\beta r_\beta^0 \sum_i |U_{\beta i}|^2 \cos^2(\pi L/L_i^B)}, \quad (4.38)$$

где  $r_\beta^0$  - флейворный состав потока в источнике. Далее рассматриваются только потоки левоспиральных нейтрино  $\nu_\alpha^L$ , поскольку правые состояния  $\nu^R$  стерильны и невидимы для детекторов. Отметим, что для частного случая  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$  уравнение (4.38) даёт

$$r_\alpha = \sum_\beta r_\beta^0 \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2, \quad (4.39)$$

что совпадает с флейворным составом, предсказанным для случая нейтринных осцилляций в отсутствие магнитного поля и вещества. Однако, если по крайней мере два диагональных магнитных момента нейтрино не равны друг другу, флейворный состав становится зависимым от расстояния и отличается от случая вакуумных осцилляций.

Для начального флейворного состава  $r_\alpha^0$  астрофизических нейтрино высоких энергий имеются различные теоретические предсказания. В частности, если нейтрино высоких энергий рождаются в результате распада пионов, то предсказывается флейворный состав  $r_\alpha^0 = (1/3, 2/3, 0)$ . В литературе рассматриваются и другие механизмы рождения нейтрино высоких энергий, такие как распад мюона и распад нейтрона.

Рассмотрим флейворные составы нейтрино в детекторе (4.38). На Рисунке 4.1 показаны все возможные флейворные составы нейтрино высоких энергий от

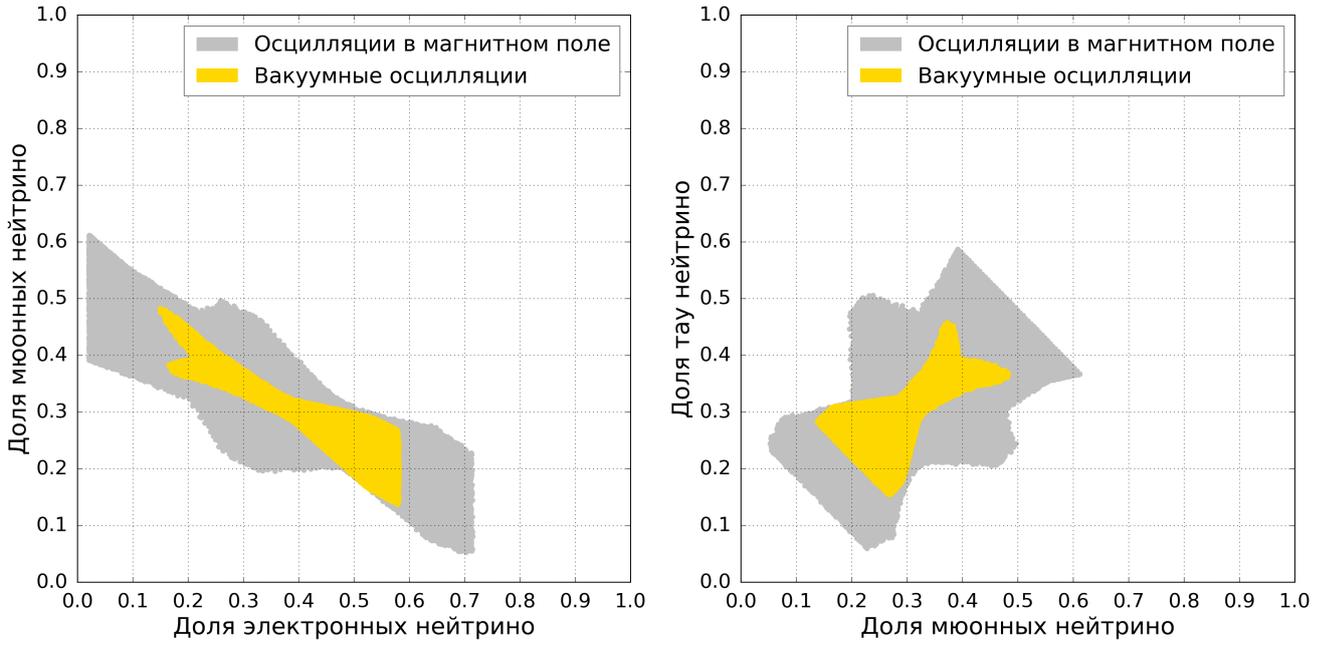


Рисунок 4.1 — Возможные флейворные составы для случаев осцилляций нейтрино в вакууме и в магнитном поле [58].

точечных источников, после их распространения в магнитном поле, которые могут наблюдаться наземными нейтринными телескопами. Области жёлтого цвета соответствуют возможным флейворным составам (4.39) в случае осцилляций нейтрино в вакууме. Данные области построены путём перебора возможных начальных флейворных составов  $r_{e,\mu,\tau}^0$  из интервала  $[0,1]$ , а также перебора параметров смешивания нейтрино  $\sin^2 \theta_{12}$ ,  $\sin^2 \theta_{13}$ ,  $\sin^2 \theta_{23}$  и  $\delta_{CP}$  внутри их  $3\sigma$  доверительных интервалов в соответствии с результатами анализа данных [70].

Серые области на Рисунке 4.1 показывают возможные флейворные составы для случая осцилляций нейтрино в магнитном поле. Эти области получены путём перебора фаз осцилляций  $\Phi_i = \pi L/L_i^B = \mu_i B_\perp L$  в (4.38), и параметров смешивания. Отметим, что площади областей в координатах  $(r_e, r_\mu)$  и  $(r_\mu, r_\tau)$  значительно больше для случая осцилляций нейтрино в магнитном поле, чем те, которые получены для случая флейворных вакуумных осцилляций.

Таким образом, учёт влияния магнитного поля на осцилляции астрофизических нейтрино может приводить к флейворному составу, который будет существенно отличаться от случая вакуумных осцилляций. Обратим внимание, что форма серых областей не зависит от выбора начального флейворного состава  $r_\alpha^0$ .

Полученная нами область возможных флейворных составов нейтрино высоких энергий в детекторе для распространяющихся в магнитном поле нейтрино

идентична области, полученной в работе [187] для случая описания нейтрино в некоторых моделях новой физики, в частности, учитывающих процесс распада нейтрино. Тем не менее, эти два сценария потенциально возможно различить в экспериментах, поскольку флейворные составы по разному зависят от расстояния до источника - в случае распада нейтрино они меняются не по периодическому закону, а по затухают по экспоненте. Кроме того, эти два случая дают разные предсказания для флейворного состава диффузного потока астрофизических нейтрино высоких энергий.

#### 4.2.2 Флейворный состав потока нейтрино высоких энергий от центра Галактики

В этом разделе мы исследуем [58] возможное влияние ненулевых магнитных моментов нейтрино на флейворный состав потоков нейтрино высоких энергии от точечного источника, находящегося в пределах нашей галактики. Хотя они ещё не наблюдались, в пределах нашей галактики существует ряд гипотетических источников нейтрино высоких энергии, таких как сверхмассивная черная дыра Sgr A\*, расположенная в центре Галактики, остаток сверхновой RX J1713.7-3946 и другие [126, 197, 198]. Поскольку радиусы этих объектов находятся в диапазоне  $\sim 10 \div 100$  парсек, что намного меньше длины осцилляций нейтрино в галактическом магнитном поле, мы можем рассматривать их как точечные источники.

Рассмотрим для определённости нейтрино, исходящие от сверхмассивной чёрной дыры Sgr A\*. Она находится на расстоянии  $L \approx 8178$  парсек от Земли [199]. Вероятности осцилляций нейтрино в магнитном поле зависят от трёх магнитных моментов нейтрино  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  и  $\mu_3$ , точные значения которых остаются неизвестными.

Рассмотрим различные значения магнитных моментов. На Рисунке 4.1 показаны возможные флейворные составы нейтрино высоких энергий в наземном детекторе после распространения в галактическом магнитном поле. Предполагается, что нейтрино рождены в распаде пиона, то есть  $r^0 = (1/3, 2/3, 0)$ . Как видно из Рисунка 4.2, при наличии взаимодействия с магнитным полем флейворный состав нейтрино в детекторе действительно может существенно

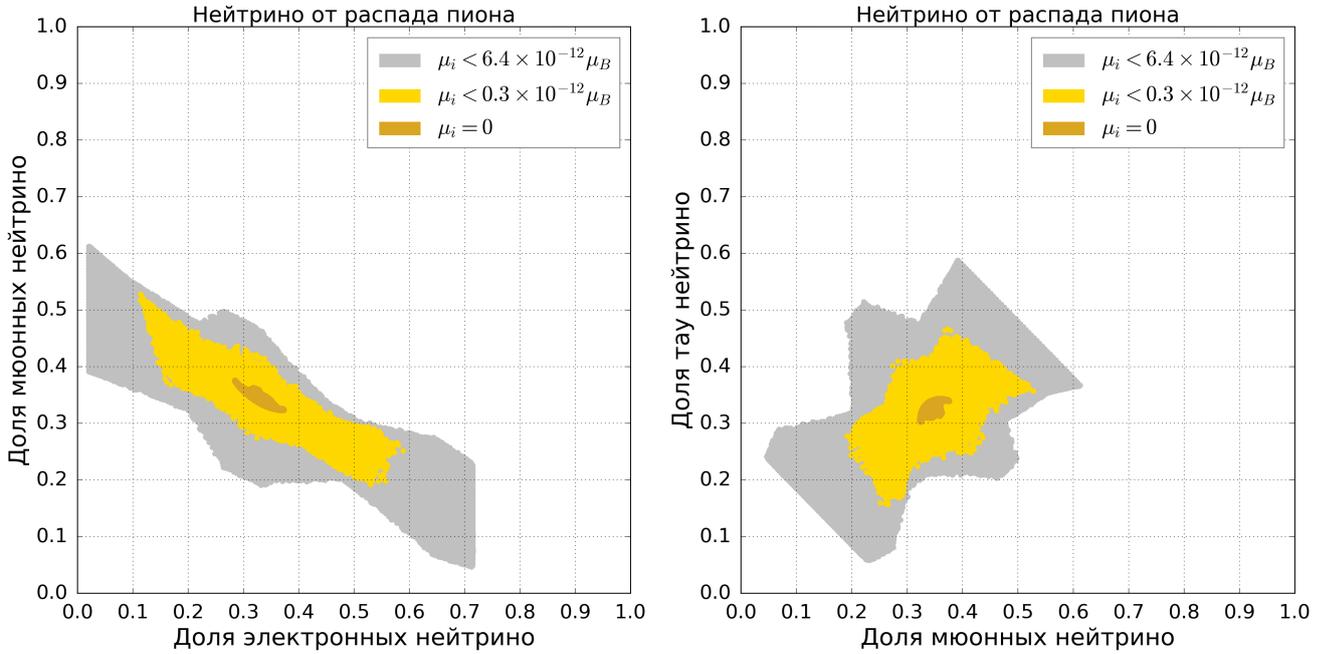


Рисунок 4.2 — Возможные флейворные составы для случаев осцилляций нейтрино в вакууме и в магнитном поле для нейтрино, рождённых в распаде пиона [58].

отличаться от предсказаний для случая вакуумных флейворных осцилляций. В случае, когда центр Галактики является источником нейтрино, эффекты взаимодействия с магнитным полем начинают наблюдаться при магнитных моментах нейтрино порядка  $\mu_\nu \sim 10^{-13} \mu_B$ .

На Рисунке 4.3 показаны интервалы в три стандартных отклонения для доли электронных нейтрино  $r_e$  и доли мюонных нейтрино  $r_\mu$ , приходящих из центра Галактики, как функций магнитного момента  $\mu_\nu$ . Предполагается, что флейворный состав в источнике задан соотношением  $r_0 = (1/3, 2/3, 0)$ , что соответствует механизму рождения нейтрино высоких энергий в результате распада пионов. Для определённости сделано предположение, что  $(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (1, 2, 2) \times \mu_\nu$ , где  $\mu_\nu$  - параметр, определяющий масштаб величины магнитных моментов нейтрино. Рассматривается величина магнитного поля  $B_\perp = 2$  микрогаусс, что примерно соответствует средней напряжённости магнитного поля на пути от центра Галактики до наземного детектора в соответствии с моделью [200].

Приведённые выше оценки в значительной степени зависят от неопределённостей в параметрах смешивания нейтрино, причём наибольший вклад вносят ошибки измерения угла смешивания  $\sin^2 \theta_{23}$  и CP-нарушающей фазы  $\delta_{CP}$ .

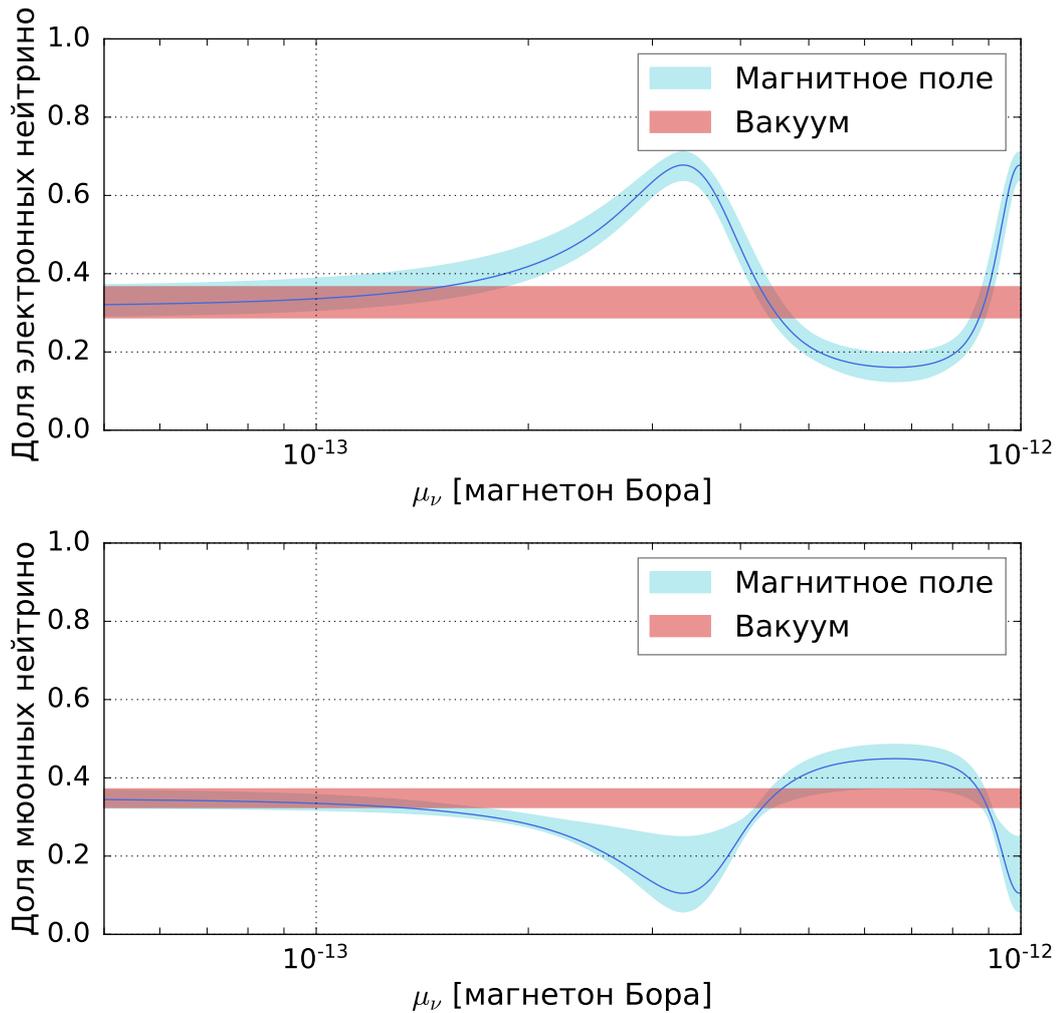


Рисунок 4.3 — Флейворный состав нейтрино высоких энергий от чёрной дыры Sgr A\* в зависимости от параметра  $\mu_\nu$ . Верхний график иллюстрирует долю электронных нейтрино, нижний - долю мюонных нейтрино.

Ожидается, что будущие нейтринные эксперименты значительно уменьшат эти неопределённости. В частности, JUNO сможет измерить  $\sin^2 \theta_{12}$  с точностью 0.5% после 6 лет сбора данных [201], в то время как цель Hyper-Kamiokande - определить  $\sin^2 \theta_{23}$  и  $\delta_{CP}$  с ошибками 0.015 и  $20^\circ$  соответственно [48]. На Рисунке 4.4 показана доля мюонных нейтрино, рассчитанная по параметрам и соответствующим неопределённостям, приведённым в Таблице 3. Важность рассмотрения доли мюонных нейтрино, обоснована тем, что к этой величине наиболее чувствительны будущие нейтринные телескопы. Следует отметить, что при уменьшении ошибок в определении параметров смешивания различие между случаем осцилляций в галактическом магнитном поле и случаем вакуумных осцилляций становится более ярко выраженным.

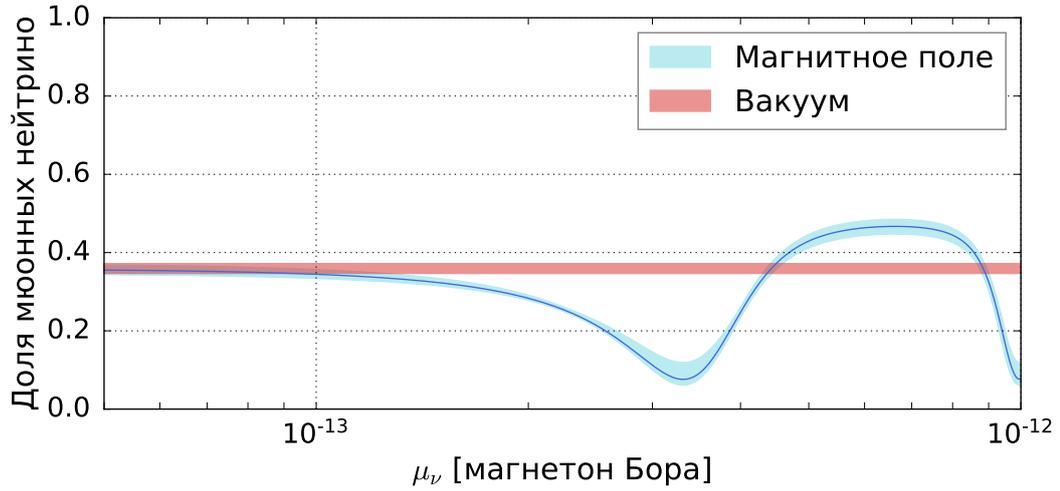


Рисунок 4.4 — Доля мюонных нейтрино от Sgr A\* при параметрах смешивания и их неопределённостях, приведённых в Таблице 3.

Параметр	$\sin^2 \theta_{12}$	$\sin^2 \theta_{23}$	$\sin^2 \theta_{13}$	$\delta_{CP}, ^\circ$
Оценка	0.307	0.573	0.0222	194
Стандартное отклонение	0.0016	0.015	0.00062	20

Таблица 3 — Предполагаемые параметры смешивания и их ошибки [48, 201].

Внегалактические источники нейтрино также представляют большой интерес, особенно в свете свидетельств в пользу происхождения части нейтрино высоких энергий внутри блазаров и активных ядер галактик. Однако, для изучения эффектов магнитного поля в осцилляциях нейтрино от внегалактических источников необходимо знать структуру магнитного поля. Отменим, что за счёт больших расстояний эффекты взаимодействия нейтрино с магнитным полем могут проявляться сильнее, чем для галактических источников.

### 4.2.3 Диффузный поток нейтрино высоких энергий

На данный момент нет полной ясности об источниках потока нейтрино высоких энергий. Имеются лишь экспериментальные указания на то, что часть из таких нейтрино излучается активными ядрами галактик [129]. Наблюдаемый экспериментами поток является суммой потоков нейтрино от различных точечных источников. Такой поток называют *диффузным* потоком астрофизических нейтрино высоких энергий.

Мы показали, что флейворный состав потока нейтрино высоких энергий от точечного источника меняется по гармоническому закону в случае осцилляций нейтрино в магнитном поле. В таком случае, диффузный поток нейтрино будет суммой потоков, в каждом из которых фаза осцилляций будет принимать значения из интервала от 0 до  $2\pi$  практически равновероятно. Это приведёт к усреднению вероятности осцилляций нейтрино (4.32), она примет вид

$$\langle P_{\alpha\beta} \rangle = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2. \quad (4.40)$$

Данная вероятность отличается от вероятности осцилляций в вакуумном случае (4.34) только множителем  $1/2$ . Отсюда следует, что взаимодействие астрофизических нейтрино высоких энергий с магнитным полем не может поменять флейворный состав нейтрино в детекторе, а лишь переводит половину от общего числа нейтрино в стерильные состояния, которые невидимы для детектора.

Таким образом, для поиска эффектов осцилляций астрофизических нейтрино в магнитном поле необходимо измерение флейворного состава потока нейтрино от точечного источника. Этим обсуждаемый случай осцилляций нейтрино в магнитном поле отличается от упомянутого выше случая осцилляций с учётом возможного распада нейтрино, при котором результирующий флейворный состав диффузного потока нейтрино высоких энергий в детекторе будет существенно отличаться от случая вакуумных осцилляций.

### 4.3 Выводы

В данной главе рассмотрены осцилляции нейтрино в магнитном поле в рамках развитого формализма с использованием волновых пакетов, что позволило учесть эффект декогеренции в осцилляциях нейтрино. Показано, что длина когерентности для осцилляций на магнитных частотах  $\omega_i^B = \mu_i B_\perp$  пропорциональна кубу энергии нейтрино.

Рассмотрена эволюция нейтрино высоких энергий в межзвёздном магнитном поле. Показано, что в данном случае значительный эффект на осцилляции нейтрино оказывают только диагональные магнитные моменты, в то время как

эффектом от переходных магнитных моментов можно пренебречь. Из этого следует вывод, что для описания осцилляций майорановских нейтрино в межзвёздном магнитном поле можно пользоваться вакуумными значениями для вероятностей флейворных осцилляций нейтрино.

Рассмотрена эволюция на пути следования от источника до детектора флейворных составов нейтрино высоких энергий от точечных источников и диффузного потока нейтрино. Показано, что за счёт взаимодействия с магнитным полем флейворный состав потока нейтрино от точечного источника значительно отличается от предсказанного в случае вакуумных флейворных осцилляций. Напротив, флейворный состав диффузного потока в случае осцилляций в магнитном поле практически не отличается от сценария вакуумных осцилляций.

В качестве примера точечного источника нейтрино высоких энергий была рассмотрена сверхмассивная чёрная дыра Sgr A\*, расположенная в центре Галактики. Показано, что при магнитных моментах нейтрино  $\mu_\nu \sim 10^{-13} \mu_B$  флейворный состав нейтрино от данного источника будет значительно отличаться от предсказанного в рамках модели вакуумных нейтринных осцилляций.

## Заключение

Диссертация посвящена развитию теории осцилляций нейтрино в характерных для астрофизических объектов условиях, а именно в плотном веществе и сильном магнитном поле. Важный общий вывод работы заключается в том, что электромагнитные свойства нейтрино могут наиболее ярко проявить себя в астрофизике.

Диссертация состоит из четырёх глав. В **Главе 1** содержится краткое введение в проблемы физики нейтрино. Дано описание дираковской и майорановской теории нейтрино, а также изложена теория и феноменология смешивания и осцилляций нейтрино. Далее приведён краткий обзор теории и эксперимента в области электромагнитных характеристик нейтрино, в частности магнитных моментов. В заключительной части главы рассматриваются характерные типы нейтрино в астрофизике, а именно нейтрино от взрывов сверхновых и нейтрино высоких энергий, которые являются темой исследования диссертации.

**Глава 2** посвящена развитию нового подхода к описанию осцилляций нейтрино в магнитном поле. Для классификации состояний нейтрино в магнитном поле использован спиновый оператор, являющийся интегралом движения. Получены аналитические выражения для вероятностей осцилляций дираковских нейтрино без недиагональных магнитных моментов в магнитном поле, учитывающие возможность переходов между всеми возможными состояниями нейтрино. Показано, что вероятности осцилляций являются комбинацией осцилляций на вакуумных частотах  $\omega_{ik}^{vac} = \Delta m_{ik}^2/4p$  и магнитных частотах  $\omega_i^B = \mu_i B_{\perp}$ . В качестве примера осцилляций нейтрино в магнитном поле рассмотрены осцилляции при распространении в межзвёздном магнитном поле.

Предметом **Главы 3** являются осцилляции нейтрино в магнитном поле при взрыве сверхновой. Развитый в Главе 2 формализм обобщается на случай наличия у нейтрино переходных магнитных моментов, что, в частности, важно для описания майорановских нейтрино. Отметим, что в главе рассматриваются как дираковские, так и майорановские нейтрино. Показано, что дираковский и майорановский случай приводят к качественно различным закономерностям в осцилляциях нейтрино в магнитном поле. Особое внимание уделено эффектам, нарушающим CP-симметрию. Обнаружено, что в случае майорановских

нейтрино при ненулевых значениях CP-нарушающих фаз могут возникать новые резонансы в осцилляциях нейтрино, в частности, в канале осцилляций  $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ . Указанный резонанс наблюдается при значении доли электронов  $Y_e = 1/2$  в веществе сверхновой. На основе модели взрыва сверхновой на стадии нейтронизации показано, что условие для резонансного усиления осцилляций действительно может выполняться. Рассмотрено влияние осцилляций нейтрино от сверхновой на флейворный состав потока нейтрино в детекторе. В частности, показано, что возникновение осцилляций нейтрино-антинейтрино  $\nu_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta$  в магнитном поле сверхновой на стадии нейтронизации может привести к модификации отношения потоков электронных нейтрино  $\nu_e$  и антинейтрино  $\bar{\nu}_e$ , наблюдаемого наземными нейтринными обсерваториями, причём это отношение должно зависеть от величин майорановских CP-нарушающих фаз.

В **Главе 4** продолжается исследование осцилляций нейтрино в межзвёздном магнитном поле, начатое в Главе 2. Для описания осцилляций нейтрино в магнитном поле развит новый формализм, предполагающий использование волновых пакетов, что позволило описать декогеренцию нейтринных осцилляций. Для случая дираковских нейтрино без переходных магнитных моментов получены аналитические выражения для вероятностей осцилляций в магнитном поле. Показано, что длины когерентности для осцилляций на магнитных частотах  $\omega_i^B = \mu_i B_\perp$  пропорциональны кубу энергии нейтрино  $\sim E_\nu^3$ , в то время как длины когерентности для осцилляций на вакуумных частотах  $\omega_{ik}^{vac} = \Delta m_{ik}^2/4p$  пропорциональны квадрату энергии  $\sim E_\nu^2$ . На основе численных оценок показано, что осцилляции нейтрино высоких энергий в межзвёздном магнитном поле на магнитных частотах  $\omega_i^B$  не будут затухать даже на космологических масштабах. С использованием численных методов проведён анализ эффектов осцилляций нейтрино в магнитном поле в случае, когда нейтрино имеют переходные магнитные моменты. Показано, что для нейтрино высоких энергий и величины магнитного поля, характерной для межзвёздного пространства, переходные магнитные моменты не оказывают влияние на эволюцию нейтрино. В частности, это означает, что осцилляции майорановских нейтрино в межзвёздных магнитных полях описываются вакуумными выражениями для вероятностей осцилляций. Рассмотрена эволюция флейворного состава потока нейтрино высоких энергий на пути от источника до детектора с учётом взаимодействия с магнитным полем. Показано, что за счёт взаимодействия с магнитным полем флейворный состав потока нейтрино от точечного источни-

ка значительно отличается от предсказанного в случае вакуумных флейворных осцилляций. Напротив, флейворный состав диффузного потока в случае осцилляций в магнитном поле практически не отличается от сценария вакуумных осцилляций. В качестве примера нейтрино высоких энергий от точечного источника рассматриваются нейтрино от центра Галактики. Показано, что при магнитных моментах нейтрино порядка  $\mu_\nu \sim 10^{-13} \mu_B$  взаимодействие с галактическим магнитным полем может привести к существенному изменению флейворного состава потока нейтрино в детекторе.

В **Заключении** даётся краткое изложение основных результатов проведённого исследования.

## Благодарности

Завершить диссертационную работу хотел бы словами благодарности своему научному руководителю - профессору кафедры теоретической физики Александру Ивановичу Студеникину за постановку научной проблемы и руководство работой.

Автор также благодарен членам нейтринной научной группы, в особенности Константину Алексеевичу Кузакову, Константину Леонидовичу Станкевичу, Фёдору Михайловичу Лазареву и Алексею Андреевичу Личкунову за плодотворные и вдохновляющие научные дискуссии.

Автор благодарен сотрудникам кафедры теоретической физики физического факультета МГУ Алексею Петровичу Исаеву, Владимиру Чеславовичу Жуковскому, Анатолию Викторовичу Борисову, Андрею Евгеньевичу Лобанову и Константину Викторовичу Степаньянцу за поддержку.

Хочу также выразить признательность Максиму Сергеевичу Дворникову, Дмитрию Вадимовичу Наумову, Алексею Игоревичу Тернову, Максиму Валентиновичу Либанову, Дмитрию Сергеевичу Горбунову, Сергею Вадимовичу Троицкому, Григорию Игоревичу Рубцову и Баярто Константиновичу Лубсандоржиеву за интерес к результатам работы.

## Список литературы

- [1] *Giunti C., Studenikin A.* Neutrino electromagnetic interactions: a window to new physics // *Rev. Mod. Phys.* — 2015. — Vol. 87. — P. 531.
- [2] *Beda A. et al.* The results of search for the neutrino magnetic moment in GEMMA experiment // *Adv. High Energy Phys.* — 2012. — Vol. 2012. — P. 350150.
- [3] *Agostini M. et al.* Limiting neutrino magnetic moments with Borexino Phase-II solar neutrino data // *Phys. Rev. D.* — 2017. — Vol. 96, no. 9. — P. 091103.
- [4] *Aprile E. et al.* Search for new physics in electronic recoil data from XENON-nT // *Phys. Rev. Lett.* — 2022. — Vol. 129, no. 16. — P. 161805.
- [5] *Studenikin A. et al.* Potentialities of a low-energy detector based on  $^4\text{He}$  evaporation to observe atomic effects in coherent neutrino scattering and physics perspectives // *Phys. Rev. D.* — 2019. — Vol. 100, no. 7. — P. 073014.
- [6] *Kouzakov K., Studenikin A.* Electromagnetic properties of massive neutrinos in low-energy elastic neutrino-electron scattering // *Phys. Rev. D.* — 2017. — Vol. 95, no. 5. — P. 055013. — [Erratum: *Phys.Rev.D* 96, 099904 (2017)].
- [7] *Fujikawa K., Shrock R.* The magnetic moment of a massive neutrino and neutrino spin rotation // *Phys. Rev. Lett.* — 1980. — Vol. 45. — P. 963.
- [8] *Shrock R.* Electromagnetic properties and decays of dirac and majorana neutrinos in a general class of gauge theories // *Nucl. Phys. B.* — 1982. — Vol. 206. — Pp. 359–379.
- [9] *Cisneros A.* Effect of neutrino magnetic moment on solar neutrino observations // *Astrophys. Space Sci.* — 1971. — Vol. 10. — Pp. 87–92.
- [10] *Schechter J., Valle J.* Majorana neutrinos and magnetic fields // *Phys. Rev. D.* — 1981. — Vol. 24. — Pp. 1883–1889. — [Erratum: *Phys.Rev.D* 25, 283 (1982)].

- [11] *Okun L., Voloshin M., Vysotsky M.* Neutrino electrodynamics and possible effects for solar neutrinos // *Sov. Phys. JETP.* — 1986. — Vol. 64. — Pp. 446–452.
- [12] *Voloshin M.* Resonant helicity flip of  $\nu_e$  due to magnetic moment and dynamics of supernova // *Phys. Lett. B.* — 1988. — Vol. 209. — Pp. 360–364.
- [13] *Akhmedov E.* Resonant amplification of neutrino spin rotation in matter and the solar neutrino problem // *Phys. Lett. B.* — 1988. — Vol. 213. — Pp. 64–68.
- [14] *Lim C.-S., Marciano W.* Resonant spin - flavor precession of solar and supernova neutrinos // *Phys. Rev. D.* — 1988. — Vol. 37. — Pp. 1368–1373.
- [15] *Studenikin A.* Neutrinos in electromagnetic fields and moving media // *Phys. Atom. Nucl.* — 2004. — Vol. 67. — Pp. 993–1002.
- [16] *Pustoshny P., Studenikin A.* Neutrino spin and spin-flavour oscillations in transversal matter currents with standard and non-standard interactions // *Phys. Rev. D.* — 2018. — Vol. 98, no. 11. — P. 113009.
- [17] *Balantekin B., Gava J., Volpe C.* Possible CP-Violation effects in core-collapse Supernovae // *Phys. Lett. B.* — 2008. — Vol. 662. — Pp. 396–404.
- [18] *Gava J., Volpe C.* Collective neutrinos oscillation in matter and CP-violation // *Phys. Rev. D.* — 2008. — Vol. 78. — P. 083007.
- [19] *Chukhnova A., Lobanov A.* Stationary and non-stationary solutions of the evolution equation for neutrino in matter // *EPJ Web Conf.* — 2018. — Vol. 191. — P. 03002.
- [20] *Chukhnova A., Lobanov A.* Neutrino flavor oscillations and spin rotation in matter and electromagnetic field // *Phys. Rev. D.* — 2020. — Vol. 101, no. 1. — P. 013003.
- [21] *Chukhnova A., Lobanov A.* Resonance enhancement of neutrino oscillations due to transition magnetic moments // *Eur. Phys. J. C.* — 2021. — Vol. 81, no. 9. — P. 821.
- [22] *Egorov V., Volobuev I.* Quantum field-theoretical description of neutrino oscillations in a magnetic field and the Solar neutrino problem // *J. Exp. Theor. Phys.* — 2022. — Vol. 135, no. 2. — Pp. 197–208.

- [23] *Dvornikov M.* Canonical quantization of a massive Weyl field // *Found. Phys.* — 2012. — Vol. 42. — Pp. 1469–1479.
- [24] *Dvornikov M.* Evolution of a dense neutrino gas in matter and electromagnetic field // *Nucl. Phys. B.* — 2012. — Vol. 855. — Pp. 760–773.
- [25] *Dvornikov M.* Massive majorana neutrinos in matter and a magnetic field. — 2011. — 10.
- [26] *Лухачёв Г., Студеникин А.* Осцилляции нейтрино в магнитном поле Солнца, сверхновых и нейтронных звезд // *ЖЭТФ.* — 1995. — Vol. 108. — P. 769.
- [27] *Ahrliche A., Mimouni J.* Supernova neutrino spectrum with matter and spin flavor precession effects // *JCAP.* — 2003. — Vol. 11. — P. 004.
- [28] *Grigoriev A., Kupcheva E., Ternov A.* Neutrino spin oscillations in polarized matter // *Phys. Lett. B.* — 2019. — Vol. 797. — P. 134861.
- [29] *Grigoriev A., Ternov A., Trunina E.* Matter polarization effect on neutrino spin oscillations // *PoS.* — 2022. — Vol. ICHEP2022. — P. 1153.
- [30] *Ternov A.* Matter-induced magnetic moment and neutrino helicity rotation in external fields // *Phys. Rev. D.* — 2016. — Vol. 94, no. 9. — P. 093008.
- [31] *Duan H., Fuller G., Qian Y.-Z.* Collective Neutrino Oscillations // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* — 2010. — Vol. 60. — Pp. 569–594.
- [32] *Abbar S.* Collective oscillations of Majorana neutrinos in strong magnetic fields and self-induced flavor equilibrium // *Phys. Rev. D.* — 2020. — Vol. 101, no. 10. — P. 103032.
- [33] *Kharlanov O., Shustov P.* Effects of nonstandard neutrino self-interactions and magnetic moment on collective Majorana neutrino oscillations // *Phys. Rev. D.* — 2021. — Vol. 103, no. 9. — P. 095004.
- [34] *Nussinov S.* Solar neutrinos and neutrino mixing // *Phys. Lett. B.* — 1976. — Vol. 63. — Pp. 201–203.
- [35] *Kiers K., Nussinov S., Weiss N.* Coherence effects in neutrino oscillations // *Phys. Rev. D.* — 1996. — Vol. 53. — Pp. 537–547.

- [36] *Kayser B.* On the quantum mechanics of neutrino oscillation // *Phys. Rev. D.* — 1981. — Vol. 24. — P. 110.
- [37] *Naumov D., Naumov V.* Relativistic wave packets in a field theoretical approach to neutrino oscillations // *Russ. Phys. J.* — 2010. — Vol. 53. — Pp. 549–574.
- [38] *Naumov D., Naumov V.* A Diagrammatic treatment of neutrino oscillations // *J. Phys. G.* — 2010. — Vol. 37. — P. 105014.
- [39] *Naumov D.* On the theory of wave packets // *Phys. Part. Nucl. Lett.* — 2013. — Vol. 10. — Pp. 642–650.
- [40] *Наумов Д., Наумов В.* Квантово-полевая теория нейтринных осцилляций // *Физика элементарных частиц и атомного ядра.* — 2020. — Vol. 51, no. 1. — Pp. 5–209.
- [41] *Egorov V., Volobuev I.* Coherence length of neutrino oscillations in a quantum field-theoretical approach // *Phys. Rev. D.* — 2019. — Vol. 3. — P. 033004.
- [42] *Peltoniemi J., Sipilainen V.* Neutrino propagation in matter using the wave packet approach // *JHEP.* — 2000. — Vol. 06. — P. 011.
- [43] *Kersten J., Smirnov A.* Decoherence and oscillations of supernova neutrinos // *Eur. Phys. J. C.* — 2016. — Vol. 76, no. 6. — P. 339.
- [44] *Akhmedov E., Kopp J., Lindner M.* Collective neutrino oscillations and neutrino wave packets // *JCAP.* — 2017. — Vol. 09. — P. 017.
- [45] *Abe K. et al.* Constraint on the matter–antimatter symmetry-violating phase in neutrino oscillations // *Nature.* — 2020. — Vol. 580, no. 7803. — Pp. 339–344. — [Erratum: *Nature* 583, E16 (2020)].
- [46] *Acevo M. et al.* First measurement of neutrino oscillation parameters using neutrinos and antineutrinos by NOvA // *Phys. Rev. Lett.* — 2019. — Vol. 123, no. 15. — P. 151803.
- [47] *Abi B. et al.* Deep Underground Neutrino Experiment (DUNE), far detector technical design report, Volume I Introduction to DUNE // *JINST.* — 2020. — Vol. 15, no. 08. — P. T08008.

- [48] *Abe K. et al.* Physics potentials with the second Hyper-Kamiokande detector in Korea // *PTEP*. — 2018. — Vol. 2018, no. 6. — P. 063C01.
- [49] *Popov A., Pustoshny P., Studenikin A.* Neutrino motion and spin oscillations in magnetic field and matter currents // *PoS*. — 2018. — Vol. EPS-HEP2017. — P. 643.
- [50] *Popov A., Studenikin A.* Oscillations and exact states of neutrinos in a magnetic field // *PoS*. — 2019. — Vol. ICHEP2018. — P. 926.
- [51] *Popov A., Studenikin A.* Neutrino eigenstates and flavour, spin and spin-flavour oscillations in a constant magnetic field // *Eur. Phys. J. C*. — 2019. — Vol. 79, no. 2. — P. 144.
- [52] *Popov A., Lichkunov A., Studenikin A.* Neutrino eigenstates and oscillations in a magnetic field // *PoS*. — 2020. — Vol. EPS-HEP2019. — P. 415.
- [53] *Popov A., Pustoshny P., Studenikin A.* Neutrino spin precession and oscillations in transversal matter currents // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2020. — Vol. 1342, no. 1. — P. 012126.
- [54] *Lichkunov A., Popov A., Studenikin A.* Neutrino oscillations in a magnetic field: the three-flavor case // *PoS*. — 2021. — Vol. ICHEP2020. — P. 208.
- [55] *Popov A., Studenikin A.* Manifestations of nonzero Majorana CP-violating phases in oscillations of supernova neutrinos // *Phys. Rev. D*. — 2021. — Vol. 103, no. 11. — P. 115027.
- [56] *Popov A., Studenikin A.* Effects of nonzero Majorana CP phases on oscillations of supernova neutrinos // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2021. — Vol. 2156. — P. 012226.
- [57] *Popov A., Lichkunov A., Studenikin A.* Interplay of neutrino spin and three-flavour oscillations in a magnetic field // *PoS*. — 2022. — Vol. EPS-HEP2021. — P. 197.
- [58] *Попов А., Студеникин А.* Декогеренция осцилляций нейтрино в магнитном поле вследствие расхождения волновых пакетов // *Ученые записки физического факультета Московского Университета*. — 2024. — Vol. 2. — P. 2420101.

- [59] *Majorana E.* Teoria simmetrica dell'elettrone e del positrone // *Nuovo Cim.* — 1937. — Vol. 14. — Pp. 171–184.
- [60] *Dolinski M., Poon A., Rodejohann W.* Neutrinoless double-beta decay: status and prospects // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* — 2019. — Vol. 69. — Pp. 219–251.
- [61] *Adams D. et al.* New direct limit on neutrinoless double beta decay half-life of Te128 with CUORE // *Phys. Rev. Lett.* — 2022. — Vol. 129, no. 22. — P. 222501.
- [62] *King S.* Neutrino mass models // *Rept. Prog. Phys.* — 2004. — Vol. 67. — Pp. 107–158.
- [63] *Akhmedov E.* Majorana neutrinos and other Majorana particles: theory and experiment. — 2014. — 12.
- [64] *Bilenky S.* Neutrinos: Majorana or Dirac? — 2020. — 8.
- [65] *Pontecorvo B.* Mesonium and anti-mesonium // *Sov. Phys. JETP.* — 1957. — Vol. 6. — P. 429.
- [66] *Pontecorvo B.* Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge // *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* — 1957. — Vol. 34. — P. 247.
- [67] *Maki Z., Nakagawa M., Sakata S.* Remarks on the unified model of elementary particles // *Prog. Theor. Phys.* — 1962. — Vol. 28. — Pp. 870–880.
- [68] *Gribov V., Pontecorvo B.* Neutrino astronomy and lepton charge // *Phys. Lett. B.* — 1969. — Vol. 28. — P. 493.
- [69] *Bilenky S., Pontecorvo B.* Quark-Lepton analogy and neutrino Oscillations // *Phys. Lett. B.* — 1976. — Vol. 61. — P. 248.
- [70] *Esteban I. et al.* The fate of hints: updated global analysis of three-flavor neutrino oscillations // *JHEP.* — 2020. — Vol. 09. — P. 178. — [URL: <http://www.nu-fit.org/>].
- [71] *Workman R. et al.* Review of Particle Physics // *PTEP.* — 2022. — Vol. 2022. — P. 083C01.

- [72] *Bilenky S., Hosek J., Petcov S.* On oscillations of neutrinos with Dirac and Majorana masses // *Phys. Lett. B.* — 1980. — Vol. 94. — Pp. 495–498.
- [73] *Langacker P., Petcov S. et al.* Implications of the Mikheev-Smirnov-Wolfenstein (MSW) mechanism of amplification of neutrino oscillations in matter // *Nucl. Phys. B.* — 1987. — Vol. 282. — Pp. 589–609.
- [74] *Jarlskog C.* Commutator of the quark mass matrices in the Standard Electroweak Model and a measure of maximal  $CP$  nonconservation // *Phys. Rev. Lett.* — 1985. — Vol. 55. — P. 1039.
- [75] *Branco G., Felipe R., Joaquim F.* Leptonic  $CP$  violation // *Rev. Mod. Phys.* — 2012. — Vol. 84. — Pp. 515–565.
- [76] *Wolfenstein L.* Neutrino oscillations in matter // *Phys. Rev. D.* — 1978. — Vol. 17. — Pp. 2369–2374.
- [77] *Ioannisian A., Pokorski S.* Three neutrino oscillations in matter // *Phys. Lett. B.* — 2018. — Vol. 782. — Pp. 641–645.
- [78] *Ohlsson T., Snellman H.* Three flavor neutrino oscillations in matter // *J. Math. Phys.* — 2000. — Vol. 41. — Pp. 2768–2788. — [Erratum: *J. Math. Phys.* 42, 2345 (2001)].
- [79] *Mikheyev S., Smirnov A.* Resonance amplification of oscillations in matter and spectroscopy of solar neutrinos // *Sov. J. Nucl. Phys.* — 1985. — Vol. 42. — Pp. 913–917.
- [80] *Raffelt G.* Supernova neutrino oscillations // *Phys. Scripta T.* — 2005. — Vol. 121. — Pp. 102–105.
- [81] *Pal P.* Particle physics confronts the solar neutrino problem // *Int. J. Mod. Phys. A.* — 1992. — Vol. 7. — Pp. 5387–5460.
- [82] *Jacobson M., Ohlsson T.* Extrinsic  $CPT$  violation in neutrino oscillations in matter // *Phys. Rev. D.* — 2004. — Vol. 69. — P. 013003.
- [83] *An F. et al.* Neutrino physics with JUNO // *J. Phys. G.* — 2016. — Vol. 43, no. 3. — P. 030401.

- [84] *Aker M. et al.* Direct neutrino-mass measurement with sub-electronvolt sensitivity // *Nature Phys.* — 2022. — Vol. 18, no. 2. — Pp. 160–166.
- [85] *Alam S. et al.* Completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: Cosmological tions from two decades of spectroscopic surveys at the Apache Point Observatory // *Phys. Rev. D.* — 2021. — Vol. 103, no. 8. — P. 083533.
- [86] *Aghanim N. et al.* Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters // *Astron. Astrophys.* — 2020. — Vol. 641. — P. A6. — [Erratum: *Astron. Astrophys.* 652, C4 (2021)].
- [87] *Di Valentino E., Melchiorri A., Silk J.* Beyond six parameters: extending  $\Lambda$ CDM // *Phys. Rev. D.* — 2015. — Vol. 92, no. 12. — P. 121302.
- [88] *Di Valentino E., Melchiorri A.* Neutrino mass bounds in the era of tension cosmology // *Astrophys. J. Lett.* — 2022. — Vol. 931, no. 2. — P. L18.
- [89] *Boyle A., Komatsu E.* Deconstructing the neutrino mass constraint from galaxy redshift surveys // *JCAP.* — 2018. — Vol. 03. — P. 035.
- [90] *Agostini M. et al.* Final results of GERDA on the search for neutrinoless double- $\beta$  Decay // *Phys. Rev. Lett.* — 2020. — Vol. 125, no. 25. — P. 252502.
- [91] *Gando A. et al.* Search for Majorana neutrinos near the inverted mass hierarchy region with KamLAND-Zen // *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — Vol. 117, no. 8. — P. 082503. — [Addendum: *Phys.Rev.Lett.* 117, 109903 (2016)].
- [92] *Nieves J.* Electromagnetic properties of Majorana neutrinos // *Phys. Rev. D.* — 1982. — Dec. — Vol. 26. — Pp. 3152–3158.
- [93] *Kayser B.* Majorana neutrinos and their electromagnetic properties // *Phys. Rev. D.* — 1982. — Oct. — Vol. 26. — Pp. 1662–1670.
- [94] *Kayser B.* CPT, CP, and  $C$  phases, and their effects, in Majorana-particle processes // *Phys. Rev. D.* — 1984. — Sep. — Vol. 30. — Pp. 1023–1033.
- [95] *Studenikin A.* New bounds on neutrino electric millicharge from limits on neutrino magnetic moment // *EPL.* — 2014. — Vol. 107, no. 2. — P. 21001. — [Erratum: *EPL* 107, 39901 (2014), Erratum: *Europhys.Lett.* 107, 39901 (2014)].

- [96] *Studenikin A., Tokarev I.* Millicharged neutrino with anomalous magnetic moment in rotating magnetized matter // *Nucl. Phys. B.* — 2014. — Vol. 884. — Pp. 396–407.
- [97] *Raffelt G.* Particle physics from stars // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* — 1999. — Vol. 49. — Pp. 163–216.
- [98] *Studenikin A.* Overview of neutrino electromagnetic properties // *PoS.* — 2022. — Vol. CORFU2021. — P. 057.
- [99] *Studenikin A.* Overview of neutrino electromagnetic properties 2022 // 41st International Conference on High Energy Physics. — 2023. — 1.
- [100] *Dvornikov M., Studenikin A.r.* Electric charge and magnetic moment of massive neutrino // *Phys. Rev. D.* — 2004. — Vol. 69. — P. 073001.
- [101] *Дворников М., Студеникин А.* Электромагнитные формфакторы массивного нейтрино // *ЖЭТФ.* — 2004. — Vol. 126. — P. 288.
- [102] *Glashow S., Iliopoulos J., Maiani L.* Weak interactions with lepton-hadron symmetry // *Phys. Rev. D.* — 1970. — Vol. 2. — Pp. 1285–1292.
- [103] *Tortola M., Valle J. et al.* Updating neutrino magnetic moment constraints // *Phys. Lett. B.* — 2016. — Vol. 753. — Pp. 191–198.
- [104] *Raffelt G.* New bound on neutrino dipole moments from globular cluster stars // *Phys. Rev. Lett.* — 1990. — Vol. 64. — Pp. 2856–2858.
- [105] *Czakon M., Gluza J., Zralek M.* Neutrino magnetic moments in left-right symmetric models // *Phys. Rev. D.* — 1999. — Vol. 59. — P. 013010.
- [106] *Fukuyama T., Kikuchi T., Okada N.* Neutrino magnetic moments and minimal supersymmetric SO(10) model // *Int. J. Mod. Phys. A.* — 2004. — Vol. 19. — Pp. 4825–4834.
- [107] *Gozdz M., Kaminski W.* Majorana neutrino magnetic moments in the gauge-mediated supersymmetry breaking MSSM // *Phys. Rev. D.* — 2009. — Vol. 79. — P. 075023.
- [108] *Akita K., Yamaguchi M.* A precision calculation of relic neutrino decoupling // *JCAP.* — 2020. — Vol. 08. — P. 012.

- [109] *Betti M. et al.* Neutrino physics with the PTOLEMY project: active neutrino properties and the light sterile case // *JCAP*. — 2019. — Vol. 07. — P. 047.
- [110] *Berezinsky V., Zatsepin G.* Cosmic rays at ultrahigh-energies (neutrino?) // *Phys. Lett. B*. — 1969. — Vol. 28. — Pp. 423–424.
- [111] *Allison P. et al.* Performance of two Askaryan Radio Array stations and first results in the search for ultrahigh energy neutrinos // *Phys. Rev. D*. — 2016. — Vol. 93, no. 8. — P. 082003.
- [112] *Barwick S. et al.* A first search for cosmogenic neutrinos with the ARIANNA hexagonal radio array // *Astropart. Phys.* — 2015. — Vol. 70. — Pp. 12–26.
- [113] *Hirata K. et al.* Observation of a neutrino burst from the Supernova SN 1987a // *Phys. Rev. Lett.* — 1987. — Vol. 58. — Pp. 1490–1493.
- [114] *Alekseev E. et al.* Detection of the neutrino signal From SN1987A in the LMC using the Inr Baksan underground scintillation telescope // *Phys. Lett. B*. — 1988. — Vol. 205. — Pp. 209–214.
- [115] *Bionta R. et al.* Observation of a neutrino burst in coincidence with supernova SN 1987a in the Large Magellanic Cloud // *Phys. Rev. Lett.* — 1987. — Vol. 58. — P. 1494.
- [116] *Bahcall J., Dar A., Piran T.* Neutrinos From the Supernova in the LMC // *Nature*. — 1987. — Vol. 326. — P. 135.
- [117] *Abe K. et al.* Supernova Model Discrimination with Hyper-Kamiokande // *Astrophys. J.* — 2021. — Vol. 916, no. 1. — P. 15.
- [118] *Mirizzi A. et al.* Supernova neutrinos: production, oscillations and detection // *Riv. Nuovo Cim.* — 2016. — Vol. 39, no. 1-2. — Pp. 1–112.
- [119] *Aartsen M. et al.* Evidence for high-energy extraterrestrial neutrinos at the IceCube detector // *Science*. — 2013. — Vol. 342. — P. 1242856.
- [120] *Aartsen M. et al.* A combined maximum-likelihood analysis of the high-energy astrophysical neutrino flux measured with IceCube // *Astrophys. J.* — 2015. — Vol. 809, no. 1. — P. 98.

- [121] *Aartsen M. et al.* All-sky search for time-integrated neutrino emission from astrophysical sources with 7 yr of IceCube data // *Astrophys. J.* — 2017. — Vol. 835, no. 2. — P. 151.
- [122] *Aartsen M. et al.* Characteristics of the diffuse astrophysical electron and tau neutrino flux with six years of IceCube high energy cascade data // *Phys. Rev. Lett.* — 2020. — Vol. 125, no. 12. — P. 121104.
- [123] *Allakhverdyan V. et al.* Diffuse neutrino flux measurements with the Baikal-GVD neutrino telescope // *Phys. Rev. D.* — 2023. — Vol. 107, no. 4. — P. 042005.
- [124] *Halzen F., Hooper D.* High-energy neutrino astronomy: The Cosmic ray connection // *Rept. Prog. Phys.* — 2002. — Vol. 65. — Pp. 1025–1078.
- [125] *Meszáros P.* Astrophysical sources of high energy neutrinos in the IceCube era // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* — 2017. — Vol. 67. — Pp. 45–67.
- [126] *Vissani F., Aharonian F.* Galactic sources of high-energy neutrinos: highlights // *Nucl. Instrum. Meth. A.* — 2012. — Vol. 692. — Pp. 5–12.
- [127] *Zhang B., Dai Z., Meszáros P.* High-energy neutrinos from magnetars // *Astrophys. J.* — 2003. — Vol. 595. — Pp. 346–351.
- [128] *Aartsen M. et al.* Neutrino emission from the direction of the blazar TXS 0506+056 prior to the IceCube-170922A alert // *Science.* — 2018. — Vol. 361, no. 6398. — Pp. 147–151.
- [129] *Abbasi R. et al.* Evidence for neutrino emission from the nearby active galaxy NGC 1068 // *Science.* — 2022. — Vol. 378, no. 6619. — Pp. 538–543.
- [130] *Allakhverdyan V. et al.* High-energy neutrino-induced cascade from the direction of the flaring radio blazar TXS 0506+056 observed by the Baikal Gigaton Volume Detector in 2021. — 2022. — 10.
- [131] *Aartsen M. et al.* An all-sky search for three flavors of neutrinos from Gamma-Ray Bursts with the IceCube neutrino observatory // *Astrophys. J.* — 2016. — Vol. 824, no. 2. — P. 115.

- [132] *Aartsen M. et al.* Constraints on galactic neutrino emission with seven years of IceCube Data // *Astrophys. J.* — 2017. — Vol. 849, no. 1. — P. 67.
- [133] *Albert A. et al.* Joint constraints on galactic diffuse neutrino emission from the ANTARES and IceCube neutrino telescopes // *Astrophys. J. Lett.* — 2018. — Vol. 868, no. 2. — P. L20.
- [134] *Denton P., Marfatia D., Weiler T.* The Galactic contribution to IceCube’s astrophysical neutrino flux // *JCAP.* — 2017. — Vol. 08. — P. 033.
- [135] *Kovalev Y., Plavin A., Troitsky S.* Galactic contribution to the high-energy neutrino flux found in track-like IceCube events // *Astrophys. J. Lett.* — 2022. — Vol. 940, no. 2. — P. L41.
- [136] *Plavin A. et al.* Observational evidence for the origin of high-energy neutrinos in parsec-scale nuclei of radio-bright active galaxies // *Astrophys. J.* — 2020. — Vol. 894, no. 2. — P. 101.
- [137] *Plavin A. et al.* Directional association of TeV to PeV astrophysical neutrinos with radio blazars // *Astrophys. J.* — 2021. — Vol. 908, no. 2. — P. 157.
- [138] *Plavin A. et al.* Growing evidence for high-energy neutrinos originating in radio blazars // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* — 2023. — Vol. 523, no. 2. — Pp. 1799–1808.
- [139] *Avrorin A. et al.* High-energy neutrino astronomy and the Baikal-GVD neutrino telescope // *Phys. At. Nucl.* — 2021. — Vol. 84, no. 4. — Pp. 513–518.
- [140] *Avrorin A. et al.* Deep-Underwater cherenkov detector in Lake Baikal // *J. Exp. Theor. Phys.* — 2022. — Vol. 134, no. 4. — Pp. 399–416.
- [141] *Aartsen M. et al.* IceCube-Gen2: the window to the extreme Universe // *J. Phys. G.* — 2021. — Vol. 48, no. 6. — P. 060501.
- [142] *Adrian-Martinez S. et al.* Letter of intent for KM3NeT 2.0 // *J. Phys. G.* — 2016. — Vol. 43, no. 8. — P. 084001.
- [143] *Agostini M. et al.* The Pacific Ocean neutrino experiment // *Nature Astron.* — 2020. — Vol. 4, no. 10. — Pp. 913–915.

- [144] *Ahlers M., Halzen F.* Opening a new window onto the Universe with IceCube // *Prog. Part. Nucl. Phys.* — 2018. — Vol. 102. — Pp. 73–88.
- [145] *Aartsen M. et al.* Detection of a particle shower at the Glashow resonance with IceCube // *Nature.* — 2021. — Vol. 591, no. 7849. — Pp. 220–224. — [Erratum: *Nature* 592, E11 (2021)].
- [146] *Kashti T., Waxman E.* Flavoring astrophysical neutrinos: Flavor ratios depend on energy // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 95. — P. 181101.
- [147] *Pulido J., Akhmedov E.* Resonance spin flavor precession and solar neutrinos // *Astropart. Phys.* — 2000. — Vol. 13. — Pp. 227–244.
- [148] *Akhmedov E., Pulido J.* SNO and the neutrino magnetic moment solution of the solar neutrino problem // *Phys. Lett. B.* — 2000. — Vol. 485. — Pp. 178–186.
- [149] *Akhmedov E., Pulido J.* Distinguishing magnetic moment from oscillation solutions of the solar neutrino problem with Borexino // *Phys. Lett. B.* — 2002. — Vol. 529. — Pp. 193–198.
- [150] *Akhmedov E., Pulido J.* Solar neutrino oscillations and bounds on neutrino magnetic moment and solar magnetic field // *Phys. Lett. B.* — 2003. — Vol. 553. — Pp. 7–17.
- [151] *Dvornikov M., Maalampi J.* Evolution of mixed Dirac particles interacting with an external magnetic field // *Phys. Lett. B.* — 2007. — Vol. 657. — Pp. 217–227.
- [152] *Kouzakov K., Studenikin A. et al.* Spin-flavor oscillations of ultrahigh-energy cosmic neutrinos in interstellar space: The role of neutrino magnetic moments // *Phys. Rev. D.* — 2017. — Vol. 96, no. 10. — P. 103017.
- [153] *Ternov I., Bagrov V., Khapaev A.* Electromagnetic radiation from a neutron in an external magnetic field // *Soviet Physics JETP.* — 1965. — Vol. 21, no. 3.
- [154] *Тернов А.* Основы релятивистской квантовой механики. — М. : МЦНМО. — 2024.

- [155] *Dmitriev A., Fabbricatore R., Studenikin A.* Neutrino electromagnetic properties: new approach to oscillations in magnetic fields // *PoS.* — 2015. — Vol. CORFU2014. — P. 050.
- [156] *Соколов А., Тернов И.* Релятивистский электрон. — 2-е, перераб. изд. - М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. - 1983.
- [157] *Beck R.* Galactic and extragalactic magnetic fields // *AIP Conf. Proc.* — 2009. — Vol. 1085, no. 1. — Pp. 83–96.
- [158] *Govoni F., Feretti L.* Magnetic field in clusters of galaxies // *Int. J. Mod. Phys. D.* — 2004. — Vol. 13. — Pp. 1549–1594.
- [159] *Christenson J. et al.* Evidence for the  $2\pi$  decay of the  $K_2^0$  meson // *Phys. Rev. Lett.* — 1964. — Vol. 13. — Pp. 138–140.
- [160] *Sakharov A.* Violation of CP Invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe // *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* — 1967. — Vol. 5. — Pp. 32–35.
- [161] *Trodden M.* Electroweak baryogenesis // *Rev. Mod. Phys.* — 1999. — Vol. 71. — Pp. 1463–1500.
- [162] *Davidson S., Nardi E., Nir Y.* Leptogenesis // *Phys. Rept.* — 2008. — Vol. 466. — Pp. 105–177.
- [163] *Adhikari R., Pal P.* Neutrino oscillation with flavor non-eigenstates and CP-violating Majorana phases. — 2009. — 12.
- [164] *Giunti C.* No effect of Majorana phases in neutrino oscillations // *Phys. Lett. B.* — 2010. — Vol. 686. — Pp. 41–43.
- [165] *Xing Z.-Z., Zhou Y.-L.* Majorana CP-violating phases in neutrino-antineutrino oscillations and other lepton-number-violating processes // *Phys. Rev. D.* — 2013. — Vol. 88. — P. 033002.
- [166] *Mannheim P.* Theory of majorana masses // *Int. J. Theor. Phys.* — 1984. — Vol. 23. — P. 643.
- [167] *Cai Y. et al.* Lepton number violation: seesaw models and their collider tests // *Front. in Phys.* — 2018. — Vol. 6. — P. 40.

- [168] Тернов А. Массивные нейтрино во внешних полях и в плотных средах. — дис. на соиск. учен. степ. доктора физ.-мат. наук: 01.04.02 // МГУ им. М.В. Ломоносова. — М., 2015. — 312 с.
- [169] Chukhnova A., Lobanov A. T violation without complex entries in the lepton mixing matrix // *Phys. Rev. D.* — 2022. — Vol. 105, no. 7. — P. 073010.
- [170] Lobanov A., Chukhnova A. T-Violation in neutrino oscillations // *J. Exp. Theor. Phys.* — 2022. — Vol. 135, no. 3. — Pp. 312–319.
- [171] Dighe A., Smirnov A. Identifying the neutrino mass spectrum from the neutrino burst from a supernova // *Phys. Rev. D.* — 2000. — Vol. 62. — P. 033007.
- [172] Bethe H. Supernova mechanisms // *Rev. Mod. Phys.* — 1990. — Vol. 62. — Pp. 801–866.
- [173] Qian Y., Woosley S. Nucleosynthesis in neutrino driven winds: 1. The Physical conditions // *Astrophys. J.* — 1996. — Vol. 471. — Pp. 331–351.
- [174] Buras R. et al. Two-dimensional hydrodynamic core-collapse supernova simulations with spectral neutrino transport. 1. Numerical method and results for a 15 solar mass star // *Astron. Astrophys.* — 2006. — Vol. 447. — Pp. 1049–1092.
- [175] Ardeljan N., Bisnovatyi-Kogan G., Moiseenko S. Magnetorotational supernova // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* — 2005. — Vol. 359. — Pp. 333–344.
- [176] Burrows A. et al. Simulations of magnetically-driven supernova and hypernova explosions in the context of rapid rotation // *Astrophys. J.* — 2007. — Vol. 664. — Pp. 416–434.
- [177] Kuznetsov A., Mikheev N., Okrugin A. Dirac-neutrino magnetic moment and the dynamics of a supernova explosion // *JETP Lett.* — 2009. — Vol. 89. — Pp. 97–101.
- [178] Qian Y.-Z. et al. A Connection between flavor mixing of cosmologically significant neutrinos and heavy element nucleosynthesis in supernovae // *Phys. Rev. Lett.* — 1993. — Vol. 71. — Pp. 1965–1968.
- [179] Dvornikov M. Flavor ratios of astrophysical neutrinos interacting with stochastic gravitational waves having arbitrary spectra // *JCAP.* — 2020. — Vol. 12. — P. 022.

- [180] *Kopp J., Opferkuch T., Wang E.* Magnetic moments of astrophysical neutrinos. — 2022. — 12.
- [181] *Hansen R., Lindner M., Scholer O.* Timing the neutrino signal of a Galactic supernova // *Phys. Rev. D.* — 2020. — Vol. 101, no. 12. — P. 123018.
- [182] *Giunti C., Kim C.* Coherence of neutrino oscillations in the wave packet approach // *Phys. Rev. D.* — 1998. — Vol. 58. — P. 017301.
- [183] *Farzan Y., Smirnov A.* Coherence and oscillations of cosmic neutrinos // *Nucl. Phys. B.* — 2008. — Vol. 805. — Pp. 356–376.
- [184] *Beacom J. et al.* Decay of high-energy astrophysical neutrinos // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Vol. 90. — P. 181301.
- [185] *Barenboim G., Quigg C.* Neutrino observatories can characterize cosmic sources and neutrino properties // *Phys. Rev. D.* — 2003. — Vol. 67. — P. 073024.
- [186] *Baerwald P., Bustamante M., Winter W.* Neutrino decays over cosmological distances and the implications for neutrino telescopes // *JCAP.* — 2012. — Vol. 10. — P. 020.
- [187] *Bustamante M., Beacom J., Winter W.* Theoretically palatable flavor combinations of astrophysical neutrinos // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 115, no. 16. — P. 161302.
- [188] *Esmaili A., Farzan Y.* Implications of the pseudo-Dirac scenario for ultra high-energy neutrinos from GRBs // *JCAP.* — 2012. — Vol. 12. — P. 014.
- [189] *Brdar V., Hansen R.* IceCube flavor ratios with identified astrophysical sources: towards improving new physics testability // *JCAP.* — 2019. — Vol. 02. — P. 023.
- [190] *Hooper D., Morgan D., Winstanley E.* Lorentz and CPT invariance violation in high-energy neutrinos // *Phys. Rev. D.* — 2005. — Vol. 72. — P. 065009.
- [191] *Gago A. et al.* A Study on quantum decoherence phenomena with three generations of neutrinos. — 2002. — 8.

- [192] *Pakvasa S.* Neutrino flavor goniometry by high-energy astrophysical beams // *Mod. Phys. Lett. A.* — 2008. — Vol. 23. — Pp. 1313–1324.
- [193] *Shoemaker I., Murase K.* Probing BSM neutrino physics with flavor and spectral distortions: prospects for future high-energy neutrino telescopes // *Phys. Rev. D.* — 2016. — Vol. 93, no. 8. — P. 085004.
- [194] *Ahlers M., Helbing K., Pérez de los Heros C.* Probing particle physics with IceCube // *Eur. Phys. J. C.* — 2018. — Vol. 78, no. 11. — P. 924.
- [195] *An F. et al.* Study of the wave packet treatment of neutrino oscillation at Daya Bay // *Eur. Phys. J. C.* — 2017. — Vol. 77, no. 9. — P. 606.
- [196] *Riabtsev K., Troitsky S.* Energy-dependent flavor ratios, cascade/track spectrum tension and high-energy neutrinos from magnetospheres of supermassive black holes // *Phys. Lett. B.* — 2023. — Vol. 839. — P. 137758.
- [197] *Dzhappuev D. D. et al.* Observation of Photons above 300 TeV Associated with a High-energy Neutrino from the Cygnus Region // *Astrophys. J. Lett.* — 2021. — Vol. 916, no. 2. — P. L22.
- [198] *Troitsky S.* The origin of high-energy astrophysical neutrinos: new results and prospects. — 2023. — 11.
- [199] *Abuter R. et al.* A geometric distance measurement to the Galactic center black hole with 0.3% uncertainty // *Astronomy & Astrophysics.* — 2019. — Vol. 625. — P. L10.
- [200] *Jansson R., Farrar G.* A new model of the galactic magnetic field // *The Astrophysical Journal.* — 2012. — Vol. 757, no. 1. — P. 14.
- [201] *Abusleme A. et al.* Sub-percent precision measurement of neutrino oscillation parameters with JUNO // *Chin. Phys. C.* — 2022. — Vol. 46, no. 12. — P. 123001.